Mathematics ২০০ নম্বর

১. ধরি, P , Q এর মধ্যবর্তী কোণ α এবং R, P এর মধ্যবর্তী কোণ θ

$R\cos\theta = P + Q\cos\alpha \cdots$ (i)

$R\sin\theta = Q\sin\alpha \cdots$ (ii)

P এর স্থলে $(P + S)$ হলে নতুন লব্ধি P এর সাথে $\frac{\theta}{2}$ কোণ উৎপন্ন করে

$\therefore \tan\frac{\theta}{2} = \frac{Q\sin\alpha}{P+S+Q\cos\alpha} = \frac{R\sin\theta}{S+R\cos\theta}$ **[(i) ও (ii) হতে]**

আবার, $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{R\sin\theta}{R+R\cos\theta}$

দুইটি রাশি তুলনা করে, $R\sin\theta \neq 0$ হওয়ায় $S + R\cos\theta = R + R\cos\theta$

$\therefore S = R$ **(প্রমাণিত)**

২. সব বলের একক kg-wt ধরি; বস্তুর ওজন 20 kg-wt

তল বরাবর সাম্যের শর্ত, $10 + 10\cos\alpha = 20\sin\alpha \cdots$ (i)

তলের লম্ব বরাবর, $R = 20\cos\alpha + 10\sin\alpha \cdots$ (ii)

(i) হতে, $1 + \cos\alpha = 2\sin\alpha$

$\Rightarrow 2\cos^2\frac{\alpha}{2} = 4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$

$\sin\alpha = \frac{2\cdot\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$, $\cos\alpha = \frac{1-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}} = \frac{3}{5}$

$\therefore \alpha = \sin^{-1}\frac{4}{5} \approx 53.13°$

(ii) হতে, $R = 20\times\frac{3}{5} + 10\times\frac{4}{5} = 12 + 8 = 20$ kg-wt

অতএব, তলের আনতি কোণ $\alpha \approx 53.13°$ এবং তলের প্রতিক্রিয়া 20 kg-wt

৩. ধরি, তলের আনতি কোণ α

প্রথম ক্ষেত্রে: বল P তল বরাবর; $P = W\sin\alpha$ এবং $R = W\cos\alpha \cdots$ (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে: বল Q অনুভূমিক; তল বরাবর সাম্যে, $Q\cos\alpha = W\sin\alpha \Rightarrow Q = W\tan\alpha$

তলের লম্ব বরাবর, $R' = W\cos\alpha + Q\sin\alpha$

$\therefore R' = W\cos\alpha + \frac{W\sin^2\alpha}{\cos\alpha} = \frac{W(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha} = \frac{W}{\cos\alpha} \cdots$ (ii)

(i) ও (ii) গুণ করে, $RR' = W\cos\alpha\times\frac{W}{\cos\alpha} = W^2$ **(প্রমাণিত)**

৪. ধরি, দেয়াল ও ছাদের রশির টান যথাক্রমে T_1, T_2 এবং ওজন $W = 20$ kN

T_1, T_2 এর মধ্যবর্তী কোণ $= 180° - 30° - 45° = 105°$

T_2, W এর মধ্যবর্তী কোণ $= 135°$; T_1, W এর মধ্যবর্তী কোণ $= 120°$

ল্যামির সূত্রানুসারে, $\frac{T_1}{\sin 135°} = \frac{T_2}{\sin 120°} = \frac{20}{\sin 105°}$

$\therefore T_1 = \frac{20\sin 135°}{\sin 105°} = 20(\sqrt{3}-1) \approx 14.64$ kN

$T_2 = \frac{20\sin 120°}{\sin 105°} = 10(3\sqrt{2}-\sqrt{6}) \approx 17.93$ kN

৫. ধরি, গোলকের কেন্দ্র O; সুতাটি দেয়ালের A বিন্দুতে ও গোলকের C বিন্দুতে বাঁধা; দেয়ালের সাথে গোলকের স্পর্শবিন্দু D
ওজন W ও দেয়ালের প্রতিক্রিয়া R উভয়ই O গামী; তিন বলের সাম্যে টান T ও O গামী
$\therefore$ A, C, O সমরেখ এবং $AO = l + r$
$OD = r$ এবং $AD \perp OD$
$\therefore AD = \sqrt{(l+r)^2 - r^2} = \sqrt{l^2 + 2lr}$
AD, DO, OA যথাক্রমে W, R, T এর সমান্তরাল; বলের ত্রিভুজ সূত্রানুসারে, $\frac{W}{AD} = \frac{R}{DO} = \frac{T}{OA}$
$\Rightarrow \frac{W}{\sqrt{l^2+2lr}} = \frac{R}{r} = \frac{T}{l+r}$
$\therefore T = \frac{W(l+r)}{\sqrt{l^2+2lr}}$ এবং $R = \frac{Wr}{\sqrt{l^2+2lr}}$

৬. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O ত্রিভুজের ভিতরে অবস্থিত; $\angle BOC = 2A$, $\angle COA = 2B$, $\angle AOB = 2C$
ল্যামির সূত্রানুসারে, $\frac{P}{\sin 2A} = \frac{Q}{\sin 2B} = \frac{R}{\sin 2C}$
$\Rightarrow P : Q : R = \sin 2A : \sin 2B : \sin 2C$
পরিব্যাসার্ধ ρ হলে, $\sin A = \frac{a}{2\rho}$ ও $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
$\therefore \sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{a(b^2+c^2-a^2)}{2\rho bc} = \frac{a^2(b^2+c^2-a^2)}{2\rho abc}$
একইভাবে, $\sin 2B = \frac{b^2(c^2+a^2-b^2)}{2\rho abc}$ ও $\sin 2C = \frac{c^2(a^2+b^2-c^2)}{2\rho abc}$
সাধারণ গুণক $\frac{1}{2\rho abc}$ বাদ দিয়ে, $P : Q : R = a^2(b^2 + c^2 - a^2) : b^2(c^2 + a^2 - b^2) : c^2(a^2 + b^2 - c^2)$ **(প্রমাণিত)**

৭. A ও B এর সাপেক্ষে ভ্রামক সমান ও একই দিকে, তাই বলটির ক্রিয়ারেখা AB এর সমান্তরাল
ধরি, ক্রিয়ারেখা AB হতে x দূরে এবং বলের মান F
C এর ভ্রামক A এর ভ্রামকের চেয়ে বড় এবং একই দিকে, তাই ক্রিয়ারেখা C এর বিপরীত পাশে এবং C হতে এর লম্ব দূরত্ব $x + 6$
$F x = 18 \cdots$ (i)
$F(x + 6) = 54 \cdots$ (ii)
(ii) থেকে **(i)** বিয়োগ করে, $6F = 36 \Rightarrow F = 6$ kg-wt
(i) হতে, $x = \frac{18}{6} = 3$ m
অতএব, বলটির মান 6 kg-wt; ক্রিয়ারেখা AB এর সমান্তরাল, AB হতে 3 m দূরে এবং C এর বিপরীত পাশে

৮. ধরি, A মূলবিন্দু; AB, AD যথাক্রমে x, y-অক্ষ
$X = P - 3P = -2P$ এবং $Y = 2P - 4P = -2P$
লব্ধির মান $R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{4P^2 + 4P^2} = 2\sqrt{2}P$
দিক: $\tan\phi = \frac{Y}{X} = 1$ এবং $X < 0$, $Y < 0$ হওয়ায় AB এর সাথে 225° কোণে, অর্থাৎ CA এর সমান্তরালে C হতে A অভিমুখে
A এর সাপেক্ষে মোট ভ্রামক $G = 2P \cdot a + 3P \cdot a = 5Pa$ **(ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে)**
ক্রিয়ারেখার উপর যেকোনো বিন্দু (x, y) হলে, $xY - yX = G$
$\Rightarrow -2Px + 2Py = 5Pa$
$\Rightarrow y - x = \frac{5a}{2}$
$x = 0$ হলে $y = \frac{5a}{2}$, অর্থাৎ ক্রিয়ারেখা AD এর বর্ধিতাংশে $AK = \frac{5a}{2}$ দূরত্বে K বিন্দুগামী ও AC এর সমান্তরাল
A হতে এর লম্ব দূরত্ব $= \frac{5a}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4}a$

৯. ধরি, লোকটি A প্রান্ত হতে x m দূরে দাঁড়ায় এবং A, B প্রান্তের প্রতিক্রিয়া R_A, R_B; শর্তমতে $R_A = 2R_B$
উল্লম্ব সাম্যের শর্ত, $R_A + R_B = 180 + 180 = 360$ kg-wt
$\Rightarrow 3R_B = 360 \Rightarrow R_B = 120$ kg-wt, $R_A = 240$ kg-wt
A এর সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে, $180x + 180 \times 9 = 120 \times 18$
$\Rightarrow 180x + 1620 = 2160$
$\Rightarrow x = 3$ m
অতএব, ঐ প্রান্ত হতে 3 m দূরে দাঁড়াবে

১০. ধরি, A, B তে স্বাভাবিক প্রতিক্রিয়া যথাক্রমে R_1, R_2; ঘর্ষণ A তে দেয়ালের দিকে ($\mu_1 R_1$) এবং B তে উপরের দিকে ($\mu_2 R_2$)

উল্লম্ব সাম্য: $R_1 + \mu_2 R_2 = W \cdots (i)$

অনুভূমিক সাম্য: $R_2 = \mu_1 R_1 \cdots (ii)$

A এর সাপেক্ষে ভ্রামক নিয়ে, $W \cdot \frac{1}{2}\cos\theta = R_2 \cdot l\sin\theta + \mu_2 R_2 \cdot l\cos\theta$

$\Rightarrow \frac{W}{2} = R_2\tan\theta + \mu_2 R_2$

(i) ও (ii) হতে, $W = \frac{R_2}{\mu_1} + \mu_2 R_2 = \frac{R_2(1+\mu_1\mu_2)}{\mu_1}$

$\therefore \tan\theta = \frac{W}{2R_2} - \mu_2 = \frac{1+\mu_1\mu_2}{2\mu_1} - \mu_2 = \frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$ **(প্রমাণিত)**

১১. হাঁটার দিক $\hat{i}$, খাড়া উপরের দিক $\hat{j}$ ধরি; বৃষ্টির বেগ $\vec{v}_r = u\hat{i} - v\hat{j}$

আপেক্ষিক বেগ $\vec{v}_{rm} = \vec{v}_r - \vec{v}_m$

প্রথম ক্ষেত্রে, $\vec{v}_{rm} = (u-3)\hat{i} - v\hat{j}$; খাড়া মনে হয় বলে $u - 3 = 0 \Rightarrow u = 3$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $\vec{v}_{rm} = (3-6)\hat{i} - v\hat{j} = -3\hat{i} - v\hat{j}$

$\tan 45° = \frac{3}{v} \Rightarrow v = 3$

$\therefore \vec{v}_r = 3\hat{i} - 3\hat{j}$, $|\vec{v}_r| = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}\,\text{kmh}^{-1}$

উলম্বের সাথে কোণ $= \tan^{-1}\frac{3}{3} = 45°$

অতএব, বৃষ্টির প্রকৃত বেগ $3\sqrt{2}\,\text{kmh}^{-1}$, যা উলম্বের সাথে 45° কোণে হাঁটার দিকে হেলে নিচের দিকে ক্রিয়া করে

১২. ধরি, স্থির পানিতে সাঁতারের বেগ w এবং স্রোতের বেগ u

$b = wt_1 \Rightarrow w = \frac{b}{t_1}$

সোজাসুজি পার হতে পাড়ের লম্বের সাথে উজানের দিকে ϕ কোণে সাঁতরাতে হবে; তখন $w\sin\phi = u$ এবং লব্ধি বেগ $w\cos\phi = \frac{b}{t_2}$

$\Rightarrow w^2 - u^2 = \frac{b^2}{t_2^2}$

$\Rightarrow u^2 = \frac{b^2}{t_1^2} - \frac{b^2}{t_2^2} = \frac{b^2(t_2^2-t_1^2)}{t_1^2 t_2^2}$

$\therefore u = \frac{b\sqrt{t_2^2-t_1^2}}{t_1 t_2}\,\text{ms}^{-1}$

$\cos\phi = \frac{\frac{b}{t_2}}{\frac{b}{t_1}} = \frac{t_1}{t_2}$

$\therefore \phi = \cos^{-1}\frac{t_1}{t_2}$; অর্থাৎ পাড়ের লম্ব হতে উজানের দিকে $\cos^{-1}\frac{t_1}{t_2}$ কোণে সাঁতরাতে হবে $(t_2 > t_1)$

১৩. ধরি, আদিবেগ u ও সুষম ত্বরণ f

প্রতিটি অংশে $s = vt + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র বসিয়ে (v ঐ অংশের আদিবেগ),

$\frac{s}{t_1} = u + \frac{1}{2}ft_1 \cdots (i)$

$\frac{s}{t_2} = u + ft_1 + \frac{1}{2}ft_2 \cdots (ii)$

$\frac{s}{t_3} = u + f(t_1+t_2) + \frac{1}{2}ft_3 \cdots (iii)$

(i) − (ii) + (iii) করে, $\frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2} + \frac{s}{t_3} = u + \frac{1}{2}f(t_1+t_2+t_3) \cdots (iv)$

মোট সময় $T = t_1 + t_2 + t_3$ এবং মোট দূরত্ব 3s; তাই $3s = uT + \frac{1}{2}fT^2$

$\Rightarrow \frac{3s}{T} = u + \frac{1}{2}fT \cdots (v)$

(iv) ও (v) হতে, $\frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2} + \frac{s}{t_3} = \frac{3s}{t_1+t_2+t_3}$

উভয় পক্ষকে s দ্বারা ভাগ করে, $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{3}{t_1+t_2+t_3}$ **(প্রমাণিত)**

১৪. অ্যাম্বুলেন্সের আদি অবস্থান মূলবিন্দু ধরি। t s পরে, $x_1 = 15t + \frac{1}{2} \times 5t^2 = 15t + 2.5t^2$ এবং $x_2 = 100 + 30t$
অতিক্রমের মুহূর্তে $x_1 = x_2$: $15t + 2.5t^2 = 100 + 30t$
$\Rightarrow t^2 - 6t - 40 = 0$
$\Rightarrow (t - 10)(t + 4) = 0$
$\therefore t = 10\,s$ **(**$t > 0$**)**
অ্যাম্বুলেন্সের অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 15 \times 10 + 2.5 \times 10^2 = 400\,m$
ব্যবধান $D = x_2 - x_1 = 100 + 15t - 2.5t^2 = 122.5 - 2.5(t - 3)^2 \leq 122.5$
$\therefore t = 3\,s$ এ সর্বোচ্চ ব্যবধান $122.5\,m$

১৫. ধরি, আদিবেগ u, তক্তার পুরুত্ব d এবং মন্দন f
প্রথম তক্তা ভেদের পর বেগ $v = u - \frac{u}{20} = \frac{19u}{20}$
$v^2 = u^2 - 2fd$
$\Rightarrow \left(\frac{19u}{20}\right)^2 = u^2 - 2fd$
$\Rightarrow 2fd = u^2\left(1 - \frac{361}{400}\right) = \frac{39u^2}{400}$
থামার আগ পর্যন্ত মোট দূরত্ব s হলে, $0 = u^2 - 2fs$
$\Rightarrow \frac{s}{d} = \frac{u^2}{2fd} = \frac{400}{39} = 10 + \frac{10}{39}$
অর্থাৎ বুলেটটি মোট 10টি তক্তা সম্পূর্ণ ভেদ করে 11 তম তক্তায় থামবে
অতএব, প্রথমটির পরে আরও 9টি তক্তা সম্পূর্ণ ভেদ করবে

১৬. 10 s পরে বেলুনের বেগ $u = 2 \times 10 = 20\,ms^{-1}$ এবং উচ্চতা $h = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100\,m$
পাথর ছাড়ার মুহূর্তে এর বেগও $20\,ms^{-1}$ উপরের দিকে; এরপর ত্বরণ $-g$
(i) $H_{max} = 100 + \frac{20^2}{2\times 9.8} \approx 120.41\,m$
(ii) ছাড়ার মুহূর্ত হতে ভূমিতে সরণ $-100\,m$, তাই $-100 = 20t - 4.9t^2$
$\Rightarrow 4.9t^2 - 20t - 100 = 0$
$\Rightarrow t = \frac{20 + \sqrt{2360}}{9.8} \approx 7.00\,s$
(iii) $v^2 = 20^2 + 2 \times 9.8 \times 100 = 2360$
$\therefore v = \sqrt{2360} \approx 48.58\,ms^{-1}$, নিচের দিকে

১৭. ধরি, নিক্ষেপ কোণ α; গতিপথের সমীকরণ, $y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2}(1 + \tan^2\alpha)$
$u = 35\,ms^{-1}$ এবং গতিপথ (40, 12) গামী; $\frac{gx^2}{2u^2} = \frac{9.8\times 1600}{2\times 1225} = 6.4$
$\therefore 12 = 40\tan\alpha - 6.4(1 + \tan^2\alpha)$
$\Rightarrow 6.4\tan^2\alpha - 40\tan\alpha + 18.4 = 0$
$\Rightarrow 16\tan^2\alpha - 100\tan\alpha + 46 = 0$
$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 2944}}{32} = \frac{100 \pm 84}{32}$
$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{2}$ অথবা $\frac{23}{4}$
$\therefore \alpha \approx 26.57^\circ$ অথবা 80.13°
অতএব, ন্যূনতম নিক্ষেপ কোণ $\approx 26.57^\circ$

১৮. টাওয়ারের শীর্ষ হতে সরণ মাপি; উপরের দিক ধনাত্মক

$u_x = 19.6\cos 30° = 9.8\sqrt{3}\,ms^{-1}$, $u_y = 19.6\sin 30° = 9.8\,ms^{-1}$

ভূমিতে $y = -39.2$, তাই $-39.2 = 9.8t - 4.9t^2$

$\Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+2) = 0$

$\therefore t = 4\,s$

টাওয়ারের পাদদেশ হতে অনুভূমিক দূরত্ব $x = u_x t = 9.8\sqrt{3} \times 4 = 39.2\sqrt{3} \approx 67.90\,m$

আঘাতের সময়, $v_x = 9.8\sqrt{3}\,ms^{-1}$, $v_y = 9.8 - 9.8 \times 4 = -29.4\,ms^{-1}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 9.8\sqrt{3+9} = 19.6\sqrt{3} \approx 33.95\,ms^{-1}$

$\tan\theta = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{29.4}{9.8\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$

অতএব, বস্তুটি 4 s পর টাওয়ারের পাদদেশ হতে 67.90 m দূরে অনুভূমিকের সাথে $60°$ কোণে নিচের দিকে $33.95\,ms^{-1}$ বেগে ভূমিতে আঘাত করবে

১৯. ধরি, নিক্ষেপ বেগ u এবং কোণদ্বয় α, β

$R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{u^2\sin 2\beta}{g}$

ভিন্ন দুই গতিপথের জন্য $\beta = 90° - \alpha$

$t_1 = \frac{2u\sin\alpha}{g}$, $t_2 = \frac{2u\sin\beta}{g} = \frac{2u\cos\alpha}{g}$

$\therefore \frac{1}{2}gt_1t_2 = \frac{1}{2}g \times \frac{2u\sin\alpha}{g} \times \frac{2u\cos\alpha}{g} = \frac{2u^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = R$

$\therefore R = \frac{1}{2}gt_1t_2$ **(প্রমাণিত)**

২০. গতির সমীকরণ: $5g - T = 5a$ এবং $T - 3g = 3a$

যোগ করে, $2g = 8a \Rightarrow a = \frac{g}{4} = 2.45\,ms^{-2}$

(i) $T = 3(g+a) = \frac{15g}{4} = 36.75\,N$

4 s পরে হালকা বস্তুর বেগ $v = 2.45 \times 4 = 9.8\,ms^{-1}$ **(উপরে)** এবং সরণ $h_1 = \frac{1}{2} \times 2.45 \times 4^2 = 19.6\,m$

(ii) সুতা ছেঁড়ার পর অতিরিক্ত উচ্চতা $h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{9.8^2}{2\times 9.8} = 4.9\,m$

$\therefore$ আদি অবস্থান হতে সর্বোচ্চ উচ্চতা $= 19.6 + 4.9 = 24.5\,m$

(iii) ছেঁড়ার মুহূর্ত হতে আদি অবস্থানে সরণ $-19.6\,m$, তাই $-19.6 = 9.8t - 4.9t^2$

$\Rightarrow t^2 - 2t - 4 = 0$

$\therefore t = 1 + \sqrt{5} \approx 3.24\,s\ (t > 0)$

Physics ২০০ নম্বর

২১. (ক)

$E_0 = cB_0 = 3 \times 10^8 \times 1.5 \times 10^{-6} = 450\,Vm^{-1}$

$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times 10^8}{6\times 10^{14}} = 500\,nm$

(খ)

$\vec{E} \times \vec{B} \parallel +\hat{i}$ এবং $\vec{B} \parallel \hat{j}$

যেহেতু $(-\hat{k}) \times \hat{j} = \hat{i}$, সুতরাং $\vec{E}$ এর স্পন্দন z-অক্ষ বরাবর $(-\hat{k}$ দিকে)

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{500\times 10^{-9}} = 1.257 \times 10^7\,radm^{-1}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 6 \times 10^{14} = 3.77 \times 10^{15}\,rads^{-1}$

ধরি, $\vec{B} = 1.5 \times 10^{-6}\sin(kx - \omega t)\hat{j}$

অতএব, $\vec{E} = -450\sin\left(1.257 \times 10^7 x - 3.77 \times 10^{15} t\right)\hat{k}\,Vm^{-1}$

(গ)

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi\times 125}{500} = \frac{\pi}{2}$

$v = \frac{c}{\mu} = \frac{3\times 10^8}{1.5} = 2 \times 10^8\,ms^{-1}$

$\lambda' = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{500}{1.5} = 333.3\,nm$

কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে: $f = 6 \times 10^{14}\,Hz$

২২. (ক)

$\beta = \frac{\lambda D}{a} = \frac{480\times10^{-9}\times1.5}{0.3\times10^{-3}} = 2.4\,\text{mm}$

তৃতীয় অন্ধকার ডোরার দূরত্ব $x = \left(2+\frac{1}{2}\right)\beta = 2.5\beta = 2.5\times2.4 = 6\,\text{mm}$

প্রথম অন্ধকার ডোরার জন্য $a\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$

$\sin\theta = \frac{\lambda}{2a} = \frac{480\times10^{-9}}{2\times0.3\times10^{-3}} = 8\times10^{-4}$

$\theta = 0.0458°$

(খ)

দূরত্ব $= (12-2)\beta = 10\times2.4 = 24\,\text{mm}$

কৌণিক ব্যবধান $= \frac{\lambda}{a} = \frac{480\times10^{-9}}{0.3\times10^{-3}} = 1.6\times10^{-3}\,\text{rad} = 0.0917°$

(গ)

উজ্জ্বল ডোরার শর্ত: $a\sin\theta = n\lambda$ এবং $\sin\theta < 1$

$n < \frac{a}{\lambda} = \frac{0.3\times10^{-3}}{480\times10^{-9}} = 625$

$n = 625$ এ $\theta = 90°$ হয়, যা পর্দায় পড়ে না; তাই $n_{max} = 624$

মোট উজ্জ্বল ডোরা $= 2\times624+1 = 1249$টি

পানিতে $\lambda' = \frac{\lambda}{\mu}$, তাই $\frac{a}{\lambda'} = \frac{a\mu}{\lambda} = 625\times\frac{4}{3} = 833.3$

$n_{max} = 833$

মোট উজ্জ্বল ডোরা $= 2\times833+1 = 1667$টি

২৩. (ক)

$x = \frac{2\lambda D}{a}$

$\Delta x = \frac{2D(\lambda_2-\lambda_1)}{a} = \frac{2\times2\times(650-520)\times10^{-9}}{0.5\times10^{-3}} = 1.04\,\text{mm}$

(খ)

সমাপতনের শর্ত: $n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$

$520n_1 = 650n_2 \Rightarrow 4n_1 = 5n_2$

ক্ষুদ্রতম পূর্ণসংখ্যা: $n_1 = 5$ (520 nm) এবং $n_2 = 4$ (650 nm)

$x = \frac{n_1\lambda_1 D}{a} = \frac{5\times520\times10^{-9}\times2}{0.5\times10^{-3}} = 10.4\,\text{mm}$

(গ)

প্রশ্নমতে, $650n = 520(n+1)$

বা, $130n = 520$

অতএব, $n = 4$

অর্থাৎ 650 nm এর চতুর্থ ও 520 nm এর পঞ্চম ডোরা সমাপতিত হয়, যা (খ) এর ফলের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ

২৪. (ক)

$\frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \sqrt{9} = 3$

$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{(a_1+a_2)^2}{(a_1-a_2)^2} = \frac{(3+1)^2}{(3-1)^2} = \frac{16}{4} = 4:1$

(খ)

$I_1 = I$ হলে $I_2 = \frac{I}{9}$

$I_{max} = \left(\sqrt{I}+\sqrt{\frac{I}{9}}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 I = \frac{16}{9}I$

$I_{min} = \left(\sqrt{I}-\sqrt{\frac{I}{9}}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 I = \frac{4}{9}I$

(গ)

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi$

$\phi = 90°$ এ: $I = I + \frac{I}{9} + 0 = \frac{10}{9}I$

$\phi = 180°$ এ: $I = I_{min} = \frac{4}{9}I$

তীব্রতার পার্থক্য $= \frac{10}{9}I - \frac{4}{9}I = \frac{2}{3}I$

২৫. (ক)

$n = \frac{(\mu-1)t}{\lambda} = \frac{(1.6-1)\times 3\times 10^{-6}}{600\times 10^{-9}} =$ 3টি ডোরা

(খ)

কেন্দ্রীয় ডোরা ফিরে আসতে হলে অতিরিক্ত পথ সমান হতে হবে

$(1.6-1)\times 3 = (1.4-1)\,t_2$

$t_2 = \frac{1.8}{0.4} = 4.5\,\mu m$

(গ)

S_1 এর অতিরিক্ত পথ $= (1.6-1)\times 3 = 1.8\,\mu m$

S_2 এর অতিরিক্ত পথ $= (1.4-1)\times 3 = 1.2\,\mu m$

নিট পথ পার্থক্য $= 1.8 - 1.2 = 0.6\,\mu m$

$n = \frac{0.6\times 10^{-6}}{600\times 10^{-9}} = 1$

S_1 এর পথ বেশি, তাই কেন্দ্রীয় ডোরা S_1 এর দিকে ১টি ডোরা সরবে

২৬. (ক)

প্রথম অবমের শর্ত: $a\sin\theta = \lambda$

$a = \frac{\lambda}{\sin 30^\circ} = \frac{450\times 10^{-9}}{0.5} = 0.9\,\mu m$

প্রথম গৌণ চরমের শর্ত: $a\sin\theta = \frac{3\lambda}{2}$

$a = \frac{3\lambda}{2\sin 30^\circ} = \frac{3\times 450\times 10^{-9}}{2\times 0.5} = 1.35\,\mu m$

(খ)

অবমের শর্ত: $a\sin\theta = n\lambda$ এবং $\sin\theta < 1$

$n < \frac{a}{\lambda} = \frac{2.0\times 10^{-6}}{450\times 10^{-9}} = 4.44$

$n_{max} = 4$

মোট অবম $= 2\times 4 =$ 8টি

অতএব, ৯টি অবমের উক্তিটি সঠিক নয়

(গ)

একক চিড়ের কেন্দ্রীয় চরমের প্রস্থ $= \frac{2\lambda D}{a'}$ এবং ডোরা ব্যবধান $\beta = \frac{\lambda D}{d}$

প্রশ্নমতে, $\frac{2\lambda D}{a'} = 12\times\frac{\lambda D}{d}$

$a' = \frac{d}{6} = \frac{1.2}{6} = 0.2\,mm$

প্রথম অবমে চিড়ের দুই প্রান্ত থেকে আগত তরঙ্গের পথ পার্থক্য $= \lambda$

দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda}\times\lambda = 2\pi$

২৭. (ক)

ধরি, 600 nm এর ক্রম n এবং 450 nm এর ক্রম (n + 1)

সমাপতনের শর্ত: $600n = 450(n+1)$

বা, $150n = 450$

অতএব, $n = 3$

অর্থাৎ 600 nm এর তৃতীয় ক্রম ও 450 nm এর চতুর্থ ক্রম

(খ)

$d\sin\theta = n\lambda$

$d = \frac{3\times 600\times 10^{-9}}{\sin 60^\circ} = 2.08\times 10^{-6}\,m = 2.08\times 10^{-4}\,cm$

$N = \frac{1}{d} = \frac{1}{2.08\times 10^{-4}} = 4811\,cm^{-1}$

(গ)

$n_{max} < \frac{d}{\lambda} = \frac{2.08\times 10^{-6}}{700\times 10^{-9}} = 2.97$

অতএব, সর্বোচ্চ ক্রম = 2

তৃতীয় ক্রমের শুরু (বেগুনি): $3\times 400 = 1200\,nm$

দ্বিতীয় ক্রমের শেষ (লাল): $2\times 700 = 1400\,nm$

যেহেতু $1200 < 1400$, তাই দ্বিতীয় ও তৃতীয় ক্রমের বর্ণালি উপরিপাতিত হবে

২৮. (ক)

$I_1 = \frac{I_0}{2}$

$A_1 = \sqrt{\frac{I_1}{I_0}} A_0 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} = 0.707 A_0$

(খ)

দুই অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 20° + 25° = 45°$

$I_2 = I_1 \cos^2 45° = \frac{I_0}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{I_0}{4}$

$A_2 = A_1 \cos 45° = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{A_0}{2}$

(গ)

প্রাথমিক অবস্থানে পোলারয়েডের অক্ষ P এর কম্পনের সমান্তরাল

$60°$ ঘোরানোর পর অক্ষ P এর সাথে $60°$ এবং Q এর সাথে $30°$ কোণ করে

প্রশ্নমতে, $I_P \cos^2 60° = I_Q \cos^2 30°$

বা, $I_P \times \frac{1}{4} = I_Q \times \frac{3}{4}$

অতএব, $I_P : I_Q = 3 : 1$

২৯. (ক)

$\mu = \frac{\sin 60°}{\sin 35°} = \frac{0.8660}{0.5736} = 1.51$

$\tan \theta_p = \mu \Rightarrow \theta_p = \tan^{-1}(1.51) = 56.48°$

(খ)

$r = 90° - \theta_p = 90° - 56.48° = 33.52°$

সমবর্তন কোণে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মি পরস্পর লম্ব, অর্থাৎ মধ্যবর্তী কোণ $90°$

(গ)

$\sin \theta_c = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{1.51}$

$\theta_c = 41.48°$

পানি থেকে আপতনের জন্য $\tan \theta_p' = \frac{\mu}{\mu_w} = \frac{1.51}{1.33} = 1.135$

$\theta_p' = 48.62°$

৩০. (ক)

$\beta = \frac{\lambda D}{a} = \frac{600 \times 10^{-9} \times 1.2}{0.3 \times 10^{-3}} = 2.4 \text{ mm}$

বায়ুতে সপ্তম অন্ধকার ডোরার অবস্থান $= \left(6 + \frac{1}{2}\right) \beta = 6.5\beta$

তরলে নবম উজ্জ্বল ডোরার অবস্থান $= 9\beta' = \frac{9\beta}{\mu}$

প্রশ্নমতে, $6.5\beta = \frac{9\beta}{\mu}$

$\mu = \frac{9}{6.5} = \frac{18}{13} = 1.385$

(খ)

$\beta' = \frac{\beta}{\mu} = \frac{2.4}{1.385} = 1.73 \text{ mm}$

কৌণিক ডোরা ব্যবধান $= \frac{\lambda}{\mu a} = \frac{600 \times 10^{-9}}{1.385 \times 0.3 \times 10^{-3}} = 1.44 \times 10^{-3} \text{ rad}$

(গ)

ডোরার সংখ্যা $\propto \frac{1}{\beta'} \propto \frac{\mu}{\lambda}$

তরলে (600 nm): $n' = 26 \times \frac{18}{13} = 36$টি

তরলে (450 nm): $n'' = 36 \times \frac{600}{450} = 48$টি

৩১. (ক)

$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right) = 0 \Rightarrow v = \frac{c^2\Delta t}{\Delta x}$

$v = \frac{9\times10^{16}\times20\times10^{-6}}{12\times10^{3}} = 1.5\times10^{8}\ ms^{-1} = 0.5c$

(খ)

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.5^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.75}}$

$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) = \frac{1}{\sqrt{0.75}}\left(12000 - 1.5\times10^{8}\times20\times10^{-6}\right)$

$\Delta x' = \frac{12000-3000}{0.866} = 10392\ m$

(গ)

$c\Delta t = 3\times10^{8}\times20\times10^{-6} = 6\ km$, যা $\Delta x = 12\ km$ এর চেয়ে ছোট

আলোও এই সময়ে দূরত্বটি অতিক্রম করতে পারে না, তাই কার্যকারণ সম্পর্ক সম্ভব নয়

$v > 0.5c$ হলে $\Delta t' < 0$ হয়, অর্থাৎ ($v < c$ হওয়া সাপেক্ষে) কোনো কোনো কাঠামোয় ঘটনা দুটির ক্রম উল্টে যেতে পারে

৩২. (ক)

$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1-0.8^2} = 0.6$

দৈর্ঘ্য $= 300\times0.6 = 180\ m$ এবং প্রস্থ $= 120\ m$ (অপরিবর্তিত)

ক্ষেত্রফল $A = 180\times120 = 21600\ m^2$

(খ)

গতির দিক বরাবর ব্যাসার্ধ সংকুচিত হয়: $1.5\times0.6 = 0.9\ km$; লম্ব দিকে ব্যাসার্ধ $1.5\ km$ অপরিবর্তিত

অতএব, এলাকাটি উপবৃত্তাকার, যার অর্ধ-অক্ষ $1.5\ km$ ও $0.9\ km$

$A = \pi\times1500\times900 = 4.24\times10^{6}\ m^2$

(গ)

নভোচারীর নিজস্ব সময় $t_0 = 15\times0.6 = 9$ বছর

নভোচারীর বয়স $= 28 + 9 = 37$ বছর

দোলনকাল $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1.2}{0.6} = 2\ s$

৩৩. (ক)

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.998^2}} = 15.82$

$T = \gamma T_0 = 15.82\times2.2 = 34.8\ \mu s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব $= vT = 0.998\times3\times10^{8}\times34.8\times10^{-6} = 10.42\ km$

যেহেতু $10.42\ km$ হলো $9\ km$ এর চেয়ে বেশি, মিউওন ভূপৃষ্ঠে পৌঁছাবে

(খ)

$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{9000}{15.82} = 568.9\ m$

সময় $= \frac{L}{v} = \frac{568.9}{0.998\times3\times10^{8}} = 1.9\ \mu s$, যা $2.2\ \mu s$ এর চেয়ে কম, তাই মিউওন ভূপৃষ্ঠে পৌঁছায়

পৃথিবীর কাঠামোয় ব্যাখ্যা কাল দীর্ঘায়ন, মিউওনের কাঠামোয় ব্যাখ্যা দৈর্ঘ্য সংকোচন; উভয় ক্ষেত্রে ফল একই

(গ)

$E = \gamma E_0 = 15.82\times106 = 1677\ MeV$

$K = E - E_0 = 1677 - 106 = 1571\ MeV$

অনাপেক্ষিক দূরত্ব $= vT_0 = 0.998\times3\times10^{8}\times2.2\times10^{-6} = 659\ m$

৩৪. (ক)

ধরি, ডান দিক ধনাত্মক; $v_{AC} = -0.3c$ এবং $u_{DA} = -0.5c$

$u_{DC} = \frac{u_{DA}+v_{AC}}{1+\frac{u_{DA}v_{AC}}{c^2}} = \frac{-0.5c-0.3c}{1+(0.5)(0.3)} = \frac{-0.8c}{1.15}$

$u_{DC} = -0.6957c$ (বামে)

(খ)

B এর সাপেক্ষে C ডানে $0.7c$ হলে C এর সাপেক্ষে B বামে $0.7c$, অর্থাৎ $v_{BC} = -0.7c$

$u_{DB} = \frac{u_{DC}-v_{BC}}{1-\frac{u_{DC}v_{BC}}{c^2}} = \frac{-0.6957c+0.7c}{1-(0.6957)(0.7)}$

$u_{DB} = \frac{0.0043c}{0.5130} = 0.00847c$ (ডানে)

(গ)

$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{u_{DB}^2}{c^2}}} = \frac{10}{\sqrt{1-0.00847^2}} = 10.0004\,\text{min} \approx 10\,\text{min}$

নিউটনীয় যোগে D এর বেগ C এর সাপেক্ষে $-0.3c - 0.5c = -0.8c$

B এর সাপেক্ষে D এর বেগ $= -0.8c - (-0.7c) = -0.1c$ (বামে)

আপেক্ষিক ফল $0.00847c$ (ডানে), নিউটনীয় ফল $0.1c$ (বামে); অর্থাৎ দুটি ফল দিক ও মান উভয় দিক থেকে ভিন্ন

৩৫. (ক)

$K = (\gamma - 1)E_0 = 2E_0 \Rightarrow \gamma = 3$

$v = c\sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = c\sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}c$

$v = 0.943 \times 3 \times 10^8 = 2.83 \times 10^8\,\text{ms}^{-1}$

(খ)

$\frac{m}{m_0} = \gamma = 1 + \frac{K}{E_0} = 1 + \frac{5}{0.511} = 10.78$ গুণ

$E = K + E_0 = 5 + 0.511 = 5.511\,\text{MeV}$

$pc = \sqrt{E^2 - E_0^2} = \sqrt{5.511^2 - 0.511^2} = 5.487\,\text{MeV}$

$p = 5.487\,\text{MeV}\,c^{-1}$

(গ)

প্রশ্নমতে, $(\gamma - 1)m_0c^2 = 1.5 \times \frac{1}{2}m_0v^2$

বা, $\gamma - 1 = 0.75\beta^2$

ধরি, $x = \beta^2$; তাহলে $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + 0.75x$

বা, $1 = (1 + 0.75x)^2(1 - x)$

বা, $0.5x - 0.9375x^2 - 0.5625x^3 = 0$

$x \neq 0$ হওয়ায় x দিয়ে ভাগ করে, $0.5625x^2 + 0.9375x - 0.5 = 0$

$x = \frac{-0.9375+\sqrt{0.9375^2+4\times0.5625\times0.5}}{2\times0.5625} = 0.425$

$\beta = \sqrt{0.425} = 0.652$

অতএব, $v = 0.652c$

৩৬. (ক)

$\sqrt{1-0.8^2} = 0.6$

দৈর্ঘ্য $= 12 \times 0.6 = 7.2\,\text{cm}$; প্রস্থ ও উচ্চতা অপরিবর্তিত

মাপ $7.2\,\text{cm} \times 6\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}$

$V = 7.2 \times 6 \times 6 = 259.2\,\text{cm}^3 = 2.592 \times 10^{-4}\,\text{m}^3$

(খ)

নিশ্চল আয়তন $V_0 = 12 \times 6 \times 6 = 432\,\text{cm}^3 = 4.32 \times 10^{-4}\,\text{m}^3$

$m_0 = \rho_0 V_0 = 8.9 \times 10^3 \times 4.32 \times 10^{-4} = 3.845\,\text{kg}$

$m = \frac{m_0}{0.6} = 6.408\,\text{kg}$

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6.408}{2.592\times10^{-4}} = \frac{\rho_0}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{8.9\times10^3}{0.36} = 2.47 \times 10^4\,\text{kgm}^{-3}$

(গ)

ঘনকাকৃতির জন্য সংকুচিত দৈর্ঘ্য $= 6\,\text{cm}$

$12\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 6 \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$

$v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866 \times 3 \times 10^8 = 2.6 \times 10^8\,\text{ms}^{-1}$

$\rho = \frac{\rho_0}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{\rho_0}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 4\rho_0 = 3.56 \times 10^4\,\text{kgm}^{-3}$

৩৭. (ক)

$\frac{hc}{\lambda} = \phi + K$ **... (i)**

$\frac{3hc}{\lambda} = \phi + 5K$ **... (ii)**

(ii) − (i) করে, $\frac{2hc}{\lambda} = 4K \Rightarrow K = \frac{hc}{2\lambda}$

(i) থেকে, $\phi = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{2\lambda} = \frac{hc}{2\lambda}$

$\phi = \frac{hc}{\lambda_0}$ হওয়ায় $\lambda_0 = 2\lambda$

(খ)

$\phi = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{1242.4\,\text{eVnm}}{800\,\text{nm}} = 1.55\,\text{eV}$

$K = \phi = 1.55\,\text{eV}$

(গ)

$v \propto \sqrt{K}$, সুতরাং $v_1 : v_2 = \sqrt{K} : \sqrt{5K} = 1 : \sqrt{5}$

$V_1 = \frac{K}{e} = 1.55\,\text{V}$

$V_2 = \frac{5K}{e} = 5 \times 1.55 = 7.75\,\text{V}$

৩৮. (ক)

$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626\times10^{-34}\times3\times10^8}{500\times10^{-9}} = 3.98 \times 10^{-19}\,\text{J} = 2.48\,\text{eV}$

$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.626\times10^{-34}}{500\times10^{-9}} = 1.33 \times 10^{-27}\,\text{kgms}^{-1}$

(খ)

$n = \frac{I}{E} = \frac{I\lambda}{hc} = \frac{1.4\times10^3}{3.98\times10^{-19}} = 3.52 \times 10^{21}\,\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$

(গ)

প্রতি সেকেন্ডে আপতিত ফোটন $= 2 \times 3.52 \times 10^{21} = 7.04 \times 10^{21}\,\text{s}^{-1}$

প্রতি সেকেন্ডে মুক্ত ইলেকট্রন $= 0.001 \times 7.04 \times 10^{21} = 7.04 \times 10^{18}\,\text{s}^{-1}$

$I = ne = 7.04 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.13\,\text{A}$

৩৯. (ক)

$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos 90°) = \frac{6.626\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times3\times10^{8}} = 2.43 \times 10^{-12}\,\text{m} = 0.0243\,\text{Å}$

$\lambda' = 2000 + 0.0243 = 2000.024\,\text{Å}$

$E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{1242.4\,\text{eVnm}}{200.0024\,\text{nm}} = 6.212\,\text{eV}$

(খ)

$K_{max} = E' - \phi = 6.212 - 4.5 = 1.712\,\text{eV}$

$v = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.712\times1.6\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}} = 7.76 \times 10^{5}\,\text{ms}^{-1}$

(গ)

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2.43\times10^{-12}}{2\times10^{-7}} \times 100 = 1.21 \times 10^{-3}\%$, যা অতি নগণ্য

$0.05\,\text{nm}$ এক্স-রের জন্য $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2.43\times10^{-3}}{0.05} \times 100 = 4.85\%$

$\Delta\lambda$ একটি ধ্রুবক $(\frac{h}{m_0 c})$ হওয়ায় কেবল ক্ষুদ্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যে (এক্স-রে) আপেক্ষিক পরিবর্তন পরিমাপযোগ্য হয়

৪০. (ক)

আমরা জানি, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

বা, $m^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2$

বা, $m^2c^2 - m^2v^2 = m_0^2c^2$

c^2 দিয়ে গুণ করে, $m^2c^4 = m^2v^2c^2 + m_0^2c^4$

$E = mc^2$ এবং $p = mv$ বসিয়ে, $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

(খ)

$K = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right]$

দ্বিপদী বিস্তৃতি: $(1-x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{x}{2}$, যেখানে $x = \frac{v^2}{c^2} \ll 1$

$K \approx m_0c^2 \times \frac{v^2}{2c^2} = \frac{1}{2}m_0v^2$

(গ)

এখানে, $E = 25\,\text{J}$ এবং $pc = 20\,\text{J}$

$m_0c^2 = \sqrt{E^2 - p^2c^2} = \sqrt{625 - 400} = 15\,\text{J}$

অতএব, নিশ্চল ভর $m_0 = 15\,\text{J}\,c^{-2}$

$\frac{v}{c} = \frac{pc}{E} = \frac{20}{25} = 0.8$

বেগ $v = 0.8c$

$K = E - m_0c^2 = 25 - 15 = 10\,\text{J}$

Chemistry

২০০ নম্বর

৪১. (ক) আমরা জানি, $C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

হিলিয়ামের জন্য, $T_1 = 127 + 273 = 400\,\text{K}$, $M_1 = 0.004\,\text{kgmol}^{-1}$

$\therefore C_{He} = \sqrt{\frac{3\times8.314\times400}{0.004}} = 1579.3\,\text{ms}^{-1}$

নাইট্রোজেনের জন্য, $T_2 = -73 + 273 = 200\,\text{K}$, $M_2 = 0.028\,\text{kgmol}^{-1}$

$\therefore C_{N_2} = \sqrt{\frac{3\times8.314\times200}{0.028}} = 422.1\,\text{ms}^{-1}$

(খ) $\frac{C_{He}}{C_{N_2}} = \frac{1579.3}{422.1} = 3.742$

আবার, $\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}} \times \sqrt{\frac{M_2}{3RT_2}} = \sqrt{\frac{T_1M_2}{T_2M_1}}$

মান বসিয়ে, $\sqrt{\frac{T_1M_2}{T_2M_1}} = \sqrt{\frac{400\times28}{200\times4}} = \sqrt{14} = 3.742$

অতএব, উভয় মান সমান, অর্থাৎ অনুপাতটি $\sqrt{\frac{T_1M_2}{T_2M_1}}$ এর সমান — প্রমাণিত

৪২. (ক) আমরা জানি, $\rho = \frac{PM}{RT}$

$\therefore \rho = \frac{1\times28}{0.0821\times300} = 1.1368\,gL^{-1}$

(খ) এখানে, $\rho = 1.1368\,gL^{-1} = 1.1368\,kgm^{-3}$, $P = 101325\,Pa$

$P = \frac{1}{3}\rho C^2$ থেকে, $C = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

$\therefore C = \sqrt{\frac{3\times101325}{1.1368}} = 517.1\,ms^{-1}$

(গ) এখানে, $T_1 = 300\,K$, $T_2 = 127 + 273 = 400\,K$

আমরা জানি, $C \propto \sqrt{T}$

$\therefore C_2 = C_1 \times \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 517.1 \times \sqrt{\frac{400}{300}} = 597.1\,ms^{-1}$

৪৩. (ক) এখানে, $V = 0.5\,cm^3 = 5\times10^{-4}\,L$, $T = -33 + 273 = 240\,K$, $P = 0.2\,atm$

আমরা জানি, $n = \frac{PV}{RT}$

$\therefore n = \frac{0.2\times5\times10^{-4}}{0.0821\times240} = 5.075\times10^{-6}\,mol$

পরমাণুর সংখ্যা $= 5.075\times10^{-6}\times6.023\times10^{23} = 3.057\times10^{18}$ টি

(খ) ভর $= 5.075\times10^{-6}\times20.18 = 1.024\times10^{-4}\,g$

৪৪. (ক) এখানে, $P = \frac{950}{760} = 1.25\,atm$, $V = 2.0\,L$, $T = 47 + 273 = 320\,K$

$\therefore n = \frac{PV}{RT} = \frac{1.25\times2.0}{0.0821\times320} = 0.09516\,mol$

অণুর সংখ্যা $= 0.09516\times6.023\times10^{23} = 5.731\times10^{22}$ টি

(খ) প্রমাণ অবস্থায় 1 mol গ্যাসের আয়তন 22.4 L

$\therefore V_{STP} = 0.09516\times22.4 = 2.132\,L$

৪৫. গোলকের আয়তন ব্যাসের ঘনের সমানুপাতিক, অর্থাৎ $V \propto d^3$

$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{1.2}{2.0}\right)^3 = 0.216$

এখানে, $P_1 = 100\,kPa$, $T_1 = 27 + 273 = 300\,K$, $T_2 = -33 + 273 = 240\,K$

আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$\therefore P_2 = P_1 \times \frac{V_1}{V_2} \times \frac{T_2}{T_1} = 100\times0.216\times\frac{240}{300} = 17.28\,kPa$

অতএব, ঐ উচ্চতায় বেলুনের অভ্যন্তরীণ চাপ 17.28 kPa

৪৬. বিক্রিয়া: $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2$

(ক) এখানে, $P = \frac{745}{760}\,atm$, $V = 1.20\,L$, $T = 30 + 273.15 = 303.15\,K$

$\therefore n_{H_2} = \frac{PV}{RT} = \frac{\frac{745}{760}\times1.20}{0.0821\times303.15} = 0.04726\,mol$

বিক্রিয়া অনুসারে, 1 mol H_2 পেতে 1 mol Mg লাগে

$\therefore m_{Mg} = 0.04726\times24.3 = 1.148\,g$

(খ) বিক্রিয়া অনুসারে, 1 mol H_2 পেতে 2 mol HCl লাগে

$\therefore n_{HCl} = 2\times0.04726 = 0.0945\,mol$

৪৭. এখানে, $P = 1\,atm$, $V = 139.9\,mL = 0.1399\,L$, $T = 27 + 273 = 300\,K$

$\therefore n = \frac{PV}{RT} = \frac{1\times0.1399}{0.0821\times300} = 0.005680\,mol$

$M = \frac{0.25}{0.005680} = 44\,gmol^{-1}$

হাইড্রোজেন $= 100 - 81.82 = 18.18\%$

$C : H = \frac{81.82}{12} : \frac{18.18}{1} = 6.818 : 18.18 = 1 : 2.667 = 3 : 8$

স্থূল সংকেত C_3H_8; স্থূল সংকেত ভর $= 3\times12 + 8 = 44$

$\therefore \frac{M}{44} = \frac{44}{44} = 1$

অতএব, আণবিক সংকেত C_3H_8

৪৮. (ক) একই আয়তনের জন্য ব্যাপন সময় $t \propto \sqrt{M}$

$\therefore \frac{t_X}{t_{SO_2}} = \sqrt{\frac{M_X}{M_{SO_2}}}$

$\therefore M_X = 64 \times \left(\frac{180}{216}\right)^2 = 44.44 \approx 44$

CO_2 ও N_2O উভয়ের আণবিক ভর 44 এবং NO_2 এর আণবিক ভর 46

সুতরাং, X গ্যাসটি NO_2 নয়; এটি CO_2 অথবা N_2O (শুধু ব্যাপন হার দিয়ে এ দুটিকে আলাদা করা যায় না)

(খ) $\frac{t_{He}}{t_{SO_2}} = \sqrt{\frac{M_{He}}{M_{SO_2}}}$

$\therefore t_{He} = 216 \times \sqrt{\frac{4}{64}} = 54\ s$

৪৯. (ক) $n_{H_2} = \frac{500}{2} = 250\ mol$, $T = 27 + 273 = 300\ K$

আমরা জানি, $P = \frac{nRT}{V}$

$\therefore P_A = \frac{250 \times 0.0821 \times 300}{30} = 205.25\ atm$

$\therefore P_B = \frac{250 \times 0.0821 \times 300}{60} = 102.63\ atm$

(খ) $P_A = 205.25\ atm > 120\ atm$, তাই A সিলিন্ডার অনিরাপদ

$P_B = 102.63\ atm < 200\ atm$, তাই B সিলিন্ডার নিরাপদ

অতএব, B সিলিন্ডারটি ব্যবহার নিরাপদ

৫০. প্রকোষ্ঠের তাপমাত্রা বৃদ্ধি জ্বালানির ভরের সমানুপাতিক

0.6 g জ্বালানিতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি $= 1.5 \times \frac{0.6}{0.2} = 4.5°C$

এখানে, $T_1 = 20 + 273.15 = 293.15\ K$, $T_2 = 293.15 + 4.5 = 297.65\ K$, $P_1 = 30\ atm$

আয়তন ও মোল সংখ্যা স্থির, তাই $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

$\therefore P_2 = 30 \times \frac{297.65}{293.15} = 30.46\ atm$

অতএব, দহন শেষে প্রকোষ্ঠে O_2 এর চাপ 30.46 atm

৫১. এখানে, $V_X = 600\ cm^3 = 0.6\ L$, $P_Y = \frac{900}{760} = 1.1842\ atm$, $V = 5\ L$

20°C তাপমাত্রায় 5 L পাত্রে, $p_X = \frac{3.0 \times 0.6}{5} = 0.36\ atm$

$p_Y = \frac{1.1842 \times 1.5}{5} = 0.3553\ atm$

$\therefore P = p_X + p_Y = 0.36 + 0.3553 = 0.7153\ atm$

80°C এ, $T_1 = 20 + 273.15 = 293.15\ K$, $T_2 = 80 + 273.15 = 353.15\ K$

আয়তন স্থির, তাই $P' = P \times \frac{T_2}{T_1} = 0.7153 \times \frac{353.15}{293.15} = 0.8617\ atm$

অতএব, 20°C এ চাপ 0.7153 atm এবং 80°C এ চাপ 0.8617 atm

৫২. সিলিন্ডারের চাপ 1.2 atm হলে আর গ্যাস বের হয় না

বয়েলের সূত্রানুসারে, 1.2 atm চাপে মোট গ্যাসের আয়তন $= \frac{150 \times 20}{1.2} = 2500\ dm^3$

সিলিন্ডারে অবশিষ্ট গ্যাসের আয়তন $= 20\ dm^3$

$\therefore$ বেলুন পূরণে ব্যবহারযোগ্য গ্যাসের আয়তন $= 2500 - 20 = 2480\ dm^3$

$\therefore$ বেলুনের সংখ্যা $= \frac{2480}{5} = 496$ টি

অতএব, 496 টি বেলুন পূর্ণ করা যাবে

৫৩. ধরি, A এর ব্যাস d_A, তাহলে B এর ব্যাস $d_B = \frac{d_A}{3}$

$V \propto d^3$ হওয়ায় $\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^3 = 3^3 = 27$

এখানে, $P_A = 2\ atm$, $T_A = 300\ K$, $T_B = 87 + 273 = 360\ K$

আমরা জানি, $\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B}$

$\therefore P_B = P_A \times \frac{V_A}{V_B} \times \frac{T_B}{T_A} = 2 \times 27 \times \frac{360}{300} = 64.8\ atm$

অতিরিক্ত চাপ $= 64.8 - 2 = 62.8\ atm$

অতএব, B এর অভ্যন্তরীণ চাপ 64.8 atm এবং A এর তুলনায় অতিরিক্ত চাপ 62.8 atm

৫৪. (ক) একটি অণুর ভর $= \frac{1.4618\times10^{-21}}{20} = 7.309\times10^{-23}\ g$

$\therefore M = 7.309\times10^{-23}\times6.023\times10^{23} = 44.02\ gmol^{-1}$

(খ) আমরা জানি, $d = \frac{PM}{RT}$

$\therefore d = \frac{2.0\times44.02}{0.0821\times300} = 3.575\ gL^{-1}$

৫৫. এখানে, মোট চাপ = 99.5 kPa, জলীয় বাষ্পের চাপ = 2.64 kPa

$\therefore$ শুষ্ক N_2 এর চাপ $P_1 = 99.5 - 2.64 = 96.86\ kPa$

আবার, $V_1 = 600\ cm^3$, $T_1 = 22 + 273.15 = 295.15\ K$; প্রমাণ অবস্থায় $P_0 = 101.325\ kPa$, $T_0 = 273.15\ K$

আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_0V_0}{T_0}$

$\therefore V_0 = \frac{P_1V_1}{T_1}\times\frac{T_0}{P_0} = \frac{96.86\times600}{295.15}\times\frac{273.15}{101.325} = 530.8\ cm^3$

প্রমাণ অবস্থায় 1 mol গ্যাসের আয়তন $22414\ cm^3$

$\therefore m = \frac{530.8}{22414}\times28 = 0.6631\ g$

অতএব, প্রমাণ অবস্থায় শুষ্ক গ্যাসের আয়তন $530.8\ cm^3$ ও ভর 0.6631 g

৫৬. (ক) এখানে, $n = 1.8\ mol$, $V = 2.0\ L$, $T = 47 + 273 = 320\ K$

ভ্যান্ডার ওয়ালস সমীকরণ থেকে, $P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}$

$\frac{nRT}{V-nb} = \frac{1.8\times0.0821\times320}{2.0-1.8\times0.0427} = \frac{47.29}{1.9231} = 24.590\ atm$

$\frac{an^2}{V^2} = \frac{3.59\times(1.8)^2}{(2.0)^2} = 2.908\ atm$

$\therefore P = 24.590 - 2.908 = 21.682\ atm$

(খ) সংকোচনশীলতা গুণাঙ্ক, $Z = \frac{PV}{nRT} = \frac{21.682\times2.0}{1.8\times0.0821\times320} = 0.917$

$Z < 1$ হওয়ায় গ্যাসটির ঋণাত্মক বিচ্যুতি ঘটেছে; এখানে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল প্রাধান্য পায়

৫৭. (ক) এখানে, $n = \frac{14}{28} = 0.5\ mol$, $V = 6\ dm^3 = 6\times10^{-3}\ m^3$, $T = 15 + 273.15 = 288.15\ K$, $Z = 0.96$

আমরা জানি, $Z = \frac{PV}{nRT}$

$\therefore P = \frac{ZnRT}{V} = \frac{0.96\times0.5\times8.314\times288.15}{6\times10^{-3}} = 1.917\times10^5\ Pa$

(খ) আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $Z = 1$

$\therefore P_{ideal} = \frac{nRT}{V} = \frac{0.5\times8.314\times288.15}{6\times10^{-3}} = 1.996\times10^5\ Pa$

৫৮. (ক) $NH_4Cl \rightarrow NH_4^+ + Cl^-$

$NH_4^+ + H_2O \rightleftharpoons NH_3 + H_3O^+$

NH_4^+ হলো দুর্বল ক্ষারক NH_3 এর অনুবন্ধী অম্ল; এটি পানিকে প্রোটন দান করে H_3O^+ এর ঘনমাত্রা বাড়ায়

Cl^- হলো তীব্র এসিড HCl এর অনুবন্ধী ক্ষারক, তাই কার্যত নিষ্ক্রিয়

অতএব, দ্রবণ অম্লীয়

(খ) $Na_2CO_3 \rightarrow 2Na^+ + CO_3^{2-}$

$CO_3^{2-} + H_2O \rightleftharpoons HCO_3^- + OH^-$

CO_3^{2-} হলো দুর্বল অম্ল HCO_3^- এর অনুবন্ধী ক্ষারক; এটি পানি থেকে প্রোটন গ্রহণ করে OH^- এর ঘনমাত্রা বাড়ায়

অতএব, দ্রবণ ক্ষারীয়

৫৯. (ক) $CaSO_4$ (M = 136) স্থায়ী খরতা সৃষ্টি করে এবং $CaCO_3$ এর আণবিক ভর 100

স্থায়ী খরতা $= 136\times\frac{100}{136} = 100\ ppm$

$Mg(HCO_3)_2$ (M = 146) অস্থায়ী খরতা সৃষ্টি করে

অস্থায়ী খরতা $= 73\times\frac{100}{146} = 50\ ppm$

মোট খরতা = 100 + 50 = 150 ppm

(খ) পানি ফুটালে, $Mg(HCO_3)_2 \xrightarrow{\Delta} MgCO_3\downarrow + H_2O + CO_2\uparrow$

ফলে দ্রবীভূত বাইকার্বনেট অধঃক্ষিপ্ত হয়ে অস্থায়ী খরতা দূর হয়

৬০. (ক) $F_3B+ : NH_3 \rightarrow F_3B \leftarrow NH_3$

BF_3 এ B এর যোজ্যতা স্তরে অষ্টক অপূর্ণ (6 টি ইলেকট্রন), তাই এটি ইলেকট্রন জোড় গ্রহীতা, অর্থাৎ লুইস এসিড

NH_3 এর N এ একটি নিঃসঙ্গ ইলেকট্রন জোড় আছে, যা দান করতে পারে; তাই এটি লুইস ক্ষারক

নিঃসঙ্গ জোড় দানের ফলে B ও N এর মধ্যে সন্নিবেশ সমযোজী বন্ধন গঠিত হয়

(খ) আরহেনিয়াস মতে ক্ষারক অণুতে OH^- থাকতে হবে এবং জলীয় দ্রবণে OH^- দিতে হবে; NH_3 অণুতে OH নেই

ব্রনস্টেড-লাউরি মতে প্রোটন গ্রহণকারীই ক্ষারক: $NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$

NH_3 পানি থেকে প্রোটন গ্রহণ করে, তাই এটি ব্রনস্টেড-লাউরি ক্ষারক