Mathematics

২০০ নম্বর

১. $|x-3| \geq 0$, তাই অসমতা সিদ্ধ হতে হলে $2x > 0 \Rightarrow x > 0$
$2x > 0$ বলে $|x-3| < 2x \Rightarrow -2x < x-3 < 2x$
বাম অংশ: $-2x < x-3 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1$ **.....(i)**
ডান অংশ: $x-3 < 2x \Rightarrow x > -3$ **.....(ii)**
(i), (ii) ও $x > 0$ এর ছেদ নিয়ে পাই, $x > 1$
সুতরাং, $S = (1, \infty)$
সংখ্যারেখায় 1 বিন্দুটি ফাঁকা বৃত্ত দ্বারা চিহ্নিত করে ডানদিকে অসীম পর্যন্ত গাঢ় করতে হবে।



২. সংকট বিন্দু $x = -1$ ও $x = 2$
(i) $x < -1$: $-(x+1) + (2-x) \leq 5 \Rightarrow 1 - 2x \leq 5 \Rightarrow x \geq -2$; অতএব $-2 \leq x < -1$
(ii) $-1 \leq x < 2$: $(x+1) + (2-x) = 3 \leq 5$, যা সর্বদা সত্য; অতএব $-1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$: $(x+1) + (x-2) \leq 5 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$; অতএব $2 \leq x \leq 3$
সুতরাং, $S = [-2, -1) \cup [-1, 2) \cup [2, 3] = [-2, 3]$
সংখ্যারেখায় -2 ও 3 ভরাট বৃত্ত দ্বারা চিহ্নিত করে মধ্যবর্তী অংশ গাঢ় করতে হবে।



৩. এখানে $x \neq 2$।
$\frac{3x+1}{x-2} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x+1-2x+4}{x-2} < 0 \Rightarrow \frac{x+5}{x-2} < 0$
সংকট বিন্দু -5 ও 2। চিহ্ন পরীক্ষা করে পাই,
$x < -5$: ধনাত্মক; $-5 < x < 2$: ঋণাত্মক; $x > 2$: ধনাত্মক
কঠোর অসমতা, তাই প্রান্তবিন্দু বাদ। সুতরাং, $S = (-5, 2)$

৪. বিপরীতক্রমে ধরি, $\log_2 3$ মূলদ। $3 > 1$ বলে $\log_2 3 > 0$, তাই $\log_2 3 = \frac{p}{q}$; যেখানে p, q ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।
$\log_2 3 = \frac{p}{q} \Rightarrow 2^{p/q} = 3 \Rightarrow 2^p = 3^q$
$p \geq 1$ বলে 2^p জোড়, কিন্তু 3^q বিজোড়। জোড় ও বিজোড় সংখ্যা সমান হতে পারে না $\Rightarrow$ বিরোধ।
অতএব, $\log_2 3$ একটি অমূলদ সংখ্যা **(প্রমাণিত)**।

৫. বামপক্ষ ≥ 0, তাই $x+1>0 \Rightarrow x>-1$ আবশ্যক।
$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$
$\therefore |x^2-3x-4|=|x-4|\cdot|x+1|=|x-4|(x+1)$ [$\because x+1>0$]
$|x-4|(x+1)<x+1$; ধনাত্মক $x+1$ দ্বারা ভাগ করে পাই,
$|x-4|<1 \Rightarrow -1<x-4<1 \Rightarrow 3<x<5$
এই ব্যবধিতে $x>-1$ সিদ্ধ। সুতরাং, $S=(3,5)$

৬. $|x-2|<\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3}<x-2<\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{3}<x<\frac{7}{3}$
(ক) $\frac{5}{3}+1<x+1<\frac{7}{3}+1 \Rightarrow \frac{8}{3}<x+1<\frac{10}{3}$
সব পদ ধনাত্মক, বিপরীত করলে অসমতার চিহ্ন উল্টে যায়: $\frac{3}{10}<\frac{1}{x+1}<\frac{3}{8}$ (প্রমাণিত)
(খ) $\frac{11}{3}<x+2<\frac{13}{3} \Rightarrow |x+2|<\frac{13}{3}$
$\therefore |x^2-4|=|x-2|\cdot|x+2|<\frac{1}{3}\times\frac{13}{3}=\frac{13}{9}$ (প্রমাণিত)

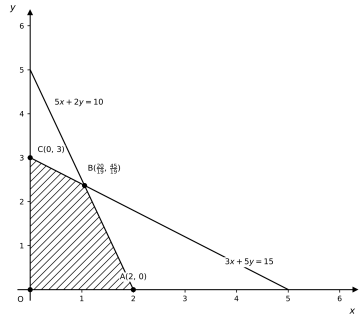
৭. ধনাত্মক u, v এর জন্য $\frac{u}{v}+\frac{v}{u}-2=\frac{u^2+v^2-2uv}{uv}=\frac{(u-v)^2}{uv}\geq 0$
$\Rightarrow \frac{u}{v}+\frac{v}{u}\geq 2$ .....(*)
(ক) $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=1+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1=2+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 2+2=4$ (প্রমাণিত)
(খ) $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=3+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)$
(*) থেকে প্রতিটি বন্ধনী ≥ 2; অতএব রাশিটি $\geq 3+2+2+2=9$ (প্রমাণিত)
সমতা যথাক্রমে $a=b$ এবং $a=b=c$ হলে।

৮. ডোমেন: $2x+5\geq 0 \Rightarrow x\geq -\frac{5}{2}$
বামপক্ষ ≥ 0, কঠোর অসমতার জন্য $x+1>0 \Rightarrow x>-1$ (এতে ডোমেন শর্তও সিদ্ধ)
উভয়পক্ষ অঋণাত্মক, বর্গ করে পাই, $2x+5<x^2+2x+1 \Rightarrow x^2>4$
$\Rightarrow x<-2$ অথবা $x>2$
$x>-1$ এর সাথে ছেদ নিয়ে পাই, $x>2$
($x=2$ এ উভয়পক্ষ 3, তাই অসমতা সিদ্ধ হয় না।)
সুতরাং, $S=(2,\infty)$

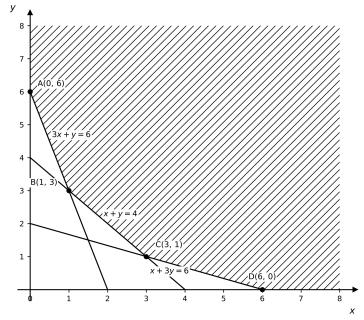
৯. এখানে $x\neq 3$। $(x-1)^2\geq 0$, যা কেবল $x=1$ এ শূন্য।
$x=1$ হলে রাশিটি 0, অসমতা সিদ্ধ; অতএব $x=1$ একটি সমাধান।
$x\neq 1$ হলে $(x-1)^2>0$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x+2}{x-3}\geq 0$
চিহ্ন: $x<-2$: ধনাত্মক; $-2<x<3$: ঋণাত্মক; $x>3$: ধনাত্মক; $x=-2$ এ মান 0 (গ্রহণযোগ্য)
$\Rightarrow x\leq -2$ অথবা $x>3$
সুতরাং, $S=(-\infty,-2]\cup\{1\}\cup(3,\infty)$

১০. উভয়পক্ষ অঋণাত্মক, বর্গ করে পাই, $(x-1)^2>(2x+3)^2$
$x^2-2x+1>4x^2+12x+9 \Rightarrow 3x^2+14x+8<0$
$\Rightarrow 3x^2+12x+2x+8<0 \Rightarrow 3x(x+4)+2(x+4)<0 \Rightarrow (3x+2)(x+4)<0$
গুণফল ঋণাত্মক হবে যখন x মূলদ্বয়ের মধ্যে থাকে: $-4<x<-\frac{2}{3}$
সুতরাং, $S=\left(-4,-\frac{2}{3}\right)$

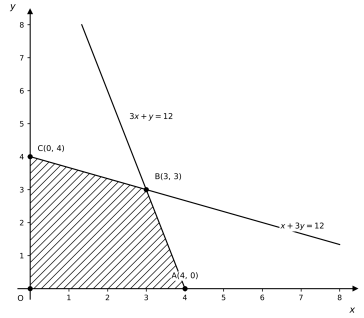
১১. সীমারেখা: $3x + 5y = 15$ রেখা $(5, 0), (0, 3)$ বিন্দুগামী; $5x + 2y = 10$ রেখা $(2, 0), (0, 5)$ বিন্দুগামী। উভয় অঞ্চল মূলবিন্দুর দিকে।
ছেদবিন্দু: $2(3x + 5y) - 5(5x + 2y) = 30 - 50 \Rightarrow -19x = -20 \Rightarrow x = \frac{20}{19}$
$y = \frac{1}{5}\left(15 - \frac{60}{19}\right) = \frac{45}{19}$, অতএব $B\left(\frac{20}{19}, \frac{45}{19}\right)$
কৌণিক বিন্দু: $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, B, $C(0, 3)$
Z এর মান: O: 0; A: 10; B: $\frac{100}{19} + \frac{135}{19} = \frac{235}{19}$; C: 9
সুতরাং, $x = \frac{20}{19}$, $y = \frac{45}{19}$ বিন্দুতে $Z_{max} = \frac{235}{19}$



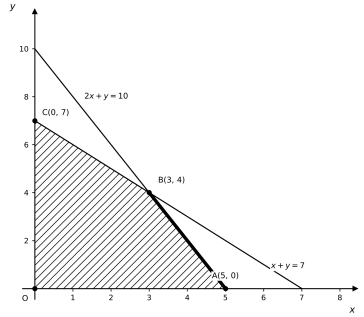
১২. সীমারেখা: $3x + y = 6$ (বিন্দু $(2, 0), (0, 6)$); $x + y = 4$ (বিন্দু $(4, 0), (0, 4)$); $x + 3y = 6$ (বিন্দু $(6, 0), (0, 2)$)। সব অঞ্চল মূলবিন্দুর বিপরীত দিকে।
$3x + y = 6$ ও $x + y = 4$ থেকে $2x = 2$, অতএব $B(1, 3)$; $x + y = 4$ ও $x + 3y = 6$ থেকে $2y = 2$, অতএব $C(3, 1)$
অক্ষের উপর: $A(0, 6)$, $D(6, 0)$
Z এর মান: A: 24; B: $6 + 12 = 18$; C: $18 + 4 = 22$; D: 36
অঞ্চলটি অসীম, কিন্তু $Z = (3x + y) + 3(x + y) \geq 6 + 12 = 18$ (কারণ $3x + y \geq 6$ ও $x + y \geq 4$)
সুতরাং, $x = 1$, $y = 3$ বিন্দুতে $Z_{min} = 18$



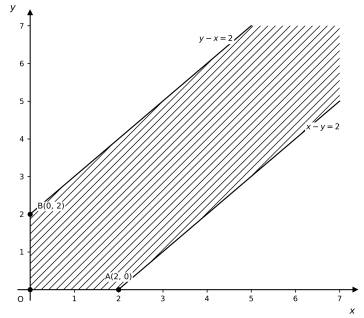
১৩. ধরি, প্রতিদিন xটি নাট ও yটি বোল্ট তৈরি হয়। সর্বোচ্চকরণ: $Z = 35x + 14y$
শর্ত: $x + 3y \leq 12$ (M_1), $3x + y \leq 12$ (M_2), $x, y \geq 0$
$x + 3y = 12$: $(12, 0), (0, 4)$; $3x + y = 12$: $(4, 0), (0, 12)$
ছেদবিন্দু: $3(x + 3y) - (3x + y) = 36 - 12 \Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow y = 3$, $x = 3$, অতএব $B(3, 3)$
কৌণিক বিন্দু: $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(3, 3)$, $C(0, 4)$
Z এর মান: O: 0; A: 140; B: $105 + 42 = 147$; C: 56
সুতরাং, প্রতিদিন 3টি নাট ও 3টি বোল্ট তৈরি করলে সর্বোচ্চ লাভ 147 টাকা।



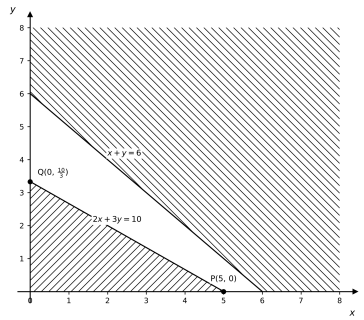
১৪. সীমারেখা: $2x + y = 10$ (বিন্দু $(5, 0), (0, 10)$); $x + y = 7$ (বিন্দু $(7, 0), (0, 7)$)। উভয় অঞ্চল মূলবিন্দুর দিকে।
ছেদবিন্দু: $(2x + y) - (x + y) = 10 - 7 \Rightarrow x = 3, y = 4$, অতএব $B(3, 4)$
কৌণিক বিন্দু: $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(3, 4)$, $C(0, 7)$
Z এর মান: O: 0; A: 30; B: $18 + 12 = 30$; C: 21
$Z = 6x + 3y = 3(2x + y) \leq 30$, অর্থাৎ উদ্দেশ্য ফাংশনের রেখা সীমারেখা $2x + y = 10$ এর সমান্তরাল এবং AB রেখাংশের প্রতিটি বিন্দুতে $Z = 3 \times 10 = 30$
সুতরাং, $Z_{max} = 30$ এবং AB রেখাংশের প্রতিটি বিন্দু সর্বোত্তম সমাধান:
$(x, y) = (5 - 2t, 4t)$, $0 \leq t \leq 1$; অর্থাৎ অসংখ্য সর্বোত্তম সমাধান আছে।



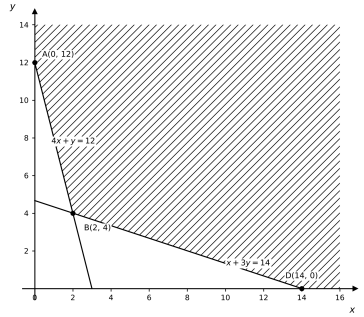
১৫. সীমারেখা: $x - y = 2$ (বিন্দু $(2, 0), (0, -2)$); $y - x = 2$ (বিন্দু $(0, 2), (-2, 0)$)। রেখা দুটি সমান্তরাল; $(0, 0)$ বসালে উভয় শর্ত সত্য, তাই অঞ্চলটি রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী অসীম ফালি।
কৌণিক বিন্দু: $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(0, 2)$
(k, k), $k \geq 0$ বিন্দুগুলো সব শর্ত সিদ্ধ করে এবং সেখানে $Z_1 = 2k \to \infty$। অতএব Z_1 এর সর্বোচ্চ মান নেই (দেখানো হলো)।
প্রথম শর্ত থেকেই $Z_2 = x - y \leq 2$ এবং $A(2, 0)$ বিন্দুতে $Z_2 = 2$; তাই সর্বোচ্চ মান বিদ্যমান।
সুতরাং, $(Z_2)_{max} = 2$, যা $x - y = 2$ রশ্মির প্রতিটি বিন্দু $(2 + t, t)$, $t \geq 0$ তে পাওয়া যায়।



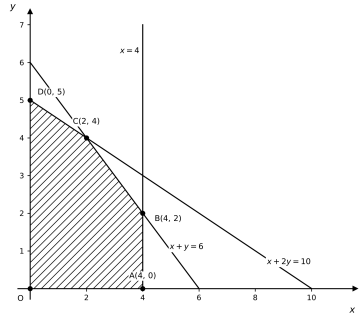
১৬. $2x + 3y \leq 10$, $x, y \geq 0$ এর অঞ্চল $O(0, 0)$, $P(5, 0)$, $Q\left(0, \frac{10}{3}\right)$ শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজ।
$x + y = 6$ রেখা $(6, 0), (0, 6)$ বিন্দুগামী এবং $x + y \geq 6$ এর অঞ্চল মূলবিন্দুর বিপরীত দিকে।
বীজগাণিতিকভাবে, $y \geq 0$ বলে $2(x + y) = 2x + 2y \leq 2x + 3y \leq 10 \Rightarrow x + y \leq 5$
কিন্তু শর্ত $x + y \geq 6$, যা বিরোধী। সম্ভাব্য অঞ্চল ফাঁকা।
অতএব, সমস্যাটির কোনো সম্ভাব্য সমাধান নেই (প্রমাণিত)।



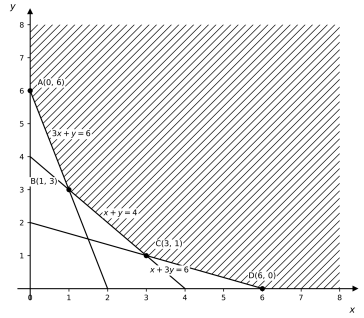
১৭. ধরি, x প্যাকেট F_1 ও y প্যাকেট F_2 কেনা হয়। ন্যূনতমকরণ: $C = 60x + 80y$
শর্ত: $4x + y \geq 12$ (আয়রন), $x + 3y \geq 14$ (ভিটামিন), $x, y \geq 0$
$4x + y = 12$: $(3, 0), (0, 12)$; $x + 3y = 14$: $(14, 0), \left(0, \frac{14}{3}\right)$
ছেদবিন্দু: $y = 12 - 4x \Rightarrow x + 36 - 12x = 14 \Rightarrow x = 2$, $y = 4$, অতএব $B(2, 4)$
কৌণিক বিন্দু: $A(0, 12)$, $B(2, 4)$, $D(14, 0)$
খরচের মান: A: 960; B: $120 + 320 = 440$; D: 840
সুতরাং, 2 প্যাকেট F_1 ও 4 প্যাকেট F_2 কিনলে ন্যূনতম খরচ 440 টাকা।



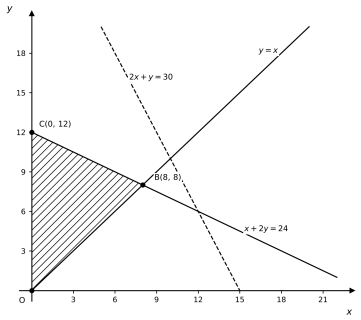
১৮. সীমারেখা: $x + 2y = 10$ (বিন্দু $(10, 0), (0, 5)$); $x + y = 6$ (বিন্দু $(6, 0), (0, 6)$); $x = 4$ (y-অক্ষের সমান্তরাল)। সব অঞ্চল মূলবিন্দুর দিকে।
$x = 4$ ও $x + y = 6$ থেকে $B(4, 2)$; $x + y = 6$ ও $x + 2y = 10$ থেকে $y = 4$, অতএব $C(2, 4)$
অক্ষের উপর: $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $D(0, 5)$
Z এর মান: O: 0; A: 12; B: $12 + 8 = 20$; C: $6 + 16 = 22$; D: 20
সুতরাং, $x = 2$, $y = 4$ বিন্দুতে $Z_{max} = 22$



১৯. সম্ভাব্য অঞ্চলের কৌণিক বিন্দু $A(0, 6)$, $B(1, 3)$, $C(3, 1)$, $D(6, 0)$; অঞ্চলটি অসীম। $k > 0$ বলে Z এর উভয় সহগ ধনাত্মক, তাই সর্বনিম্ন মান নিচের সীমার কোনো কৌণিক বিন্দুতে।
$Z_A = 6$, $Z_B = k + 3$, $Z_C = 3k + 1$, $Z_D = 6k$
কেবল B তে সর্বনিম্ন হতে হলে,
$Z_B < Z_A \Rightarrow k + 3 < 6 \Rightarrow k < 3$
$Z_B < Z_C \Rightarrow k + 3 < 3k + 1 \Rightarrow k > 1$
$Z_B < Z_D \Rightarrow k + 3 < 6k \Rightarrow k > \frac{3}{5}$ (যা $k > 1$ হলে আপনা-আপনি সিদ্ধ)
সুতরাং, $1 < k < 3$



২০. ধরি, প্রতিদিন xটি টেবিল ও yটি চেয়ার। সর্বোচ্চকরণ: $Z = 50x + 30y$
কাঠ: $4x + 2y \leq 60 \Rightarrow 2x + y \leq 30$; শ্রম: $2x + 4y \leq 48 \Rightarrow x + 2y \leq 24$
চেয়ারের সংখ্যা টেবিলের চেয়ে কম নয়: $y \geq x$; এবং $x, y \geq 0$
$y = x$ ও $x + 2y = 24$ থেকে $3x = 24$, অতএব $B(8, 8)$
$x + 2y = 24$ রেখা y-অক্ষকে $C(0, 12)$ বিন্দুতে ছেদ করে। অঞ্চলটি $O(0, 0)$, $B(8, 8)$, $C(0, 12)$ শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজ।
$y \geq x \Rightarrow 2x + y \leq x + 2y \leq 24 < 30$
অর্থাৎ কাঠের শর্ত $2x + y \leq 30$ অন্য শর্তগুলো থেকেই সিদ্ধ হয়, তাই এটি অপ্রয়োজনীয় (দেখানো হলো)।
Z এর মান: O: 0; $B(8, 8)$: $400 + 240 = 640$; $C(0, 12)$: 360
সুতরাং, 8টি টেবিল ও 8টি চেয়ার তৈরি করলে সর্বোচ্চ লাভ 640 টাকা।



Physics ২০০ নম্বর

২১. (ক) $H = ms\Delta\theta = 1 \times 4200 \times (80 - 20) = 252000\,J$
$t = \frac{H}{P} = \frac{252000}{500} = 504\,s$
(খ) রোধ ধ্রুব, তাই $P \propto V^2$
$P' = 500 \times \left(\frac{200}{220}\right)^2 = 413.2\,W$
$t' = \frac{252000}{413.2} = 609.8\,s$

২২. এখানে, $r = 0.8\,mm = 0.8 \times 10^{-3}\,m$, $v_d = 0.1\,mms^{-1} = 10^{-4}\,ms^{-1}$
$A = \pi r^2 = \pi(0.8 \times 10^{-3})^2 = 2.011 \times 10^{-6}\,m^2$
(ক) $J = \frac{I}{A} = \frac{2}{2.011 \times 10^{-6}} = 9.95 \times 10^5\,Am^{-2}$
(খ) $n = \frac{J}{ev_d} = \frac{9.95 \times 10^5}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-4}}$
$n = 6.22 \times 10^{28}\,m^{-3}$

২৩. $6\,\Omega$ ও $3\,\Omega$ সমান্তরালে: $\frac{6 \times 3}{6+3} = 2\,\Omega$; দ্বিতীয় শাখার রোধ $= 2 + 2 = 4\,\Omega$
দুই শাখা সমান্তরালে: $\frac{6 \times 4}{6+4} = 2.4\,\Omega$
(ক) $R_{eq} = 4 + 2.4 = 6.4\,\Omega$, $I = \frac{24}{6.4} = 3.75\,A$
(খ) সমান্তরাল অংশে বিভব $= 3.75 \times 2.4 = 9\,V$
দ্বিতীয় শাখার প্রবাহ $= \frac{9}{4} = 2.25\,A$
$6\,\Omega$ ও $3\,\Omega$ অংশে বিভব $= 2.25 \times 2 = 4.5\,V$
$I_3 = \frac{4.5}{3} = 1.5\,A$

২৪. (ক) $I = \frac{15-5}{1+1+3} = 2\,A$
(খ) 5 V ব্যাটারি চার্জ হচ্ছে, তাই $V = E + Ir = 5 + 2 \times 1 = 7\,V$
(গ) রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তরের হার $= EI = 5 \times 2 = 10\,W$
তাপে রূপান্তরের হার $= I^2r = 2^2 \times 1 = 4\,W$

২৫. (ক) $\frac{P}{Q} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ এবং $\frac{R}{S} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, অর্থাৎ ব্রিজ সাম্যাবস্থায় আছে, তাই গ্যালভানোমিটারে প্রবাহ শূন্য

(খ) ব্রিজের তুল্য রোধ $= \frac{(6+9)(4+6)}{(6+9)+(4+6)} = \frac{15\times10}{25} = 6\,\Omega$

$I = \frac{10}{6+1} = 1.429\,A$

ব্রিজের প্রান্তীয় বিভব $= 1.429 \times 6 = 8.571\,V$

P–Q শাখার প্রবাহ $= \frac{8.571}{15} = 0.571\,A$

R–S শাখার প্রবাহ $= \frac{8.571}{10} = 0.857\,A$

২৬. (ক) $\frac{X}{10} = \frac{37.5}{100-37.5} = \frac{37.5}{62.5} \Rightarrow X = 6\,\Omega$

(খ) $X' = \frac{6\times12}{6+12} = 4\,\Omega$

$\frac{4}{10} = \frac{1}{100-l}$

$400 - 4l = 10l \Rightarrow l = 28.57\,cm$

২৭. $I = \frac{6}{10+5} = 0.4\,A$, তারের দুই প্রান্তে বিভব $= 0.4 \times 10 = 4\,V$

(ক) $k = \frac{4}{100} = 0.04\,Vcm^{-1}$

(খ) $l_1 = \frac{E}{k} = \frac{1.5}{0.04} = 37.5\,cm$

(গ) $r = R\left(\frac{l_1-l_2}{l_2}\right) = 4 \times \frac{37.5-30}{30}$

$r = 1\,\Omega$

২৮. $I_gG = 0.002 \times 30 = 0.06\,V$

0–1 A পাল্লার জন্য $S_1 = \frac{I_gG}{I-I_g} = \frac{0.06}{1-0.002} = 0.0601\,\Omega$

0–10 A পাল্লার জন্য $S_2 = \frac{0.06}{10-0.002} = 0.0060\,\Omega$

২৯. (ক) 0–3 V: $R_1 = \frac{3}{10^{-3}} - 50 = 2950\,\Omega$

0–15 V: $R_2 = \frac{15}{10^{-3}} - 50 = 14950\,\Omega$

(খ) 0–3 V পাল্লায় ভোল্টমিটারের রোধ $= 2950 + 50 = 3000\,\Omega$

$1\,k\Omega$ ও $3\,k\Omega$ সমান্তরালে $= \frac{1\times3}{1+3} = 0.75\,k\Omega = 750\,\Omega$

পাঠ $= 6 \times \frac{750}{1000+750} = 2.57\,V$ (প্রকৃত মান 3 V)

৩০. প্রতি বাতিতে ক্ষমতা সাশ্রয় $= 60 - 10 = 50\,W$

10টি বাতিতে সাশ্রয় $= 10 \times 50 = 500\,W = 0.5\,kW$

দৈনিক শক্তি সাশ্রয় $= 0.5 \times 6 = 3\,kWh$

দৈনিক অর্থ সাশ্রয় $= 3 \times 8 = 24$ টাকা

(ক) 30 দিনে সাশ্রয় $= 24 \times 30 = 720$ টাকা

(খ) মোট খরচ $= 10 \times 150 = 1500$ টাকা

সময় $= \frac{1500}{24} = 62.5$ দিন

৩১. বাল্বের প্রবাহ $I = \frac{P}{V} = \frac{60}{110} = 0.5455\,A$

শ্রেণি রোধে বিভব পতন $= 220 - 110 = 110\,V$

(ক) $R = \frac{110}{0.5455} = 201.7\,\Omega$

(খ) $P = 110 \times 0.5455 = 60\,W$

৩২. ধরি, প্রান্তীয় বিভব V

কার্শফের প্রবাহ সূত্র অনুযায়ী, $\frac{6-V}{0.5} + \frac{4-V}{1} = \frac{V}{2}$

$12 + 4 = V\,(2 + 1 + 0.5) \Rightarrow V = \frac{16}{3.5} = 4.571\,V$

(ক) $I_R = \frac{4.571}{2} = 2.286\,A$

(খ) $I_1 = \frac{6-4.571}{0.5} = 2.857\,A$

$I_2 = \frac{4-4.571}{1} = -0.571\,A$, অর্থাৎ 4 V ব্যাটারি 0.571 A প্রবাহে চার্জ হচ্ছে

৩৩. ধরি, ব্যাটারির তড়িচ্চালক শক্তি E ও অভ্যন্তরীণ রোধ r

প্রশ্নমতে, $\frac{E^2\times1}{(1+r)^2} = \frac{E^2\times9}{(9+r)^2}$

$\Rightarrow \frac{(9+r)^2}{(1+r)^2} = 9 \Rightarrow \frac{9+r}{1+r} = 3$

(ক) $9 + r = 3 + 3r \Rightarrow r = 3\,\Omega$

(খ) $1\,\Omega$ রোধে $I^2 \times 1 = 9 \Rightarrow I = 3\,A$

$E = I(R + r) = 3 \times (1 + 3) = 12\,V$

(গ) $P_{max} = \frac{E^2}{4r} = \frac{144}{12} = 12\,W$

৩৪. (ক) $R = R_{20}\{1 + \alpha(\theta - 20)\} = 50\{1 + 4 \times 10^{-4} \times (1000 - 20)\}$

$R = 50 \times 1.392 = 69.6\,\Omega$

(খ) কার্যকর অবস্থায়: $P = \frac{V^2}{R} = \frac{220^2}{69.6} = 695.4\,W$

চালু করার মুহূর্তে (20°C): $P = \frac{220^2}{50} = 968\,W$

৩৫. (ক) $A_1 = \pi(2 \times 10^{-3})^2 = 1.257 \times 10^{-5}\,m^2$

$R_1 = \frac{\varrho l_1}{A_1} = \frac{1.7\times10^{-8}\times1}{1.257\times10^{-5}} = 1.35 \times 10^{-3}\,\Omega$

(খ) আয়তন স্থির, তাই $l_2 = l_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 1 \times \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 16\,m$

$R \propto \frac{1}{d^2} \Rightarrow R_2 = R_1 \times \frac{16}{1} \times \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 256R_1$

$R_2 = 256 \times 1.35 \times 10^{-3} = 0.346\,\Omega$

৩৬. (ক) $Q = \int_0^6 (6t - t^2)\,dt = \left[3t^2 - \frac{t^3}{3}\right]_0^6 = 108 - 72 = 36\,C$

(খ) সর্বোচ্চ প্রবাহের জন্য $\frac{dI}{dt} = 6 - 2t = 0 \Rightarrow t = 3\,s$

$I_{max} = 6 \times 3 - 3^2 = 9\,A$

(গ) $I_{avg} = \frac{Q}{t} = \frac{36}{6} = 6\,A$

৩৭. ভোল্টমিটারের মধ্য দিয়ে প্রবাহ $= \frac{15}{500} = 0.03\,A$

রোধের মধ্য দিয়ে প্রবাহ $= 1.5 - 0.03 = 1.47\,A$

(ক) $R = \frac{15}{1.47} = 10.20\,\Omega$

(খ) আপাত মান $= \frac{V}{I} = \frac{15}{1.5} = 10\,\Omega$

শতকরা ত্রুটি $= \frac{10.20-10}{10.20} \times 100\% = 2\%$

৩৮. কুণ্ডলীর দৈর্ঘ্যের 20% বাদ দেওয়ায় $R' = 0.8R$

(ক) $P' = \frac{V^2}{R'} = \frac{1000}{0.8} = 1250\,W$

$I = \frac{P'}{V} = \frac{1250}{220} = 5.68\,A$

(খ) $H = ms\Delta\theta = 1 \times 4200 \times 80 = 336000\,J$

আগে: $t = \frac{336000}{1000} = 336\,s$

পরে: $t' = \frac{336000}{1250} = 268.8\,s$

৩৯. ত্রিভুজের মোট পরিধি রোধ $= 3 + 6 + 9 = 18\,\Omega$

$3\,\Omega$ এর প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে: $3\,\Omega$ ও $(6 + 9) = 15\,\Omega$ সমান্তরালে $= \frac{3\times15}{18} = 2.5\,\Omega$

$6\,\Omega$ এর প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে: $6\,\Omega$ ও $(3 + 9) = 12\,\Omega$ সমান্তরালে $= \frac{6\times12}{18} = 4\,\Omega$

$9\,\Omega$ এর প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে: $9\,\Omega$ ও $(3 + 6) = 9\,\Omega$ সমান্তরালে $= \frac{9\times9}{18} = 4.5\,\Omega$

৪০. ধরি, প্রতি সারিতে nটি কোষ শ্রেণিতে এবং mটি সারি সমান্তরালে; $nm = 8$
সর্বোচ্চ প্রবাহের শর্ত: $\frac{nr}{m} = R \Rightarrow \frac{n\times1}{m} = 2 \Rightarrow n = 2m$
$2m^2 = 8 \Rightarrow m = 2,\ n = 4$
(ক) প্রতি সারিতে 4টি কোষ শ্রেণিতে, এমন 2টি সারি সমান্তরালে সাজাতে হবে
$I_{max} = \frac{nE}{R+\frac{nr}{m}} = \frac{4\times2}{2+\frac{4\times1}{2}} = \frac{8}{4} = 2\,A$
(খ) সব কোষ শ্রেণিতে: $I = \frac{8\times2}{2+8\times1} = \frac{16}{10} = 1.6\,A$
সব কোষ সমান্তরালে: $I = \frac{2}{2+\frac{1}{8}} = \frac{2}{2.125} = 0.94\,A$
অতএব মিশ্র সমবায়ে প্রবাহ সবচেয়ে বেশি

Chemistry ২০০ নম্বর

৪১. আমরা জানি, $\Lambda_m = \frac{1000\varkappa}{C}$
$\therefore \varkappa = \frac{\Lambda_m\times C}{1000} = \frac{200\times0.04}{1000} = 8\times10^{-3}\,\Omega^{-1}cm^{-1}$
আবার, $\varkappa = \frac{1}{A}\times\frac{1}{R}$
$\therefore R = \frac{1}{\varkappa A} = \frac{0.8}{8\times10^{-3}\times2.0} = 50\,\Omega$
$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{50}$
$= 0.12\,A$

৪২. পুরুত্ব $= 0.08\,mm = 0.008\,cm$
ঘনত্ব $= 19\times10^3\,kgm^{-3} = 19\,gcm^{-3}$
আয়তন, $V = 25\times0.008 = 0.2\,cm^3$
ভর, $W = 0.2\times19 = 3.8\,g = 3.8\times10^{-3}\,kg$
আমরা জানি, $W = ZIt$
$\therefore t = \frac{W}{ZI} = \frac{3.8\times10^{-3}}{6.80\times10^{-7}\times0.4}$
$= 13970.6\,s$
$= 3.88\,h$

৪৩. (ক)
$n_{Ca} = \frac{5.0\times10^{18}}{6.022\times10^{23}} = 8.303\times10^{-6}\,mol$
ক্যাথোডে, $Ca^{2+} + 2e^- \rightarrow Ca$; $e = 2$
$Q = neF = 8.303\times10^{-6}\times2\times96500 = 1.6025\,C$
$t = \frac{Q}{I} = \frac{1.6025}{0.040}$
$= 40.06\,s$
(খ)
ক্যাথোডে, $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$; $e = 1$
$t = \frac{WeF}{MI} = \frac{3.24\times1\times96500}{108\times2.5}$
$= 1158\,s = 19.3\,min$

৪৪. **(i)**

প্রতি মোল ClO_4^- এর জন্য 2 mol e^- প্রয়োজন

$Q = neF = 2.5 \times 2 \times 96500$

$= 482500\,C$

(ii)

$M_{NaClO_4} = 23 + 35.44 + 64 = 122.44\,gmol^{-1}$

$n_{NaClO_4} = \frac{2.45}{122.44} = 0.02001\,mol$

ব্যবহৃত ইলেকট্রন $= 2 \times 0.02001 = 0.04002\,mol$

ক্যাথোডে, $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2$

$n_{H_2} = \frac{0.04002}{2} = 0.02001\,mol$

$V_{H_2} = 0.02001 \times 22.4$

$= 0.448\,L$

৪৫. **(ক)**

$I = \frac{P}{V} = \frac{60}{120} = 0.5\,A$

$Q = It = 0.5 \times 5 \times 3600 = 9000\,C$

ক্যাথোডে, $Cd^{2+} + 2e^- \rightarrow Cd$; $e = 2$

$W = \frac{MQ}{eF} = \frac{112.4 \times 9000}{2 \times 96500}$

$= 5.24\,g$

(খ)

তুল্য ভর $= \frac{M}{e} = \frac{112.4}{2}$

$= 56.2$

৪৬. দহন বিক্রিয়া: $B_{10}H_{14} + 11O_2 \rightarrow 5B_2O_3 + 7H_2O$

$M_{B_{10}H_{14}} = 10 \times 10.8 + 14 \times 1.008 = 122.11\,gmol^{-1}$

$n_{B_{10}H_{14}} = \frac{30.5}{122.11} = 0.2498\,mol$

প্রয়োজনীয় $O_2 = 11 \times 0.2498 = 2.7475\,mol$

অ্যানোডে, $2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$

$Q = n_{O_2} \times 4 \times F = 2.7475 \times 4 \times 96500$

$= 1.0605 \times 10^6\,C$

$t = \frac{Q}{I} = \frac{1.0605 \times 10^6}{80} = 13257\,s$

$= 3.68\,h$

৪৭. **(ক)**

বিক্রিয়া: $Zn + Cu^{2+} \rightarrow Zn^{2+} + Cu$

বিক্রিয়াকৃত $Cu^{2+} = 0.250 \times (0.8 - 0.5) = 0.075\,mol$

দ্রবীভূত $Zn = 0.075 \times 65.4 = 4.905\,g$

পাতে জমা $Cu = 0.075 \times 63.5 = 4.7625\,g$

বর্তমান ভর $= 25.0 - 4.905 + 4.7625$

$= 24.8575\,g$

(খ)

SO_4^{2-} কোনো অধঃক্ষেপ সৃষ্টি করে না এবং বিক্রিয়ায় অংশ নেয় না।

তাই $[SO_4^{2-}] = 0.8\,M$ **(অপরিবর্তিত)**

৪৮. (ক)

ক্যাথোডে, $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$; $e = 1$

$t = \frac{WeF}{MI} = \frac{2.16 \times 1 \times 96500}{108 \times 2}$

$= 965\,s = 16.08\,min$

(খ)

প্রবাহিত ইলেকট্রনের মোল $= \frac{2.16}{108} = 0.02\,mol$

$W_{Zn} = \frac{0.02}{2} \times 65.4 = 0.654\,g$

$W_{Cu} = \frac{0.02}{2} \times 63.5 = 0.635\,g$

৪৯. (ক)

$n_{H_2} = \frac{16.8}{22.4} = 0.75\,mol$

অ্যানোডে, $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$

$Q = 0.75 \times 2 \times 96500 = 144750\,C$

$I = \frac{Q}{t} = \frac{144750}{6 \times 60}$

$= 402.1\,A$

(খ)

ক্যাথোডে, $Ni^{2+} + 2e^- \rightarrow Ni$

একই চার্জে, $n_{Ni} = n_{H_2} = 0.75\,mol$

$W_{Ni} = 0.75 \times 58.7$

$= 44.03\,g$

৫০. (ক)

$T = 35 + 273 = 308\,K$

অর্ধবিক্রিয়া: $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$; $n = 2$; $E^0_{ox} = 0$

$E_{ox} = E^0_{ox} - \frac{RT}{2F} \ln \frac{[H^+]^2}{P_{H_2}} = -\frac{RT}{F} \ln[H^+]$

$= -\frac{8.314 \times 308}{96500} \ln(0.05)$

$= 0.026536 \times 2.9957$

$= 0.0795\,V$

(খ)

$[H^+] = 2 \times 0.05 = 0.1\,M$

$E_{ox} = -0.026536 \ln(0.1)$

$= 0.026536 \times 2.3026$

$= 0.0611\,V$

৫১. (ক)

কোষ বিক্রিয়া: $Mg + Cu^{2+} \rightarrow Mg^{2+} + Cu$; $n = 2$

$E^0_{cell} = 2.37 + 0.34 = 2.71\,V$

$E = E^0 - \frac{0.0591}{2} \log \frac{[Mg^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$

$= 2.71 - 0.02955 \log \frac{0.002}{0.0005}$

$= 2.71 - 0.02955 \times 0.602$

$= 2.692\,V$

(খ)

গ্যালভানিক কোষের দুই অর্ধকোষের দ্রবণকে যুক্ত করতে KCl, KNO_3 বা NH_4NO_3 এর গাঢ় দ্রবণ (অ্যাগার জেলিসহ) ভর্তি যে U-নল ব্যবহৃত হয়, তাকে লবণ সেতু বলে।

কাজ: **(i)** দুই অর্ধকোষের মধ্যে আয়নের চলাচলের মাধ্যমে অভ্যন্তরীণ বর্তনী পূর্ণ করে।

(ii) দুই অর্ধকোষের দ্রবণকে তড়িৎ-নিরপেক্ষ রাখে এবং তরল সংযোগ বিভব হ্রাস করে।

৫২. এখানে, $E^0_{cell} = 0.80 - (-2.37) = 3.17\,V$; $n = 2$

$Q = \frac{[Mg^{2+}]}{[Ag^+]^2} = \frac{0.25}{(2\times10^{-4})^2} = 6.25 \times 10^6$

$E = E^0 - \frac{0.0591}{2} \log Q$

$= 3.17 - 0.02955 \log(6.25 \times 10^6)$

$= 3.17 - 0.02955 \times 6.796$

$= 2.969\,V$

$\Delta G = -nFE = -2 \times 96500 \times 2.9692$

$= -573056\,J = -573.1\,kJ$

৫৩. **(ক)**

প্রদত্ত বিভব দুটি জারণ বিভব।

$E^0_{cell} = E^0_{Zn/Zn^{2+}} - E^0_{Ag/Ag^+}$

$= 0.76 - (-0.80)$

$= 1.56\,V$

(খ)

কোষ বিক্রিয়া: $Zn + 2Ag^+ \rightarrow Zn^{2+} + 2Ag$; $n = 2$

$E = E^0 - \frac{0.0591}{2} \log \frac{[Zn^{2+}]}{[Ag^+]^2}$

$= 1.56 - 0.02955 \log \frac{0.1}{(0.01)^2}$

$= 1.56 - 0.02955 \times 3$

$= 1.4714\,V$

৫৪. **(ক)**

এখানে, $n = 2$

$\Delta G^0 = -nF\,E^0 = -2 \times 96500 \times 1.10$

$= -212300\,J = -212.3\,kJ$

(খ)

$\Delta S^0 = nF \left(\frac{dE^0}{dT}\right)$

$= 2 \times 96500 \times (-4 \times 10^{-4})$

$= -77.2\,JK^{-1}$

(গ)

$\Delta H^0 = \Delta G^0 + T\,\Delta S^0$

$= -212300 + 298 \times (-77.2)$

$= -212300 - 23005.6$

$= -235305.6\,J \approx -235.3\,kJ$

৫৫. **(ক)**

অ্যানোড: $Sn \rightarrow Sn^{2+} + 2e^-$

ক্যাথোড: $Br_2 + 2e^- \rightarrow 2Br^-$

কোষ বিক্রিয়া: $Sn + Br_2 \rightarrow Sn^{2+} + 2Br^-$

(খ)

$E^0_{cell} = 1.07 - (-0.14) = 1.21\,V$; $n = 2$

$Q = [Sn^{2+}][Br^-]^2 = 0.1 \times (0.1)^2 = 10^{-3}$

$E = E^0 - \frac{0.0591}{2} \log Q$

$= 1.21 - 0.02955 \log(10^{-3})$

$= 1.21 + 0.0887$

$= 1.2987\,V$

৫৬. (ক)

$E^0_{cell} = E^0_{cathode} - E^0_{anode} = 1.44 - 0.77 = 0.67\,V$; $n = 1$

$\log K = \frac{nE^0}{0.0591} = \frac{1\times0.67}{0.0591}$

$= 11.337$

$K = 10^{11.337}$

$= 2.17 \times 10^{11}$

(খ)

$\Delta G^0 = -nF\,E^0 = -1 \times 96500 \times 0.67$

$= -64655\,J = -64.66\,kJ$

৫৭. (ক)

কোষ বিক্রিয়া: $Mg + Cu^{2+} \rightarrow Mg^{2+} + Cu$; $n = 2$

$E = E^0 - \frac{RT}{2F} \ln \frac{[Mg^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$

$2.66 = 2.71 - \frac{300}{2\times11500} \ln \frac{x}{1}$

$0.05 = 0.013043 \ln x$

$\ln x = 3.833$

$\therefore x = 46.2$

(খ)

Mg^{2+} উৎপাদ, তাই এর ঘনমাত্রা বাড়লে Q বাড়ে।

Q বাড়লে নার্নস্ট সমীকরণ অনুসারে E কমে।

অর্থাৎ $[Mg^{2+}]$ 1 M থেকে 46.2 M এ বৃদ্ধিতে কোষ বিভব হ্রাস পেয়েছে।

৫৮. প্রদত্ত বিক্রিয়াটি জারণ, তাই $E^0_{ox} = -1.23\,V$; $n = 4$

$E_{ox} = E^0_{ox} - \frac{0.0591}{4} \log\left([H^+]^4 P_{O_2}\right)$

এখানে, $[H^+] = 10^{-4}\,M$; $P_{O_2} = 1$

$E_{ox} = -1.23 - \frac{0.0591}{4} \log(10^{-16})$

$= -1.23 + \frac{0.0591}{4} \times 16$

$= -1.23 + 0.2364$

$= -0.9936\,V$

অর্থাৎ বিজারণ বিভব = $+0.9936\,V$

৫৯. (ক)

$emf = E_{H_2/H^+}$(জারণ) + $(E_{ref})_{red}$

$0.35 = E_{H_2/H^+} + 0.28$

$\therefore E_{H_2/H^+} = 0.07\,V$

হাইড্রোজেন তড়িৎদ্বারের জারণ বিভব, $E_{H_2/H^+} = 0.0591\,pH$

$\therefore pH = \frac{0.07}{0.0591}$

$= 1.184$

(খ)

$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1.184}$

$= 0.0654\,M$

৬০. **(ক)**

দহন বিক্রিয়া: $C_4H_{10}(g) + \frac{13}{2}O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 5H_2O(l)$

$\Delta G^0 = \sum \Delta G_f^0$(উৎপাদ) $- \sum \Delta G_f^0$(বিক্রিয়ক)

$= 4(-394.4) + 5(-237.2) - (-17.1) - 0$

$= -1577.6 - 1186 + 17.1$

$= -2746.5\ kJmol^{-1}$

(খ)

প্রতি mol O_2 এ $4\,e^-$; $n = \frac{13}{2} \times 4 = 26$

$E_{cell}^0 = -\frac{\Delta G^0}{nF} = \frac{2746.5 \times 1000}{26 \times 96500}$

$= 1.0947\ V$