Mathematics

২০০ নম্বর

১. ধরি, $x\sin\theta = y\sin\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) = z\sin\left(\theta+\frac{4\pi}{3}\right) = k$

যদি $k = 0$ হয়, তবে তিনটি sin মানের দুটি একসাথে শূন্য হতে পারে না; ফলে x, y, z এর মধ্যে সর্বাধিক একটি অশূন্য হবে এবং তখন $xy + yz + zx = 0$

এখন $k \neq 0$ ধরি। তাহলে, $\frac{1}{x} = \frac{\sin\theta}{k}$, $\frac{1}{y} = \frac{\sin\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right)}{k}$, $\frac{1}{z} = \frac{\sin\left(\theta+\frac{4\pi}{3}\right)}{k}$

যোগ করে পাই, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} = \frac{1}{k}\left[\sin\theta + \sin\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\theta+\frac{4\pi}{3}\right)\right]$

$= \frac{1}{k}\left[\sin\theta + 2\sin(\theta+\pi)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]$

$= \frac{1}{k}\left[\sin\theta - 2\sin\theta\cdot\frac{1}{2}\right] = 0$

$\therefore \frac{xy+yz+zx}{xyz} = 0$

অতএব, $xy + yz + zx = 0$ **(প্রমাণিত)**

২. $f(\theta) = \sin^2\theta + \cos\theta = 1 - \cos^2\theta + \cos\theta$

$= 1 - \left(\cos^2\theta - \cos\theta + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)$

$= \frac{5}{4} - \left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2$

সর্বোচ্চ মান: $\left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$ অর্থাৎ $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে (যা সম্ভব, কারণ $-1 \le \cos\theta \le 1$),

$f_{max} = \frac{5}{4}$

সর্বনিম্ন মান: $\cos\theta \in [-1, 1]$ হওয়ায় $\left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2$ এর মান সর্বাধিক হয় $\cos\theta = -1$ এ।

$f_{min} = \frac{5}{4} - \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} - \frac{9}{4} = -1$

সুতরাং, সর্বোচ্চ মান $\frac{5}{4}$ এবং সর্বনিম্ন মান -1

৩. প্রদত্ত সমীকরণ, $\frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 4$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}\sin x + \cos x}{\sin x\cos x} = 4$

$\Rightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 4\sin x\cos x$

$\Rightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right) = 2\cdot 2\sin x\cos x$

$\Rightarrow \sin x\cos\frac{\pi}{6} + \cos x\sin\frac{\pi}{6} = \sin 2x$

$\Rightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \sin 2x$

$\Rightarrow 2x = n\pi + (-1)^n\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$, যেখানে $n \in \mathbb{Z}$

১ম ক্ষেত্র ($n = 2m$): $2x = 2m\pi + x + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2m\pi + \frac{\pi}{6}$

২য় ক্ষেত্র ($n = 2m+1$): $2x = (2m+1)\pi - x - \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = (2m+1)\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{(2m+1)\pi}{3} - \frac{\pi}{18}$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = 2m\pi + \frac{\pi}{6}$ অথবা $x = \frac{(2m+1)\pi}{3} - \frac{\pi}{18}$, যেখানে $m \in \mathbb{Z}$

৪. প্রদত্ত সমীকরণের উভয়পক্ষে tan প্রয়োগ করে,

$\frac{\frac{x-1}{x-2}+\frac{x+1}{x+2}}{1-\frac{x-1}{x-2}\cdot\frac{x+1}{x+2}} = 1$

$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+2)+(x+1)(x-2)}{(x^2-4)-(x^2-1)} = 1$

$\Rightarrow \frac{(x^2+x-2)+(x^2-x-2)}{-3} = 1$

$\Rightarrow \frac{2x^2-4}{-3} = 1 \Rightarrow 2x^2 - 4 = -3 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

যাচাই: $x^2 = \frac{1}{2}$ হলে $\frac{x-1}{x-2}\cdot\frac{x+1}{x+2} = \frac{x^2-1}{x^2-4} = \frac{1}{7} < 1$, তাই সূত্রটি বৈধ এবং $\tan^{-1}$ দুটির যোগফল $\tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$ হয়; অতএব উভয় মানই গ্রহণযোগ্য।

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

৫. আমরা জানি, $u \geq 0$ এর জন্য $2\tan^{-1} u = \cos^{-1}\left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right)$

এখানে $u = \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\tan\frac{\theta}{2} \geq 0$; ধরি $t = \tan\frac{\theta}{2}$

বামপক্ষ $= \cos^{-1}\left[\frac{1-\frac{a-b}{a+b}t^2}{1+\frac{a-b}{a+b}t^2}\right]$

$= \cos^{-1}\left[\frac{(a+b)-(a-b)t^2}{(a+b)+(a-b)t^2}\right]$

$= \cos^{-1}\left[\frac{a(1-t^2)+b(1+t^2)}{a(1+t^2)+b(1-t^2)}\right]$

লব ও হরকে $(1+t^2)$ দ্বারা ভাগ করে এবং $\frac{1-t^2}{1+t^2} = \cos\theta$ বসিয়ে পাই,

$= \cos^{-1}\left(\frac{a\cos\theta+b}{a+b\cos\theta}\right)$ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

৬. দেওয়া আছে, $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \pi - \cos^{-1} z$

উভয়পক্ষে cos নিয়ে, $\cos\left(\cos^{-1} x + \cos^{-1} y\right) = \cos\left(\pi - \cos^{-1} z\right)$

$\Rightarrow xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = -z$

$\Rightarrow xy + z = \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}$

উভয়পক্ষকে বর্গ করে, $(xy+z)^2 = (1-x^2)(1-y^2)$

$\Rightarrow x^2y^2 + 2xyz + z^2 = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^2$

অতএব, $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ **(প্রমাণিত)**

৭. দেওয়া আছে, $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2a^2 + 2c^2b^2$

$\Rightarrow c^4 - 2c^2(a^2+b^2) + a^4 + b^4 = 0$

$\Rightarrow c^4 - 2c^2(a^2+b^2) + (a^2+b^2)^2 = (a^2+b^2)^2 - a^4 - b^4 = 2a^2b^2$

$\Rightarrow \left[c^2 - (a^2+b^2)\right]^2 = 2a^2b^2$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = \pm\sqrt{2}ab$

$\Rightarrow \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, অর্থাৎ $\cos C = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

যেহেতু $0° < C < 180°$, তাই $\cos C = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $C = 45°$ এবং $\cos C = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $C = 135°$

সুতরাং, $C = 45°$ অথবা $C = 135°$

৮. প্রদত্ত সমীকরণ, $\cos^{-1}(2x) - \cos^{-1}(46x) = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \cos^{-1}(2x) = \frac{\pi}{3} + \cos^{-1}(46x)$

$\Rightarrow 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \cos^{-1}(46x)\right)$

$\Rightarrow 2x = \cos\frac{\pi}{3} \cdot 46x - \sin\frac{\pi}{3}\sqrt{1-(46x)^2}$

$\Rightarrow 2x = 23x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-2116x^2}$

$\Rightarrow 21x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-2116x^2}$

$\Rightarrow 42x = \sqrt{3}\sqrt{1-2116x^2}$

বর্গ করে, $1764x^2 = 3 - 6348x^2$

$\Rightarrow 8112x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2704}$

$\therefore x = \pm\frac{1}{52}$

যাচাই: $42x = \sqrt{3}\sqrt{1-2116x^2} \geq 0$ হওয়ায় $x \geq 0$ হতে হবে, তাই $x = -\frac{1}{52}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{52}$

৯. আমরা জানি, $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

সমীকরণটি দাঁড়ায়, $81^{\sin^2 x} + 81^{1-\sin^2 x} = 30$

ধরি, $y = 81^{\sin^2 x}$, তাহলে $y + \frac{81}{y} = 30$

$\Rightarrow y^2 - 30y + 81 = 0 \Rightarrow y^2 - 27y - 3y + 81 = 0$

$\Rightarrow (y-27)(y-3) = 0 \Rightarrow y = 27$ অথবা $y = 3$

১ম ক্ষেত্র: $81^{\sin^2 x} = 27 \Rightarrow 3^{4\sin^2 x} = 3^3 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

২য় ক্ষেত্র: $81^{\sin^2 x} = 3 \Rightarrow 3^{4\sin^2 x} = 3^1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \pm\frac{1}{2}$

$[0, \pi]$ ব্যবধিতে $\sin x \geq 0$, তাই ঋণাত্মক মানগুলো গ্রহণযোগ্য নয়।

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}$

১০. দেওয়া আছে, $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}}{\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}} = \frac{1}{3}$

যোজন-বিয়োজন করে পাই, $\frac{\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2} - \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}}{\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2} + \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}} = \frac{3-1}{3+1}$

$\Rightarrow \frac{\cos\frac{A+B}{2}}{\cos\frac{A-B}{2}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 2\cos\frac{A+B}{2} = \cos\frac{A-B}{2}$

উভয়পক্ষকে $2\sin\frac{A+B}{2}$ দ্বারা গুণ করে,

$2 \cdot 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A+B}{2} = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\Rightarrow 2\sin(A+B) = \sin A + \sin B$

$\therefore 2\sin C = \sin A + \sin B$

সাইন সূত্র থেকে, $2c = a + b$

অতএব, a, c, b সমান্তর প্রগমনে আছে। (প্রমাণিত)

১১. দেওয়া আছে, $\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{2}{1}$

যোজন-বিয়োজন করে, $\frac{\sin x+\sin y}{\sin x-\sin y} = \frac{2+1}{2-1} = 3$

$\Rightarrow \frac{2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}{2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}} = 3$

$\Rightarrow \tan\frac{x+y}{2}\cot\frac{x-y}{2} = 3$

প্রশ্নমতে, $x + y = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \tan\frac{\pi}{3}\cot\frac{x-y}{2} = 3 \Rightarrow \sqrt{3}\cot\frac{x-y}{2} = 3$

$\Rightarrow \cot\frac{x-y}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan\frac{x-y}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \frac{x-y}{2} = n\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x - y = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$

$x + y = \frac{2\pi}{3}$ ও $x - y = 2n\pi + \frac{\pi}{3}$ যোগ-বিয়োগ করে পাই,

$x = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} + 2n\pi + \frac{\pi}{3}\right) = n\pi + \frac{\pi}{2}$

$y = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} - 2n\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6} - n\pi$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = n\pi + \frac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{6} - n\pi$, যেখানে $n \in \mathbb{Z}$

১২. সাইন সূত্র অনুযায়ী, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

$\Rightarrow a = 2R\sin A, b = 2R\sin B, c = 2R\sin C$

বামপক্ষ $= \frac{2R\sin B - 2R\sin C}{2R\sin A}\cos\frac{A}{2} = \frac{\sin B-\sin C}{\sin A}\cos\frac{A}{2}$

$= \frac{2\cos\frac{B+C}{2}\sin\frac{B-C}{2}}{2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}\cos\frac{A}{2} = \frac{\cos\frac{B+C}{2}\sin\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$

ত্রিভুজে $A + B + C = 180° \Rightarrow \frac{B+C}{2} = 90° - \frac{A}{2}$

$\therefore \cos\frac{B+C}{2} = \cos\left(90° - \frac{A}{2}\right) = \sin\frac{A}{2}$

মান বসিয়ে পাই, $= \frac{\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}} = \sin\frac{B-C}{2}$ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

১৩. সাইন সূত্র অনুযায়ী, $a = 2R\sin A$ এবং $\sin A = \sin(B + C)$

প্রথম পদ: $a^3\cos(B - C) = a^2 \cdot 2R\sin A\cos(B - C)$

$= a^2R \cdot 2\sin(B + C)\cos(B - C) = a^2R(\sin 2B + \sin 2C)$

$= a^2(2R\sin B\cos B + 2R\sin C\cos C) = a^2(b\cos B + c\cos C)$

একইভাবে, $b^3\cos(C - A) = b^2(c\cos C + a\cos A)$ এবং $c^3\cos(A - B) = c^2(a\cos A + b\cos B)$

তিনটি যোগ করে পাই, বামপক্ষ $= ab(a\cos B + b\cos A) + bc(b\cos C + c\cos B) + ca(c\cos A + a\cos C)$

প্রজেকশন সূত্র অনুযায়ী, $c = a\cos B + b\cos A$, $a = b\cos C + c\cos B$, $b = c\cos A + a\cos C$

$\therefore$ বামপক্ষ $= ab \cdot c + bc \cdot a + ca \cdot b = 3abc$ = ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

১৪. প্রদত্ত সমীকরণ, $\sin^{-1}2x = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1}x$

$\Rightarrow 2x = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}x\right)$

$\Rightarrow 2x = \sin\frac{\pi}{3}\cos\left(\sin^{-1}x\right) - \cos\frac{\pi}{3}\sin\left(\sin^{-1}x\right)$

$\Rightarrow 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2}x$

$\Rightarrow \frac{5x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2} \Rightarrow 5x = \sqrt{3(1-x^2)}$

বর্গ করে, $25x^2 = 3 - 3x^2 \Rightarrow 28x^2 = 3$

$\Rightarrow x = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$

যাচাই: $5x = \sqrt{3(1-x^2)} \geq 0$ হওয়ায় $x \geq 0$ হতে হবে, তাই $x = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$

১৫. ধরি, $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = k$

$\Rightarrow \sin A = 5k$ এবং $\sin B = 4k$

দেওয়া আছে, $\cos(A - B) = \frac{31}{32} \Rightarrow \cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{31}{32}$

$\Rightarrow \cos A \cos B = \frac{31}{32} - 20k^2$

বর্গ করে পাই, $(1 - \sin^2 A)(1 - \sin^2 B) = \left(\frac{31}{32} - 20k^2\right)^2$

$\Rightarrow (1 - 25k^2)(1 - 16k^2) = \frac{961}{1024} - \frac{155}{4}k^2 + 400k^4$

$\Rightarrow 1 - 41k^2 + 400k^4 = \frac{961}{1024} - \frac{155}{4}k^2 + 400k^4$

$\Rightarrow \frac{9}{4}k^2 = \frac{63}{1024} \Rightarrow k^2 = \frac{7}{256}$

এখন, $C = \pi - (A + B)$

$\therefore \cos C = -\cos(A + B) = \sin A \sin B - \cos A \cos B$

$= 20k^2 - \left(\frac{31}{32} - 20k^2\right) = 40k^2 - \frac{31}{32} = 40 \cdot \frac{7}{256} - \frac{31}{32} = \frac{1}{8}$

কোসাইন সূত্র অনুযায়ী, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{8} = 36$

$\therefore c = 6$ **(বাহুর দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না)**

সুতরাং, তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 6

১৬. প্রদত্ত সমীকরণ, $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \sin x\right)$

$\Rightarrow \pi \cos x = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \pm \pi \sin x$, যেখানে $n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \cos x \mp \sin x = 2n + \frac{1}{2}$

আমরা জানি, $\cos x \mp \sin x$ এর মান $-\sqrt{2}$ থেকে $\sqrt{2}$ এর মধ্যে থাকে।

$2n + \frac{1}{2}$ এর মধ্যে কেবল $n = 0$ এর জন্য $\frac{1}{2}$ এই সীমার মধ্যে পড়ে **(**$n = -1$ হলে $-\frac{3}{2}$ এবং $n = 1$ হলে $\frac{5}{2}$, যা সীমার বাইরে**)**

$\therefore \cos x \mp \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

সুতরাং, $x = 2m\pi - \frac{\pi}{4} \pm \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}$ অথবা $x = 2m\pi + \frac{\pi}{4} \pm \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}$, যেখানে $m \in \mathbb{Z}$

১৭. আমরা জানি, $\cos^{-1}\theta = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\theta$

২য় সমীকরণে বসিয়ে পাই, $\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} x\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} y\right) = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow -\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{3}$ **.....(ii)**

১ম সমীকরণ, $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$ **.....(i)**

(i) ও **(ii)** যোগ করে, $2\sin^{-1} y = \pi \Rightarrow \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 1$

(i) থেকে **(ii)** বিয়োগ করে, $2\sin^{-1} x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin^{-1} x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

সুতরাং, $x = \frac{1}{2}$ এবং $y = 1$

১৮. ধরি, $\theta = 20°$, তাহলে $3\theta = 60°$

আমরা জানি, $\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$

$\theta = 20°$ বসিয়ে পাই, $\frac{3\tan 20° - \tan^3 20°}{1 - 3\tan^2 20°} = \tan 60° = \sqrt{3}$

বর্গ করে পাই, $\frac{\tan^2 20°(3 - \tan^2 20°)^2}{(1 - 3\tan^2 20°)^2} = 3$

ধরি, $x = \tan^2 20°$, তাহলে $\frac{x(3-x)^2}{(1-3x)^2} = 3$

$\Rightarrow x(9 - 6x + x^2) = 3(1 - 6x + 9x^2)$

$\Rightarrow x^3 - 33x^2 + 27x - 3 = 0$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ। এটি $\tan^2 3\theta = 3$ শর্ত থেকে গঠিত, যা $\theta = 20°, 40°, 80°$ এর জন্য সত্য **(**কারণ $\tan 60° = \sqrt{3}$, $\tan 120° = -\sqrt{3}$, $\tan 240° = \sqrt{3}$**)**।

অতএব, সমীকরণটির তিনটি মূল $\tan^2 20°$, $\tan^2 40°$, $\tan^2 80°$

মূলগুলোর যোগফল $= -\frac{-33}{1} = 33$

সুতরাং, সমীকরণ: $x^3 - 33x^2 + 27x - 3 = 0$ এবং $\tan^2 20° + \tan^2 40° + \tan^2 80° = 33$

১৯. $8\sin x = \frac{\sqrt{3}\sin x+\cos x}{\sin x\cos x} \Rightarrow 8\sin^2 x\cos x = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

$\Rightarrow 4\sin 2x\sin x = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

$\Rightarrow 2(\cos x - \cos 3x) = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

$\Rightarrow \cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\cos 3x$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \cos 3x$

$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 3x$

$\Rightarrow 3x = 2n\pi \pm \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, যেখানে $n \in \mathbb{Z}$

(+) ধরে: $2x = 2n\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = n\pi + \frac{\pi}{6}$

(−) ধরে: $4x = 2n\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$

$[0, \pi]$ ব্যবধিতে মানগুলো: $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{11\pi}{12}$ (এগুলোর জন্য $\sin x \neq 0$ ও $\cos x \neq 0$)

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$

২০. আমরা জানি, $\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ এবং $\cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

$\tan\alpha = \frac{p}{q}$ বসিয়ে পাই,

$$p\sin 2\alpha + q\cos 2\alpha = p\cdot\frac{2\cdot\frac{p}{q}}{1+\frac{p^2}{q^2}} + q\cdot\frac{1-\frac{p^2}{q^2}}{1+\frac{p^2}{q^2}}$$

$$= \frac{\frac{2p^2}{q}+\frac{q^2-p^2}{q}}{\frac{p^2+q^2}{q^2}}$$

$$= \frac{\frac{p^2+q^2}{q}}{\frac{p^2+q^2}{q^2}} = \frac{p^2+q^2}{q}\times\frac{q^2}{p^2+q^2} = q$$

সুতরাং, নির্ণেয় মান q

Physics

২০০ নম্বর

২১. মুক্ত প্রান্তে প্রতিফলনে দশা পরিবর্তন হয় না, তাই প্রতিফলিত তরঙ্গ $y_2 = 15\sin\frac{2\pi}{6}(100t + x)$

লব্ধি তরঙ্গ, $y = y_1 + y_2 = 15[\sin\frac{2\pi}{6}(100t - x) + \sin\frac{2\pi}{6}(100t + x)]$

$y = 30\cos(\frac{\pi x}{3})\sin(\frac{100\pi t}{3})$ m

$x = 3$ m এ বিস্তার, $30\cos(\pi) = -30$ m

এখানে, $\omega = \frac{100\pi}{3} = \frac{2\pi}{T}$ বা, $T = 0.06$ s

সরণ, $y = -30\sin(\frac{2\pi t}{T})$ m

বেগ, $v = \frac{dy}{dt} = -30\times\frac{100\pi}{3}\cos(\frac{2\pi t}{T}) = -1000\pi\cos(\frac{2\pi t}{T})$ ms^{-1}

$t = 0$ এ, $y = 0$, $v = -1000\pi = -3141.59$ ms^{-1}

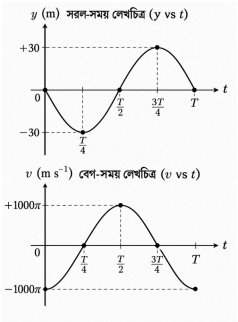
$t = \frac{T}{4}$ এ, $y = -30$ m, $v = 0$

$t = \frac{T}{2}$ এ, $y = 0$, $v = +3141.59$ ms^{-1}

$t = \frac{3T}{4}$ এ, $y = +30$ m, $v = 0$

$t = T$ এ, $y = 0$, $v = -3141.59$ ms^{-1}

লেখচিত্র:



২২. রকেটের বেগ, $v_r = \frac{200}{3.6} = 55.56\,ms^{-1}$
ধরি, সংকেত পাঠানোর মুহূর্তে রকেটের উচ্চতা h
3.3 s এ রকেটের ওপরে ওঠা দূরত্ব, $s_r = 55.56 \times 3.3 = 183.33\,m$
শব্দ নিচে h গিয়ে প্রতিফলিত হয়ে রকেটের নতুন অবস্থান $(h + s_r)$ উচ্চতায় পৌঁছায়
শব্দের অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব $= h + (h + s_r) = 2h + s_r$
প্রশ্নমতে, $2h + s_r = v_s \times t = 340 \times 3.3 = 1122\,m$
বা, $2h = 1122 - 183.33 = 938.67\,m$
বা, $h = 469.33\,m$
অতএব, সংকেত পাঠানোর মুহূর্তে রকেটের উচ্চতা ছিল 469.33 m

২৩. টানা তারের মূলসুর, $f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$
f ও μ ধ্রুব, সুতরাং $\frac{\sqrt{T_1}}{l_1} = \frac{\sqrt{T_2}}{l_2}$
এখানে, $T_1 = 40\,N$, $l_1 = 1.0\,m$, $T_2 = 20\,N$
$l_2 = l_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 1.0 \times \sqrt{\frac{20}{40}} = 0.7071\,m = 70.71\,cm$
দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন, $\Delta l = l_1 - l_2 = 1.0 - 0.7071 = 0.2929\,m = 29.29\,cm$
অতএব, তারটির দৈর্ঘ্য 29.29 cm কমাতে হবে

২৪. এখানে, $f_A = 250\,Hz$
$f_B = 250 \pm 2 = 252\,Hz$ অথবা $248\,Hz$
$f_D = 250 \pm 6 = 256\,Hz$ অথবা $244\,Hz$
B ও **D** এর বিট 4, অর্থাৎ $|f_B - f_D| = 4$ হওয়ায় সম্ভাব্য জোড়া:
ক্ষেত্র-১: $f_B = 252\,Hz$, $f_D = 256\,Hz$
ক্ষেত্র-২: $f_B = 248\,Hz$, $f_D = 244\,Hz$
ক্ষেত্র-১ এ **C**, **B** ও **D** উভয়ের সাথে 2 বিট দেয়, তাই $f_C = 252 + 2 = 254\,Hz$ (যাচাই: $|254 - 256| = 2$)
ক্ষেত্র-২ এ, $f_C = 248 - 2 = 246\,Hz$ (যাচাই: $|246 - 244| = 2$)
অতএব, **C** সুরশলাকার সম্ভাব্য কম্পাঙ্ক 254 Hz অথবা 246 Hz

২৫. সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 256 Hz, বিট 8, তাই নলের কম্পাঙ্ক 264 Hz অথবা 248 Hz
মোম লাগালে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কমে। এতে বিট বাড়লে বোঝা যায় নলের কম্পাঙ্ক সুরশলাকার চেয়ে বেশি ছিল
সুতরাং, $f_{pipe} = 264\,Hz$
খোলা নলের জন্য, $f_{pipe} = \frac{v}{2L_1}$ বা, $264 = \frac{285.25}{2L_1}$
বা, $L_1 = \frac{285.25}{2\times264} = 0.5402\,m = 54.02\,cm$
এক মুখ বন্ধ নলের মূলসুর সুরশলাকার সাথে অনুনাদে: $256 = \frac{v}{4L_2}$
বা, $L_2 = \frac{285.25}{4\times256} = 0.2786\,m = 27.86\,cm$
দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন, $\Delta L = L_1 - L_2 = 54.02 - 27.86 = 26.16\,cm$
অতএব, নলের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য 54.02 cm এবং দৈর্ঘ্য 26.16 cm কমাতে হবে

২৬. (ক) ১ম তরঙ্গের জন্য, $2\pi f_1 = 110.03\pi$ বা, $f_1 = 55.015\,Hz$
২য় তরঙ্গের জন্য, $2\pi f_2 = 134\pi$ বা, $f_2 = 67\,Hz$
বিট কম্পাঙ্ক, $f_{beat} = f_2 - f_1 = 67 - 55.015 = 11.985\,Hz$
বিটের পর্যায়কাল, $T_{beat} = \frac{1}{f_{beat}} = \frac{1}{11.985} = 0.0834\,s$
(খ) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{1}$
$\frac{I_{max}}{I_{min}} = (\frac{A_1+A_2}{A_1-A_2})^2 = (\frac{2+1}{2-1})^2 = 9$
অতএব, বিটের পর্যায়কাল 0.0834 s এবং $\frac{I_{max}}{I_{min}} = 9 : 1$

২৭. **(ক)** $y_{net} = 0.05[\sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)]$

$y_{net} = 2(0.05)\cos(2\pi\frac{f_1-f_2}{2}t)\sin(2\pi\frac{f_1+f_2}{2}t)$

বাহক কম্পাঙ্ক, $\frac{f_1+f_2}{2} = 100$ বা, $f_1 + f_2 = 200\,\text{Hz}$ **...(১)**

বিট কম্পাঙ্ক, $f_1 - f_2 = 4\,\text{Hz}$ **...(২)**

(১) ও **(২)** যোগ করে, $2f_1 = 204$ বা, $f_1 = 102\,\text{Hz}$

(১) থেকে **(২)** বিয়োগ করে, $2f_2 = 196$ বা, $f_2 = 98\,\text{Hz}$

(খ) এনভেলপ, $Y_{envelope}(t) = \pm 2A\cos(2\pi\frac{f_1-f_2}{2}t)$

$Y_{envelope}(t) = \pm 0.1\cos(2\pi \times \frac{4}{2}t) = \pm 0.1\cos(4\pi t)\,\text{m}$

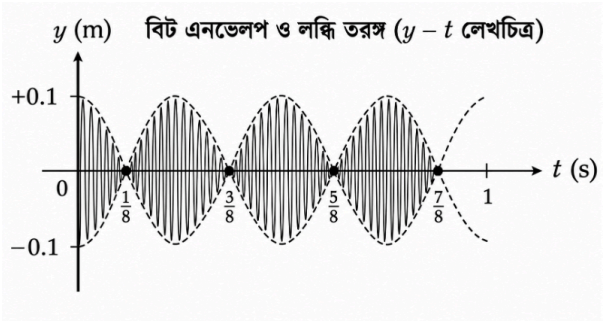
লব্ধি তরঙ্গ, $y_{net} = 0.1\cos(4\pi t)\sin(200\pi t)$ যা ± 0.1 m এনভেলপের ভেতর 100 Hz এ দোলে

শব্দ সম্পূর্ণ শূন্য হতে এনভেলপের বিস্তার শূন্য হতে হবে: $\cos(4\pi t) = 0$

বা, $4\pi t = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ বা, $t = \frac{2n+1}{8}$ s, যেখানে $n = 0, 1, 2, 3$

$t = 0.125$ s, 0.375 s, 0.625 s, 0.875 s মুহূর্তে শব্দ শূন্য হবে (এনভেলপ এই বিন্দুগুলোতে t-অক্ষ স্পর্শ করে)

অতএব, $f_1 = 102\,\text{Hz}$, $f_2 = 98\,\text{Hz}$ এবং এনভেলপ $\pm 0.1\cos(4\pi t)$



২৮. **(ক)** 0 dB এ তীব্রতা, $I = I_0 = 10^{-12}\,\text{Wm}^{-2}$ এবং $P = 10^{-7}$ W

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$ বা, $10^{-12} = \frac{10^{-7}}{4\pi r^2}$

বা, $r^2 = \frac{10^{-7}}{4\pi\times10^{-12}} = \frac{10^5}{4\pi} = 7957.7$

বা, $r = 89.2$ m

(খ) ধরি, প্রাথমিক দূরত্ব r_1 এবং নতুন দূরত্ব $r_2 = 2r_1$

ব্যস্তবর্গ সূত্রানুসারে, $\frac{I_2}{I_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2 = (\frac{r_1}{2r_1})^2 = \frac{1}{4}$

$\Delta\beta = 10\log_{10}(\frac{I_2}{I_1}) = 10\log_{10}(\frac{1}{4}) = 10 \times (-0.60206) = -6.02$ dB

অতএব, দূরত্ব 89.2 m এবং দূরত্ব দ্বিগুণ করলে তীব্রতা স্তর 6.02 dB হ্রাস পাবে

২৯. ঘরের আয়তন, $V = 10 \times 8 \times 4 = 320\,\text{m}^3$

26°C (299 K) এ বাষ্পচাপ, $f_1 = 0.70 \times 25.21 = 17.647$ mm Hg $= 2352.7$ Pa

প্রাথমিক বাষ্পের ভর, $m_1 = \frac{f_1 V M}{RT_1} = \frac{2352.7\times320\times18\times10^{-3}}{8.314\times299} = 5.4515$ kg

18°C (291 K) এ বাষ্প সম্পৃক্ত হয়ে সর্বোচ্চ বাষ্পচাপ থাকবে, $f_2 = 15.48$ mm Hg $= 2063.8$ Pa

অবশিষ্ট বাষ্পের ভর, $m_2 = \frac{f_2 V M}{RT_2} = \frac{2063.8\times320\times18\times10^{-3}}{8.314\times291} = 4.9135$ kg

ঘনীভূত পানির ভর, $\Delta m = m_1 - m_2 = 5.4515 - 4.9135 = 0.538$ kg

অতএব, প্রায় 0.538 kg (538 g) জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে

৩০. স্থির-তড়িৎ বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} = \frac{9\times10^9\times(1.6\times10^{-19})^2}{10^{-15}} = 2.304\times10^{-13}$ J

দুটি প্রোটনের মোট গড় তাপীয় গতিশক্তি, $E_k = 2 \times \frac{3}{2}kT = 3kT$

প্রশ্নমতে, $3kT = U$

বা, $T = \frac{U}{3k} = \frac{2.304\times10^{-13}}{3\times1.38\times10^{-23}} = \frac{2.304\times10^{-13}}{4.14\times10^{-23}}$

বা, $T = 5.565\times10^9$ K

অতএব, প্লাজমার সর্বনিম্ন তাপমাত্রা প্রায় 5.57×10^9 K

৩১. **(i)** শক্তির সমবিভাজন নীতি অনুসারে, $f_{eff} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} = \frac{(2\times5)+(1\times3)}{2+1} = \frac{13}{3} = 4.333$

(ii) মিশ্রণের রুদ্ধতাপীয় সূচক, $\gamma_{mix} = 1 + \frac{2}{f_{eff}} = 1 + \frac{6}{13} = \frac{19}{13} = 1.4615$

শব্দের বেগ, $v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ এবং $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ (মিশ্রণের জন্য একই M)

$\frac{v_s}{c_{rms}} = \sqrt{\frac{\gamma_{mix}}{3}} = \sqrt{\frac{19}{39}} = \sqrt{0.4872} = 0.698$

অতএব, $f_{eff} = \frac{13}{3} = 4.333$ এবং $\frac{v_s}{c_{rms}} = 0.698$

৩২. **(i)** $T_c = \frac{8a}{27Rb} = \frac{8\times0.364}{27\times8.314\times4.27\times10^{-5}} = \frac{2.912}{0.009585} = 303.8\,K = 30.8°C$

(ii) এখানে, $n = 1\,mol$, $V = 10^{-3}\,m^3$, $T = 300\,K$

আদর্শ গ্যাস সূত্রানুসারে, $P_{ideal} = \frac{nRT}{V} = \frac{8.314\times300}{10^{-3}} = 2.4942\times10^6\,Pa$

ভ্যান ডার ওয়ালস সূত্রানুসারে, $P_{real} = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$

$= \frac{2494.2}{10^{-3}-4.27\times10^{-5}} - \frac{0.364}{(10^{-3})^2} = 2.6054\times10^6 - 3.64\times10^5 = 2.2415\times10^6\,Pa$

চাপের পার্থক্য, $\Delta P = P_{ideal} - P_{real} = 2.4942\times10^6 - 2.2415\times10^6 = 2.527\times10^5\,Pa \approx 2.49\,atm$

অতএব, $T_c = 303.8\,K$ এবং চাপের পার্থক্য $2.53\times10^5\,Pa$ (আদর্শ চাপ বেশি)

৩৩. N_2 এর আণবিক ভর, $M = 28\,gmol^{-1}$

প্রাথমিক মোল, $n_0 = \frac{1.4}{28} = 0.05\,mol$

অবিয়োজিত N_2 এর মোল $= 0.05\times(1-0.30) = 0.035\,mol$

বিয়োজিত $N_2 = 0.05\times0.30 = 0.015\,mol$ এবং তা থেকে N পরমাণু $= 2\times0.015 = 0.030\,mol$

মোট মোল, $n_{total} = 0.035 + 0.030 = 0.065\,mol$

এখানে, $V = 5\times10^{-3}\,m^3$, $T = 1800\,K$

$P = \frac{n_{total}RT}{V} = \frac{0.065\times8.314\times1800}{5\times10^{-3}} = \frac{972.74}{0.005} = 1.945\times10^5\,Pa$

অতএব, চূড়ান্ত চাপ $1.945\times10^5\,Pa$

৩৪. $T_1 = 27 + 273 = 300\,K$, $T_2 = 40 + 273 = 313\,K$

জলীয় বাষ্পের আংশিক চাপ, $P_{v1} = 3.7\times10^3\,Pa$

শুষ্ক বায়ুর আংশিক চাপ, $P_{a1} = 1.07\times10^5 - 0.037\times10^5 = 1.033\times10^5\,Pa$

আয়তন স্থির, তাই গে-লুস্যাকের সূত্রানুসারে,

$P_{a2} = P_{a1}\times\frac{T_2}{T_1} = 1.033\times10^5\times\frac{313}{300} = 1.0778\times10^5\,Pa$

$P_{v2} = P_{v1}\times\frac{T_2}{T_1} = 0.037\times10^5\times\frac{313}{300} = 0.0386\times10^5\,Pa$

নতুন মোট চাপ, $P_2 = P_{a2} + P_{v2} = 1.0778\times10^5 + 0.0386\times10^5 = 1.1164\times10^5\,Pa$

অতএব, নতুন মোট চাপ $1.116\times10^5\,Pa$

৩৫. ১ম ক্ষেত্রে, পারদ স্তম্ভের উচ্চতা $h_1 = 70\,cm$

আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য, $L_1 = 100 - 70 = 30\,cm$

আবদ্ধ বায়ুর চাপ, $P_1 = 76 - 70 = 6\,cm\,Hg$

২য় ক্ষেত্রে, ধরি, পারদের নতুন উচ্চতা h_2

$L_2 = 100 - h_2$ এবং $P_2 = 74 - h_2$

বয়েলের সূত্রানুসারে, $P_1L_1 = P_2L_2$

বা, $6\times30 = (74-h_2)(100-h_2)$

বা, $180 = 7400 - 174h_2 + h_2^2$

বা, $h_2^2 - 174h_2 + 7220 = 0$

$h_2 = \frac{174\pm\sqrt{174^2-4\times7220}}{2} = \frac{174\pm\sqrt{1396}}{2} = \frac{174\pm37.36}{2}$

$h_2 = 105.68\,cm$ (নলের দৈর্ঘ্য 100 cm এর বেশি, তাই গ্রহণযোগ্য নয়) অথবা $h_2 = 68.32\,cm$

অতএব, পারদের নতুন উচ্চতা 68.32 cm

৩৬. **(i)** উন্মুক্ত ফ্লাস্কে P ও V স্থির, তাই $n_1 T_1 = n_2 T_2$
এখানে, $n_2 = (1 - 0.15)n_1 = 0.85n_1$, $T_1 = 25 + 273 = 298\,K$
$n_1 \times 298 = 0.85n_1 \times T_2$
বা, $T_2 = \frac{298}{0.85} = 350.59\,K = 77.59°C$
(ii) নির্গত মোল, $\Delta n = 0.15n_1$ এবং $n_1 = \frac{P_0 V}{RT_1}$
চূড়ান্ত তাপমাত্রায় নির্গত বায়ুর আয়তন, $V_{esc} = \frac{\Delta n R T_2}{P_0} = 0.15V\,\frac{T_2}{T_1}$
$= 0.15 \times 360 \times 10^{-6} \times \frac{350.59}{298} = 6.35 \times 10^{-5}\,m^3$
কাজ, $W = P_0 \Delta V = 1.013 \times 10^5 \times 6.35 \times 10^{-5} = 6.44\,J$
অতএব, চূড়ান্ত তাপমাত্রা $350.59\,K$ $(77.59°C)$ এবং সম্পাদিত কাজ প্রায় $6.44\,J$

৩৭. মোট মোল, $n_{total} = \frac{10}{2} = 5\,mol$
ধরি, সাম্য চাপ P
$n_A = \frac{P V_0}{RT_A}$ এবং $n_B = \frac{P V_0}{RT_B}$
$n_A + n_B = \frac{P V_0}{R}(\frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_B}) = 5$
বা, $\frac{P \times 10 \times 10^{-3}}{8.314}(\frac{1}{100} + \frac{1}{400}) = 5$
বা, $\frac{P \times 10^{-2}}{8.314} \times \frac{5}{400} = 5$
বা, $P = \frac{8.314 \times 400}{10^{-2}} = 3.3256 \times 10^5\,Pa$
(ii) একক ক্ষেত্রফলে প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষ, $N_{coll} \propto n\,c_{rms}$
একক আয়তনে অণুর সংখ্যা $n \propto \frac{P}{T}$ এবং $c_{rms} \propto \sqrt{T}$
P উভয় পাত্রে সমান, তাই $N_{coll} \propto \frac{P}{\sqrt{T}}$
$\frac{N_{coll,A}}{N_{coll,B}} = \sqrt{\frac{T_B}{T_A}} = \sqrt{\frac{400}{100}} = 2$
অতএব, সাম্য চাপ $3.33 \times 10^5\,Pa$ এবং সংঘর্ষের অনুপাত $2 : 1$

৩৮. ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হলে আয়তন, $V_2 = 2^3 V_1 = 8V_1$
$T_1 = 7 + 273 = 280\,K$ এবং $T_2 = 27 + 273 = 300\,K$
পৃষ্ঠের চাপ, $P_2 = P_0 = 1.013 \times 10^5\,Pa$
তলদেশের চাপ, $P_1 = P_0 + \varrho gh = 1.013 \times 10^5 + 9800h$
সমন্বিত গ্যাস সূত্রানুসারে, $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$
বা, $\frac{(1.013 \times 10^5 + 9800h)V_1}{280} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 8V_1}{300}$
বা, $1.013 \times 10^5 + 9800h = 1.013 \times 10^5 \times 8 \times \frac{280}{300} = 7.5637 \times 10^5$
বা, $9800h = 7.5637 \times 10^5 - 1.013 \times 10^5 = 6.5507 \times 10^5$
বা, $h = \frac{6.5507 \times 10^5}{9800} = 66.84\,m$
অতএব, হ্রদের গভীরতা $66.84\,m$

৩৯. এখানে, বাতাসে শব্দের বেগ, $v_a = 332\ ms^{-1}$
1 L বাতাসের ভর, $m_a = 1.293\ g$ এবং 1 L H_2 এর ভর, $m_h = 0.089\ g$
সুতরাং, ঘনত্ব, $\varrho_a = 1.293\ gL^{-1}$ এবং $\varrho_h = 0.089\ gL^{-1}$
আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\varrho}}$
বাতাস ও হাইড্রোজেন উভয়ই দ্বিপরমাণুক গ্যাস, তাই γ সমান এবং P ও সমান
$\therefore \frac{v_h}{v_a} = \sqrt{\frac{\varrho_a}{\varrho_h}}$
বা, $v_h = v_a\sqrt{\frac{\varrho_a}{\varrho_h}}$
বা, $v_h = 332 \times \sqrt{\frac{1.293}{0.089}}$
বা, $v_h = 332 \times \sqrt{14.528}$
বা, $v_h = 332 \times 3.812$
$\therefore v_h = 1265.4\ ms^{-1}$
অতএব, হাইড্রোজেনে শব্দের বেগ প্রায় $1265\ ms^{-1}$

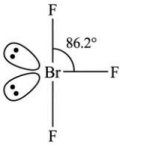
৪০. এখানে, উৎসের ক্ষমতা, $P = 45\ W$
অনুমোদিত সর্বোচ্চ তীব্রতা স্তর, $\beta = 65\ dB$
আমরা জানি, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$
বা, $65 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$
বা, $\frac{I}{10^{-12}} = 10^{6.5}$
বা, $I = 10^{-12} \times 3.162 \times 10^6 = 3.162 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$
আবার, $I = \frac{P}{4\pi r^2}$
বা, $r^2 = \frac{P}{4\pi I} = \frac{45}{4\times3.1416\times3.162\times10^{-6}}$
বা, $r^2 = \frac{45}{3.974\times10^{-5}} = 1.132 \times 10^6$
$\therefore r = 1064\ m$
অতএব, উৎসটি ওই এলাকা হতে ন্যূনতম প্রায় 1064 m দূরে রাখতে হবে

Chemistry

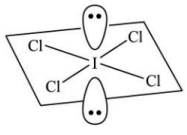
২০০ নম্বর

৪১. BrF_3**:**
Br এর যোজনী ইলেকট্রন = 7, 3টি F এর সাথে 3টি বন্ধন গঠিত হয়
নিঃসঙ্গ জোড় = $\frac{7-3}{2} = 2$
স্টেরিক সংখ্যা = 3 + 2 = 5, সুতরাং সংকরায়ন sp^3d
ইলেকট্রন জোড়ের জ্যামিতি ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিড, নিঃসঙ্গ জোড় দুটি বিষুবীয় অবস্থানে থাকে (বিকর্ষণ কম)
অতএব, আণবিক আকৃতি **T**-আকৃতি (বন্ধন কোণ 90° এর সামান্য কম)
ICl_4^-**:**
I এর যোজনী ইলেকট্রন = 7, ঋণাত্মক চার্জের জন্য 1টি ইলেকট্রন যোগ, 4টি Cl এর সাথে 4টি বন্ধন
নিঃসঙ্গ জোড় = $\frac{7+1-4}{2} = 2$
স্টেরিক সংখ্যা = 4 + 2 = 6, সুতরাং সংকরায়ন sp^3d^2
ইলেকট্রন জোড়ের জ্যামিতি অষ্টতলকীয়, নিঃসঙ্গ জোড় দুটি পরস্পর বিপরীত (অক্ষীয়) অবস্থানে থাকে
অতএব, আণবিক আকৃতি সমতলীয় বর্গাকার (বন্ধন কোণ 90°)

BrF_3: sp^3d, 3 বন্ধন জোড় + 2 নিঃসঙ্গ জোড়, T-আকৃতি ICl_4^-: sp^3d^2, 4 বন্ধন জোড় + 2 নিঃসঙ্গ জোড়, সমতলীয় বর্গাকার



2টি নিঃসঙ্গ জোড় বিষুবীয় অবস্থানে
(ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিড বিন্যাস)



2টি নিঃসঙ্গ জোড় বিপরীত দিকে
(তলের উপরে ও নিচে, 180°); Cl-I-Cl = 90°

৪২. SiH_4, PH_3, H_2S এর কেন্দ্রীয় পরমাণুর সংকরায়ন sp^3
SiH_4: নিঃসঙ্গ জোড় 0, বন্ধন কোণ $109.5°$ (সুষম চতুস্তলকীয়)
PH_3: নিঃসঙ্গ জোড় 1, বন্ধন কোণ প্রায় $93.5°$
H_2S: নিঃসঙ্গ জোড় 2, বন্ধন কোণ প্রায় $92°$
কারণ: নিঃসঙ্গ জোড়-বন্ধন জোড় বিকর্ষণ, বন্ধন জোড়-বন্ধন জোড় বিকর্ষণ অপেক্ষা বেশি; নিঃসঙ্গ জোড় সংখ্যা বাড়লে বন্ধন কোণ কমে
আবার, P ও S তৃতীয় পর্যায়ের বড় পরমাণু; এদের s ও p অরবিটালের শক্তির ব্যবধান বেশি হওয়ায় সংকরায়ন দুর্বল, বন্ধন প্রায় বিশুদ্ধ p অরবিটালের মাধ্যমে হয়, ফলে কোণ $90°$ এর কাছাকাছি থাকে
সুতরাং, বন্ধন কোণের ক্রম: $SiH_4 > PH_3 > H_2S$
H_2O ও OF_2: উভয়ে sp^3, 2টি নিঃসঙ্গ জোড়, কৌণিক আকৃতি
H_2O এ O এর তড়িৎঋণাত্মকতা H অপেক্ষা বেশি, বন্ধন ইলেকট্রন জোড় O এর দিকে সরে আসে, ফলে বন্ধন জোড়-বন্ধন জোড় বিকর্ষণ বাড়ে এবং কোণ বেশি ($104.5°$)
OF_2 এ F এর তড়িৎঋণাত্মকতা O অপেক্ষা বেশি, বন্ধন ইলেকট্রন জোড় F এর দিকে সরে যায়, ফলে O এর কাছে বন্ধন জোড়-বন্ধন জোড় বিকর্ষণ কমে এবং কোণ কম ($103°$)
অতএব, $H_2O > OF_2$

৪৩. গলনাঙ্কের ক্রম: $BeCl_2 < MgCl_2 < CaCl_2$
ফাজানের নীতি অনুসারে, ক্যাটায়নের আকার যত ছোট ও চার্জ যত বেশি, পোলারায়ন ক্ষমতা তত বেশি এবং যৌগে সমযোজী বৈশিষ্ট্য তত বেশি হয়
Be^{2+} এর আকার সবচেয়ে ছোট, পোলারায়ন ক্ষমতা সর্বাধিক, তাই $BeCl_2$ প্রধানত সমযোজী, গলনাঙ্ক সর্বনিম্ন
গ্রুপে নিচের দিকে ক্যাটায়নের আকার বাড়ে, পোলারায়ন ক্ষমতা কমে, আয়নিক বৈশিষ্ট্য ও ল্যাটিস শক্তি বাড়ে
অতএব, $CaCl_2$ সবচেয়ে বেশি আয়নিক, গলনাঙ্ক সর্বোচ্চ
$AgCl$ ও KCl: $AgCl$ এর গলনাঙ্ক কম
Ag^+ এর ইলেকট্রন বিন্যাস 18 ইলেকট্রনীয় (ছদ্ম নিষ্ক্রিয় গ্যাস, d^{10}) এবং K^+ এর 8 ইলেকট্রনীয় (নিষ্ক্রিয় গ্যাস)
d ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের আকর্ষণকে কম আড়াল করে, ফলে Ag^+ এর কার্যকর নিউক্লিয়ার চার্জ বেশি, পোলারায়ন ক্ষমতা বেশি
সুতরাং, $AgCl$ এ সমযোজী বৈশিষ্ট্য বেশি, তাই গলনাঙ্ক KCl অপেক্ষা কম

৪৪. দ্রাব্যতার ক্রম: $BeSO_4 > MgSO_4 > CaSO_4 > SrSO_4 > BaSO_4$
দ্রাব্যতা নির্ভর করে ল্যাটিস শক্তি ও হাইড্রেশন শক্তির উপর; হাইড্রেশন শক্তি ল্যাটিস শক্তি অপেক্ষা বেশি হলে যৌগ দ্রবীভূত হয়
SO_4^{2-} একটি বড় ঋণাত্মক আয়ন, তাই ক্যাটায়নের আকার বাড়লে ল্যাটিস শক্তি খুব সামান্য কমে
কিন্তু ক্যাটায়নের আকার বাড়লে হাইড্রেশন শক্তি দ্রুত কমে
ফলে গ্রুপে নিচের দিকে হাইড্রেশন শক্তির হ্রাস ল্যাটিস শক্তির হ্রাস অপেক্ষা বেশি হয়, তাই দ্রাব্যতা কমে
$PbCl_2$ ও PbI_2:
I^- এর আকার Cl^- অপেক্ষা বড়, তাই I^- অধিক পোলারায়িত হয়
PbI_2 এ I^- থেকে Pb^{2+} এ ইলেকট্রন স্থানান্তরে (চার্জ ট্রান্সফার) কম শক্তি লাগে, যা দৃশ্যমান আলোর বেগুনি-নীল অংশ শোষণ করে
অতএব, পরিপূরক বর্ণ হলুদ দেখা যায়
Cl^- কম পোলারায়িত হয়, ইলেকট্রন স্থানান্তরে বেশি শক্তি লাগে যা অতিবেগুনি অঞ্চলে পড়ে, দৃশ্যমান আলো শোষিত হয় না
সুতরাং, $PbCl_2$ বর্ণহীন

৪৫. বন্ধন ক্রম $= \frac{N_b - N_a}{2}$, যেখানে N_b = বন্ধন **MO** এর ইলেকট্রন, N_a = বিবন্ধন **MO** এর ইলেকট্রন

N_2 (14টি ইলেকট্রন): $\sigma 1s^2\ \sigma^* 1s^2\ \sigma 2s^2\ \sigma^* 2s^2\ \pi 2p_x^2 = \pi 2p_y^2\ \sigma 2p_z^2$

এখানে $N_b = 10$, $N_a = 4$, বন্ধন ক্রম $= \frac{10-4}{2} = 3$, অযুগ্ম ইলেকট্রন নেই, তাই ডায়াচৌম্বক

N_2^+ (13টি ইলেকট্রন): $\sigma 2p_z$ থেকে একটি ইলেকট্রন অপসারিত

এখানে $N_b = 9$, $N_a = 4$, বন্ধন ক্রম $= \frac{9-4}{2} = 2.5$, 1টি অযুগ্ম ইলেকট্রন, তাই প্যারাচৌম্বক

N_2^- (15টি ইলেকট্রন): অতিরিক্ত ইলেকট্রন $\pi^* 2p$ এ প্রবেশ করে

এখানে $N_b = 10$, $N_a = 5$, বন্ধন ক্রম $= \frac{10-5}{2} = 2.5$, 1টি অযুগ্ম ইলেকট্রন, তাই প্যারাচৌম্বক

N_2^{2-} (16টি ইলেকট্রন): $\pi^* 2p_x^1\ \pi^* 2p_y^1$

এখানে $N_b = 10$, $N_a = 6$, বন্ধন ক্রম $= \frac{10-6}{2} = 2$, 2টি অযুগ্ম ইলেকট্রন, তাই প্যারাচৌম্বক

স্থায়িত্ব: উভয়ের বন্ধন ক্রম সমান (2.5), তবে N_2^+ অধিক সুস্থিত

কারণ N_2^- এ অতিরিক্ত ইলেকট্রনটি উচ্চ শক্তির বিবন্ধন $\pi^* 2p$ অরবিটালে অবস্থান করে, ফলে বিবন্ধন ইলেকট্রন বেশি (5 টি) ও অণুর মোট শক্তি বেশি হয়

অপরদিকে N_2^+ এ বিবন্ধন ইলেকট্রন কম (4টি) এবং বন্ধন **MO** এ ইলেকট্রন সংখ্যা তুলনামূলক বেশি, তাই N_2^+ অধিক সুস্থিত

৪৬. NH_4Cl:

NH_4^+ আয়নে 3টি সমযোজী বন্ধন (N − H) এবং 1টি সন্নিবেশ বন্ধন ($N \rightarrow H^+$) আছে

NH_4^+ ও Cl^- এর মধ্যে 1টি আয়নিক বন্ধন আছে

অতএব, মোট আয়নিক 1টি, সমযোজী 3টি, সন্নিবেশ 1টি

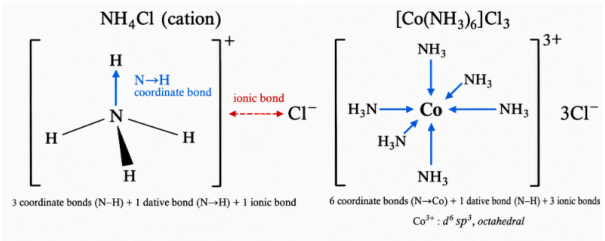
$[Co(NH_3)_6]Cl_3$:

জটিল আয়ন $[Co(NH_3)_6]^{3+}$ ও 3টি Cl^- এর মধ্যে 3টি আয়নিক বন্ধন

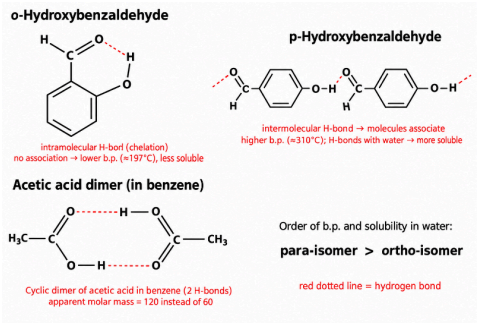
Co^{3+} ও 6টি NH_3 লিগ্যান্ডের মধ্যে 6টি সন্নিবেশ বন্ধন ($NH_3 \rightarrow Co^{3+}$)

প্রতিটি NH_3 এ 3টি N − H সমযোজী বন্ধন, মোট $6 \times 3 = 18$টি

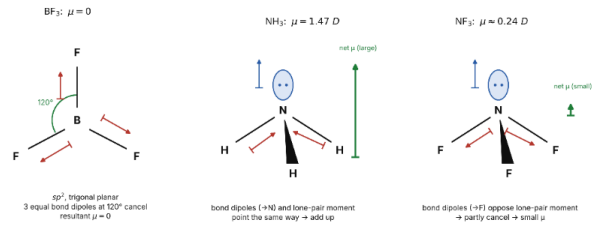
অতএব, মোট আয়নিক 3টি, সন্নিবেশ 6টি, সমযোজী 18টি



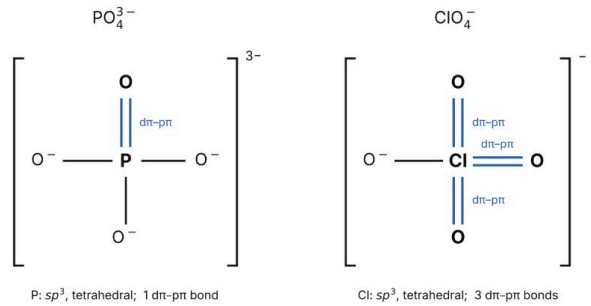
৪৭. অর্থো-হাইড্রোক্সি বেনজালডিহাইডে $-OH$ ও $-CHO$ পাশাপাশি থাকায় একই অণুর মধ্যে অন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন $(O-H\cdots O=C)$ গঠিত হয় (ছয় সদস্যবিশিষ্ট চক্র)
প্যারা-হাইড্রোক্সি বেনজালডিহাইডে $-OH$ ও $-CHO$ দূরে থাকায় এক অণুর $-OH$ অন্য অণুর $-CHO$ এর সাথে আন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করে
স্ফুটনাঙ্ক: অন্তঃআণবিক বন্ধনের ফলে অর্থো যৌগের অণুগুলো পরস্পরের সাথে যুক্ত হয় না, তাই স্ফুটনাঙ্ক কম
আন্তঃআণবিক বন্ধনের ফলে প্যারা যৌগের অণুগুলো সংযুক্ত থাকে, ভাঙতে বেশি শক্তি লাগে, তাই স্ফুটনাঙ্ক বেশি
অতএব, স্ফুটনাঙ্ক: প্যারা $>$ অর্থো
দ্রাব্যতা: অর্থো যৌগের $-OH$ অন্তঃআণবিক বন্ধনে আবদ্ধ থাকায় পানির সাথে হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করতে পারে না, তাই পানিতে দ্রাব্যতা কম
প্যারা যৌগের $-OH$ মুক্ত থাকায় পানির সাথে হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করে, তাই পানিতে দ্রাব্যতা বেশি
অতএব, পানিতে দ্রাব্যতা: প্যারা $>$ অর্থো
অ্যাসিটিক এসিডের ডাইমার: বেনজিন অধ্রুবীয় দ্রাবক, তাই অ্যাসিটিক এসিডের সাথে হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করে না
CH_3COOH এর দুটি অণু পরস্পরের $-COOH$ গ্রুপের মধ্যে দুটি আন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন $(O-H\cdots O=C)$ দ্বারা আট সদস্যবিশিষ্ট চক্রাকার ডাইমার গঠন করে
ফলে বেনজিনে অ্যাসিটিক এসিডের আণবিক ভর প্রায় দ্বিগুণ (120) পাওয়া যায়



৪৮. BF_3: B সংকরায়ন sp^2, আকৃতি সমতলীয় ত্রিকোণাকার, বন্ধন কোণ $120°$
প্রতিটি $B-F$ বন্ধন পোলার (তড়িৎঋণাত্মকতা $F > B$), তবে তিনটি বন্ধন মোমেন্টের মান সমান ও পরস্পর $120°$ কোণে
অতএব, ভেক্টর যোগফল শূন্য, লব্ধি ডাইপোল মোমেন্ট $\mu = 0$
NF_3: N সংকরায়ন sp^3, আকৃতি পিরামিডাকার, 1টি নিঃসঙ্গ জোড়
$N-F$ বন্ধন মোমেন্টের অভিমুখ F এর দিকে (F অধিক তড়িৎঋণাত্মক), কিন্তু নিঃসঙ্গ জোড়ের মোমেন্টের অভিমুখ N থেকে বাইরের দিকে
এই দুই মোমেন্ট পরস্পর বিপরীতমুখী হওয়ায় একে অপরকে অনেকটা কমিয়ে দেয়, ফলে লব্ধি μ কম $(0.2\,D)$
NH_3: $N-H$ বন্ধন মোমেন্টের অভিমুখ N এর দিকে (N অধিক তড়িৎঋণাত্মক) এবং নিঃসঙ্গ জোড়ের মোমেন্টও N এর দিক থেকে বাইরের দিকে
এখানে বন্ধন মোমেন্ট ও নিঃসঙ্গ জোড় মোমেন্ট একই অভিমুখী হওয়ায় যোগ হয়, ফলে লব্ধি μ বেশি $(1.47\,D)$
অতএব, NF_3 এর ডাইপোল মোমেন্ট NH_3 অপেক্ষা অনেক কম



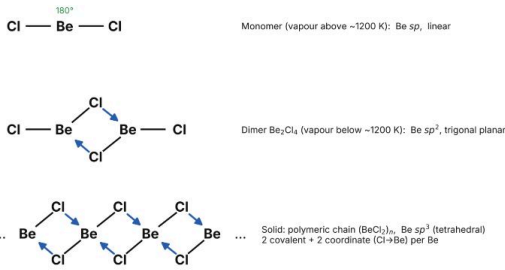
৪৯. PO_4^{3-}: কেন্দ্রীয় পরমাণু P, 4টি σ বন্ধন, নিঃসঙ্গ জোড় নেই, স্টেরিক সংখ্যা 4
অতএব, সংকরায়ন sp^3, আকৃতি সুষম চতুস্তলকীয়
P এর যোজনী ইলেকট্রন 5, তিনটি ঋণাত্মক চার্জ ধরে মোট 8টি ইলেকট্রন; 3টি O এর সাথে $P - O^-$ একক বন্ধন এবং 1টি O এর সাথে $P = O$ দ্বিবন্ধন
$P = O$ বন্ধনের π অংশটি O এর 2p ও P এর রিক্ত 3d অরবিটালের পার্শ্বীয় অধিক্রমণে গঠিত, তাই 1টি $d\pi - p\pi$ বন্ধন
ClO_4^-: কেন্দ্রীয় পরমাণু Cl, 4টি σ বন্ধন, নিঃসঙ্গ জোড় নেই, স্টেরিক সংখ্যা 4
অতএব, সংকরায়ন sp^3, আকৃতি সুষম চতুস্তলকীয়
Cl এর যোজনী ইলেকট্রন 7, 1টি O এর সাথে $Cl - O^-$ একক বন্ধন এবং 3টি O এর সাথে $Cl = O$ দ্বিবন্ধন
3টি $Cl = O$ বন্ধনের প্রতিটির π অংশ O এর 2p ও Cl এর 3d অরবিটালের অধিক্রমণে গঠিত, তাই 3টি $d\pi - p\pi$ বন্ধন
অতএব, PO_4^{3-} এ 1টি এবং ClO_4^- এ 3টি $d\pi - p\pi$ বন্ধন



৫০. কার্বনগুলোকে বাম থেকে ডানে C_1 থেকে C_6 ধরি: $HC_1 \equiv C_2 - C_3H = C_4H - C_5H_2 - C_6 \equiv N$
সংকরায়ন: C_1 ও C_2 (ত্রিবন্ধন) $\rightarrow sp$
C_3 ও C_4 (দ্বিবন্ধন) $\rightarrow sp^2$
C_5 (চারটি একক বন্ধন) $\rightarrow sp^3$
C_6 (ত্রিবন্ধন) $\rightarrow$ sp, N (ত্রিবন্ধন ও 1টি নিঃসঙ্গ জোড়) $\rightarrow sp$
H পরমাণুতে শুধু 1s অরবিটাল থাকায় সংকরায়ন হয় না
σ বন্ধন: C – H এ 5টি (C_1, C_3, C_4 এ 1টি করে ও C_5 এ 2টি)
C – C এ 5টি (C_1C_2, C_2C_3, C_3C_4, C_4C_5, C_5C_6) এবং $C_6 - N$ এ 1টি
অতএব, মোট σ বন্ধন = 5 + 5 + 1 = 11
π বন্ধন: $C_1 \equiv C_2$ এ 2টি, $C_3 = C_4$ এ 1টি, $C_6 \equiv N$ এ 2টি
অতএব, মোট π বন্ধন = 5
নিঃসঙ্গ ইলেকট্রন জোড়: শুধু N এর উপর 1টি
অতএব, মোট নিঃসঙ্গ জোড় = 1

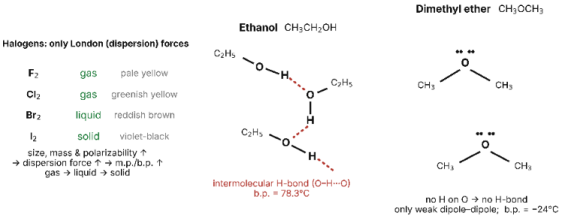
৫১. $[Ni(CO)_4]$:
এখানে Ni এর জারণ মান 0, বিন্যাস $3d^84s^2$
CO শক্তিশালী লিগ্যান্ড, 4s এর ইলেকট্রন 3d তে যুগ্ম হয়ে $3d^{10}4s^0$ হয়
4s ও 4p অরবিটাল মিলে সংকরায়ন sp^3, জ্যামিতি চতুস্তলকীয়
অযুগ্ম ইলেকট্রন নেই, তাই ডায়াচৌম্বক
$[Ni(CN)_4]^{2-}$:
এখানে Ni এর জারণ মান +2, বিন্যাস $3d^8$
CN^- শক্তিশালী লিগ্যান্ড, 3d এর ইলেকট্রন যুগ্ম হয়ে একটি 3d অরবিটাল খালি হয়
একটি 3d, একটি 4s ও দুটি 4p অরবিটাল মিলে সংকরায়ন dsp^2, জ্যামিতি সমতলীয় বর্গাকার
অযুগ্ম ইলেকট্রন নেই, তাই ডায়াচৌম্বক
$[NiCl_4]^{2-}$:
এখানে Ni এর জারণ মান +2, বিন্যাস $3d^8$
Cl^- দুর্বল লিগ্যান্ড, 3d এর ইলেকট্রন যুগ্ম হয় না
4s ও 4p অরবিটাল মিলে সংকরায়ন sp^3, জ্যামিতি চতুস্তলকীয়
2টি অযুগ্ম ইলেকট্রন থাকায় প্যারাচৌম্বক

৫২. কঠিন অবস্থায়: $BeCl_2$ দীর্ঘ শৃঙ্খলাকার পলিমার $(BeCl_2)_n$ হিসেবে থাকে
Be এর যোজনী ইলেকট্রন 2, সমযোজী বন্ধনে 2টি Cl এর সাথে যুক্ত হয়ে ইলেকট্রন ঘাটতি থাকে
প্রতিটি Cl এর নিঃসঙ্গ জোড় পার্শ্ববর্তী Be এর রিক্ত অরবিটালে দান করে সেতুবন্ধন (Cl সেতু) গঠন করে
ফলে প্রতিটি Be এর সাথে 2টি সমযোজী ও 2টি সন্নিবেশ বন্ধন যুক্ত হয়, Be এর সংকরায়ন sp^3, আকৃতি চতুস্তলকীয়
বাষ্পীয় অবস্থায় (নিম্ন তাপমাত্রায়): ডাইমার Be_2Cl_4 হিসেবে থাকে
এখানে Cl সেতু দিয়ে দুটি Be যুক্ত থাকে, প্রতিটি Be এর সংকরায়ন sp^2, আকৃতি সমতলীয় ত্রিকোণাকার
অত্যন্ত উচ্চ তাপমাত্রায়: ডাইমার ভেঙে মনোমার $BeCl_2$ গঠিত হয়
এখানে Be এর 2টি σ বন্ধন, নিঃসঙ্গ জোড় নেই, সংকরায়ন sp
অতএব, আকৃতি সরলরৈখিক (Cl − Be − Cl কোণ 180°)

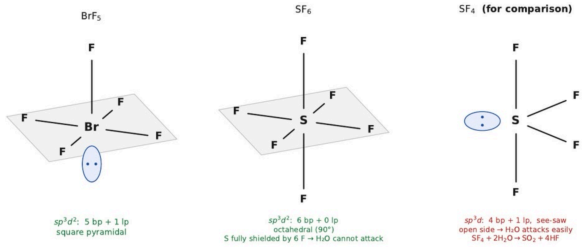


৫৩. N_2 নিষ্ক্রিয়: N_2 এ $N \equiv N$ ত্রিবন্ধন আছে (একটি σ ও দুটি π)
N পরমাণু ছোট হওয়ায় $p\pi - p\pi$ অধিক্রমণ খুব কার্যকর, ফলে বন্ধন শক্তি অত্যন্ত বেশি ($945\ kJmol^{-1}$) এবং বন্ধন দৈর্ঘ্য কম
এই বন্ধন ভাঙতে অনেক শক্তি লাগে, তাই N_2 নিষ্ক্রিয়
P_4 সক্রিয়: P_4 অণু চতুস্তলকীয়, P − P − P কোণ মাত্র 60°, ফলে অণুতে বিশাল কোণীয় বিকৃতি (টান) থাকে
P পরমাণু বড় হওয়ায় $p\pi - p\pi$ অধিক্রমণ দুর্বল, তাই $P \equiv P$ ত্রিবন্ধন সুস্থিত নয়
টান ও দুর্বল বন্ধনের কারণে P_4 অস্থিতিশীল ও অত্যন্ত সক্রিয় (সাধারণ তাপমাত্রায় বাতাসে জ্বলে ওঠে)
P − P বনাম N − N একক বন্ধন: N ছোট পরমাণু, তাই N − N বন্ধন দৈর্ঘ্য অত্যন্ত কম
ফলে পাশাপাশি দুই N এর নিঃসঙ্গ জোড়গুলোর মধ্যে তীব্র বিকর্ষণ হয়, যা বন্ধনকে দুর্বল করে (N − N প্রায় $163\ kJmol^{-1}$)
P বড় পরমাণু, P − P বন্ধন দৈর্ঘ্য বেশি, নিঃসঙ্গ জোড়-নিঃসঙ্গ জোড় বিকর্ষণ নগণ্য
অতএব, P − P বন্ধন (প্রায় $201\ kJmol^{-1}$) N − N বন্ধন অপেক্ষা শক্তিশালী

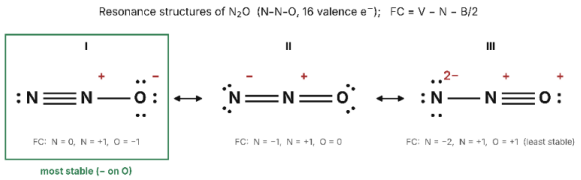
৫৪. F_2 ও Cl_2 গ্যাস, Br_2 তরল এবং I_2 কঠিন
হ্যালোজেন অণুগুলো অধ্রুবীয়, অণুর মধ্যে কেবল লন্ডন বিচ্ছুরণ বল কাজ করে
F_2 থেকে I_2 পর্যন্ত আণবিক আকার ও ইলেকট্রন সংখ্যা বাড়ে, ইলেকট্রন মেঘের পোলারায়ন ক্ষমতা বাড়ে
ফলে লন্ডন বিচ্ছুরণ বল ক্রমশ বাড়ে এবং গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক বাড়ে
তাই সাধারণ তাপমাত্রায় ভৌত অবস্থা গ্যাস থেকে তরল ও কঠিনে পরিবর্তিত হয়
ইথানল (C_2H_5OH) ও ডাইমিথাইল ইথার (CH_3OCH_3) এর আণবিক ভর সমান (46), তবুও ইথানলের স্ফুটনাঙ্ক (78°C) অনেক বেশি
ইথানলে O এর সাথে H যুক্ত (O − H বন্ধন) থাকায় অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন (O − H ⋯ O) গঠিত হয়
এই হাইড্রোজেন বন্ধন ভাঙতে অতিরিক্ত শক্তি লাগে, তাই স্ফুটনাঙ্ক বেশি
ডাইমিথাইল ইথারে O এর সাথে H সরাসরি যুক্ত নয়, তাই আন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন সম্ভব নয়
কেবল দুর্বল দ্বিমেরু-দ্বিমেরু আকর্ষণ থাকায় স্ফুটনাঙ্ক কম (−24°C)



৫৫. BrF_5: Br এর যোজনী ইলেকট্রন 7, 5টি F এর সাথে 5টি বন্ধন
নিঃসঙ্গ জোড় = $\frac{7-5}{2} = 1$, স্টেরিক সংখ্যা = $5 + 1 = 6$
অতএব, সংকরায়ন sp^3d^2, ইলেকট্রন জোড়ের জ্যামিতি অষ্টতলকীয়, আণবিক আকৃতি বর্গাকার পিরামিডাকার
SF_6: S এর যোজনী ইলেকট্রন 6, 6টি F এর সাথে 6টি বন্ধন, নিঃসঙ্গ জোড় 0
স্টেরিক সংখ্যা 6, সংকরায়ন sp^3d^2, আকৃতি সুষম অষ্টতলকীয় (বন্ধন কোণ 90°)
SF_6 আর্দ্রবিশ্লেষিত হয় না: S ছয়টি F দ্বারা পুরোপুরি পরিবেষ্টিত (স্টেরিক বাধা), S এর সন্নিবেশ সংখ্যা সর্বোচ্চ ও কোনো নিঃসঙ্গ জোড় নেই
তাছাড়া $S - F$ বন্ধন শক্তিশালী, পানির O এর নিঃসঙ্গ জোড়কে গ্রহণ করার উপযুক্ত রিক্ত অরবিটাল সহজলভ্য নয়, তাই এটি গতিগতভাবে নিষ্ক্রিয়
SF_4 সহজে আর্দ্রবিশ্লেষিত হয়: S এ 1টি নিঃসঙ্গ জোড় আছে ও স্টেরিক বাধা কম
S এর রিক্ত d অরবিটাল পানির O এর নিঃসঙ্গ জোড় গ্রহণ করতে পারে, ফলে বিক্রিয়া শুরু হয়
বিক্রিয়া: $SF_4 + 2H_2O \rightarrow SO_2 + 4HF$



৫৬. N_2O এর কঙ্কাল $N - N - O$ (কেন্দ্রে N), মোট যোজনী ইলেকট্রন = $5 + 5 + 6 = 16$
ফর্মাল চার্জ = যোজনী ইলেকট্রন − (নিঃসঙ্গ ইলেকট্রন + বন্ধন সংখ্যা)
কাঠামো **I**: $N \equiv N^+ - O^-$
প্রান্তীয় N: $5 - (2 + 3) = 0$, কেন্দ্রীয় N: $5 - (0 + 4) = +1$, O: $6 - (6 + 1) = -1$
কাঠামো **II**: $N^- = N^+ = O$
প্রান্তীয় N: $5 - (4 + 2) = -1$, কেন্দ্রীয় N: $5 - (0 + 4) = +1$, O: $6 - (4 + 2) = 0$
কাঠামো **III**: $N^{2-} - N^+ \equiv O^+$
প্রান্তীয় N: $5 - (6 + 1) = -2$, কেন্দ্রীয় N: $5 - (0 + 4) = +1$, O: $6 - (2 + 3) = +1$
সুতরাং, কাঠামো **I** ও **II** এ চার্জ বিচ্ছেদ কম এবং ঋণাত্মক চার্জ তুলনামূলক বেশি তড়িৎঋণাত্মক পরমাণুতে (O বা N) অবস্থান করে
কাঠামো **I** এ ঋণাত্মক চার্জ সবচেয়ে বেশি তড়িৎঋণাত্মক O পরমাণুতে এবং প্রান্তীয় N এর চার্জ শূন্য
কাঠামো **III** এ চার্জ বিচ্ছেদ বেশি (−2, +1 ও +1) এবং O এ ধনাত্মক চার্জ, তাই সবচেয়ে অস্থিতিশীল
অতএব, সবচেয়ে সুস্থিত কাঠামো **I** ($N \equiv N^+ - O^-$)



৫৭. দ্রাব্যতার ক্রম: $Mg(OH)_2 < Ca(OH)_2 < Sr(OH)_2 < Ba(OH)_2$
OH^- একটি ক্ষুদ্র আয়ন, তাই ক্যাটায়নের আকার বাড়লে ল্যাটিস শক্তি দ্রুত কমে
হাইড্রেশন শক্তিও কমে, তবে ল্যাটিস শক্তির হ্রাস হাইড্রেশন শক্তির হ্রাস অপেক্ষা বেশি
ফলে গ্রুপে নিচের দিকে দ্রাব্যতা বাড়ে
ব্লিচিং পাউডার $Ca(OCl)Cl$ একটি মিশ্র লবণ, যার আয়নগুলো Ca^{2+}, OCl^- ও Cl^-
বন্ধন: Ca^{2+} ও OCl^- এর মধ্যে 1টি আয়নিক বন্ধন এবং Ca^{2+} ও Cl^- এর মধ্যে 1টি আয়নিক বন্ধন
OCl^- আয়নে $O - Cl$ এর মধ্যে 1টি সমযোজী বন্ধন
জারণ মান: OCl^- আয়নের Cl এর জারণ মান $x + (-2) = -1$ থেকে $x = +1$
Cl^- আয়নের Cl এর জারণ মান -1

৫৮. I_3^-: কেন্দ্রীয় I এর যোজনী ইলেকট্রন 7, ঋণাত্মক চার্জের জন্য 1 যোগ, 2টি I এর সাথে 2টি বন্ধন
কেন্দ্রীয় I এর নিঃসঙ্গ জোড় = $\frac{7+1-2}{2} = 3$
স্টেরিক সংখ্যা = 2 + 3 = 5, সংকরায়ন sp^3d
ইলেকট্রন জোড়ের জ্যামিতি ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিড, আণবিক আকৃতি সরলরৈখিক
I_3^+: কেন্দ্রীয় I এর যোজনী ইলেকট্রন 7, ধনাত্মক চার্জের জন্য 1 বিয়োগ, 2টি বন্ধন
কেন্দ্রীয় I এর নিঃসঙ্গ জোড় = $\frac{7-1-2}{2} = 2$
স্টেরিক সংখ্যা = 2 + 2 = 4, সংকরায়ন sp^3
ইলেকট্রন জোড়ের জ্যামিতি চতুস্তলকীয়, আণবিক আকৃতি কৌণিক (বন্ধন কোণ 109.5° এর কম)
কারণ: I_3^- এ 3টি নিঃসঙ্গ জোড় ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিডের বিষুবীয় সমতলে অবস্থান করে বিকর্ষণ সর্বনিম্ন রাখে, ফলে দুটি I পরমাণু অক্ষীয় অবস্থানে 180° কোণে থাকে
I_3^+ এ 2টি নিঃসঙ্গ জোড় ও 2টি বন্ধন জোড় চতুস্তলকীয় বিন্যাসে থাকে, নিঃসঙ্গ জোড়ের বিকর্ষণে বন্ধন কোণ কমে যায়
অতএব, I_3^+ কৌণিক

৫৯. অম্লীয় তীব্রতার ক্রম: ট্রাইফ্লুরোঅ্যাসিটিক এসিড (CF_3COOH) > অ্যাসিটিক এসিড (CH_3COOH)
CF_3COOH এ তিনটি অত্যন্ত তড়িৎঋণাত্মক F পরমাণুর শক্তিশালী ইলেকট্রন আকর্ষী (–I) প্রভাব থাকে
এই প্রভাবে $-COO^-$ এর ঋণাত্মক চার্জ বিস্তৃত হয়ে অনুবন্ধী ক্ষারক CF_3COO^- অধিক সুস্থিত হয় এবং H^+ সহজে মুক্ত হয়
CH_3COOH এ $-CH_3$ গ্রুপের ইলেকট্রন দাতা (+I) প্রভাবে CH_3COO^- অস্থিতিশীল হয়, তাই অম্লত্ব কম
(pK_a: CF_3COOH প্রায় 0.2, CH_3COOH প্রায় 4.76)
স্যালিসিলিক এসিড ($o-HOC_6H_4COOH$) বনাম বেনজোয়িক এসিড:
স্যালিসিলিক এসিডে $-OH$ গ্রুপ $-COOH$ এর অর্থো অবস্থানে থাকে
H^+ মুক্ত হওয়ার পর গঠিত $-COO^-$ আয়ন $-OH$ এর H এর সাথে অন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন ($O-H\cdots O^-$) গঠন করে
এতে অনুবন্ধী ক্ষারক অতিরিক্ত সুস্থিতি লাভ করে (চক্র গঠনের মাধ্যমে), তাছাড়া অর্থো অবস্থানের প্রতিস্থাপকের প্রভাবেও অম্লত্ব বাড়ে
অতএব, স্যালিসিলিক এসিড (pK_a প্রায় 2.97) বেনজোয়িক এসিড (pK_a প্রায় 4.20) অপেক্ষা অধিক শক্তিশালী

৬০. SO_2Cl_2: কেন্দ্রীয় পরমাণু S, 2টি O ও 2টি Cl এর সাথে মোট 4টি σ বন্ধন, নিঃসঙ্গ জোড় নেই
স্টেরিক সংখ্যা 4, সংকরায়ন sp^3
জ্যামিতি বিকৃত চতুস্তলকীয় (O ও Cl এর আকার ও তড়িৎঋণাত্মকতা ভিন্ন হওয়ায়)
S এর সাথে প্রতিটি O এর S = O দ্বিবন্ধন (একটি σ ও একটি π) এবং S – Cl একক বন্ধন
σ বন্ধন = 2 + 2 = 4টি, π বন্ধন = 2টি
NH_4NO_2: এটি NH_4^+ ও NO_2^- আয়ন নিয়ে গঠিত
NH_4^+ ও NO_2^- এর মধ্যে আয়নিক বন্ধন 1টি
NH_4^+ এ সমযোজী বন্ধন (N – H) 3টি ও সন্নিবেশ বন্ধন ($N \rightarrow H^+$) 1টি
NO_2^- এ ($O=N-O^-$) N = O দ্বিবন্ধন (একটি σ ও একটি π) এবং N – O একক বন্ধন (একটি σ); রেজোন্যান্সের কারণে উভয় N – O বন্ধন সমতুল্য
অতএব, মোট আয়নিক বন্ধন 1টি, সন্নিবেশ বন্ধন 1টি এবং সমযোজী বন্ধন 6টি (N – H 3টি, N – O এর σ 2টি ও π 1টি)