Mathematics

২০০ নম্বর

১. **১০**

বামপক্ষ $= \cos 20° \cos 40° \cos 60° \cos 80°$

$= \frac{1}{2} \cos 20° \cos 40° \cos 80°$ [$\because \cos 60° = \frac{1}{2}$]

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \sin 20° \cos 20° \cos 40° \cos 80°}{2 \sin 20°}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 40° \cos 40° \cos 80°}{2 \sin 20°}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \sin 40° \cos 40° \cos 80°}{4 \sin 20°} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 80° \cos 80°}{4 \sin 20°}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \sin 80° \cos 80°}{8 \sin 20°} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 160°}{8 \sin 20°}$

যেহেতু $\sin 160° = \sin(180° - 20°) = \sin 20°$,

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 20°}{8 \sin 20°} = \frac{1}{16}$ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

২. **১০**

দেওয়া আছে, $\sin\alpha + \sin\beta = a$

$\Rightarrow 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} = a$ **.....(i)**

এবং $\cos\alpha + \cos\beta = b$

$\Rightarrow 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} = b$ **.....(ii)**

(i) ও **(ii)** নং সমীকরণ বর্গ করে যোগ করে পাই,

$a^2 + b^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha-\beta}{2} \left(\sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} + \cos^2 \frac{\alpha+\beta}{2} \right) = 4 \cos^2 \frac{\alpha-\beta}{2}$

আবার, **(ii)** এর বর্গ থেকে **(i)** এর বর্গ বিয়োগ করে পাই,

$b^2 - a^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha-\beta}{2} \left(\cos^2 \frac{\alpha+\beta}{2} - \sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} \right) = 4 \cos^2 \frac{\alpha-\beta}{2} \cos(\alpha+\beta)$

সুতরাং, $\cos(\alpha+\beta) = \frac{b^2-a^2}{b^2+a^2}$ (প্রমাণিত)

৩. **১০**

দেওয়া আছে, $A + B + C = \pi \Rightarrow A + B = \pi - C$

$\therefore \cos(A+B) = -\cos C$

বামপক্ষ $= \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C$

$= \frac{1+\cos 2A}{2} + \frac{1+\cos 2B}{2} + \cos^2 C$

$= 1 + \frac{1}{2}(\cos 2A + \cos 2B) + \cos^2 C$

$= 1 + \cos(A+B)\cos(A-B) + \cos^2 C$

$= 1 - \cos C \cos(A-B) + \cos^2 C$

$= 1 - \cos C[\cos(A-B) - \cos C]$

$= 1 - \cos C[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$ [$\because -\cos C = \cos(A+B)$]

$= 1 - \cos C \cdot 2 \cos A \cos B$

$= 1 - 2 \cos A \cos B \cos C$ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

৪. **১০**

আমরা জানি, $\tan 3\theta = \frac{\tan\theta+\tan 2\theta}{1-\tan\theta\tan 2\theta}$

$\Rightarrow \tan\theta + \tan 2\theta = \tan 3\theta(1 - \tan\theta\tan 2\theta)$

প্রশ্নমতে, $\tan 3\theta(1 - \tan\theta\tan 2\theta) + \tan 3\theta = 0$

$\Rightarrow \tan 3\theta(2 - \tan\theta\tan 2\theta) = 0$

১ম ক্ষেত্র: $\tan 3\theta = 0 \Rightarrow 3\theta = n\pi \Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{3}$

২য় ক্ষেত্র: $\tan\theta\tan 2\theta = 2$; ধরি $\tan\theta = t$, তাহলে $t \cdot \frac{2t}{1-t^2} = 2$

$\Rightarrow 2t^2 = 2 - 2t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \tan^2\theta = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \tan^2\alpha$, যেখানে $\alpha = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \theta = n\pi \pm \alpha$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $\theta = \frac{n\pi}{3}$ অথবা $\theta = n\pi \pm \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$, যেখানে $n \in \mathbb{Z}$

৫. **১০**

এখানে, $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$; উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos x\cos\frac{\pi}{6} + \sin x\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x = 2n\pi + \frac{5\pi}{12}$ অথবা $x = 2n\pi - \frac{\pi}{12}$

$0 \le x \le 2\pi$ ব্যবধিতে,

$n = 0$ হলে, $x = \frac{5\pi}{12}$ (অপর মান $-\frac{\pi}{12}$ গ্রহণযোগ্য নয়)

$n = 1$ হলে, $x = 2\pi - \frac{\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$ (অপর মান $\frac{29\pi}{12} > 2\pi$ গ্রহণযোগ্য নয়)

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{5\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$

৬. **১০**

ধরি, $\cos^{-1}\frac{x}{a} = \alpha$ এবং $\cos^{-1}\frac{y}{b} = \beta$

$\therefore \cos\alpha = \frac{x}{a}$, $\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ এবং $\cos\beta = \frac{y}{b}$, $\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}}$

দেওয়া আছে, $\alpha + \beta = \theta \Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos\theta$

$\Rightarrow \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \cos\theta$

$\Rightarrow \frac{xy}{ab} - \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}} = \cos\theta$

$\Rightarrow \frac{xy}{ab} - \cos\theta = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}}$

বর্গ করে পাই,

$\frac{x^2y^2}{a^2b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\theta + \cos^2\theta = 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2y^2}{a^2b^2}$

$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\theta + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \cos^2\theta$

অতএব, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\theta + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2\theta$ (প্রমাণিত)

৭. **১০**

ধরি, $\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b} = \theta \Rightarrow \cos^{-1}\frac{a}{b} = 2\theta \Rightarrow \cos 2\theta = \frac{a}{b}$

বামপক্ষ $= \tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$

$= \frac{\sin\left[\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)+\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)\right]}{\cos\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}$

$= \frac{1}{\frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2}+\cos 2\theta\right]}$

$= \frac{2}{\cos 2\theta}$

$= \frac{2}{\frac{a}{b}} = \frac{2b}{a}$ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

৮. **১০**

এখানে, $a^2 = 4$, $b^2 = 6$, $c^2 = (\sqrt{3}+1)^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

কোসাইন সূত্র অনুসারে,

$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{6+4+2\sqrt{3}-4}{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+1)} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+1)}$

$\Rightarrow \cos A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A = 45°$

আবার, $\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} = \frac{4+2\sqrt{3}+4-6}{2\cdot 2(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{4(\sqrt{3}+1)}$

$\Rightarrow \cos B = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60°$

এখন, $C = 180° - (A + B) = 180° - 105° = 75°$

সুতরাং, $A = 45°$, $B = 60°$ এবং $C = 75°$

৯. **১০**

ত্রিভুজে $A + B + C = \pi \Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$\therefore \cos\frac{A+B}{2} = \sin\frac{C}{2}$

দেওয়া আছে, $\cos A + \cos B = 4\sin^2\frac{C}{2}$

$\Rightarrow 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} = 4\sin^2\frac{C}{2}$

$\Rightarrow 2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2} = 4\sin^2\frac{C}{2}$

$\Rightarrow \cos\frac{A-B}{2} = 2\sin\frac{C}{2} = 2\cos\frac{A+B}{2}$ **[**$\because \sin\frac{C}{2} \neq 0$**]**

উভয়পক্ষকে $2\sin\frac{A+B}{2}$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} = 2\cdot 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A+B}{2}$

$\Rightarrow \sin A + \sin B = 2\sin(A + B) = 2\sin C$

সাইন সূত্র: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

$\Rightarrow \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} = 2\cdot\frac{c}{2R}$

$\Rightarrow a + b = 2c$

অতএব, a, c, b সমান্তর প্রগমনে আছে। **(প্রমাণিত)**

১০. **১০**

ইনভার্স ফাংশনগুলোর ডোমেইন যাচাই করতে হবে।

$\sin^{-1}\sqrt{x^2+x+1}$ সংজ্ঞায়িত হওয়ার শর্ত: $0 \le x^2 + x + 1 \le 1$

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \ge 0$ **(সর্বদা সত্য)**

আবার, $x^2 + x + 1 \le 1 \Rightarrow x(x + 1) \le 0$

$\therefore -1 \le x \le 0$ **.....(i)**

$\tan^{-1}\sqrt{x(x+1)}$ সংজ্ঞায়িত হওয়ার শর্ত: $x(x + 1) \ge 0$

$\therefore x \ge 0$ অথবা $x \le -1$ **.....(ii)**

(i) ও **(ii)** এর ছেদক অংশ: $x(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ অথবা $x = -1$

যাচাই: $x = 0$ হলে, $\tan^{-1}(0) + \sin^{-1}(1) = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ **(সত্য)**

$x = -1$ হলে, $\tan^{-1}(0) + \sin^{-1}(1) = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ **(সত্য)**

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = 0,\ -1$

১১. **১০**

দেওয়া আছে, $\frac{\sin^4\theta}{a}+\frac{\cos^4\theta}{b}=\frac{1}{a+b}$

$\Rightarrow \frac{a+b}{a}\sin^4\theta+\frac{a+b}{b}\cos^4\theta=1$

$\Rightarrow \left(1+\frac{b}{a}\right)\sin^4\theta+\left(\frac{a}{b}+1\right)\cos^4\theta=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2$

$\Rightarrow \sin^4\theta+\frac{b}{a}\sin^4\theta+\frac{a}{b}\cos^4\theta+\cos^4\theta=\sin^4\theta+2\sin^2\theta\cos^2\theta+\cos^4\theta$

$\Rightarrow \frac{b}{a}\sin^4\theta+\frac{a}{b}\cos^4\theta-2\sin^2\theta\cos^2\theta=0$

উভয়পক্ষকে ab দ্বারা গুণ করে পাই,

$b^2\sin^4\theta+a^2\cos^4\theta-2ab\sin^2\theta\cos^2\theta=0$

$\Rightarrow (b\sin^2\theta-a\cos^2\theta)^2=0 \Rightarrow b\sin^2\theta=a\cos^2\theta$

অনুপাতের ধর্ম অনুযায়ী, $\frac{\sin^2\theta}{a}=\frac{\cos^2\theta}{b}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{a+b}=\frac{1}{a+b}$

$\therefore \sin^2\theta=\frac{a}{a+b}$ এবং $\cos^2\theta=\frac{b}{a+b}$

এখন, বামপক্ষ $=\frac{(\sin^2\theta)^4}{a^3}+\frac{(\cos^2\theta)^4}{b^3}$

$=\frac{1}{a^3}\left(\frac{a}{a+b}\right)^4+\frac{1}{b^3}\left(\frac{b}{a+b}\right)^4$

$=\frac{a}{(a+b)^4}+\frac{b}{(a+b)^4}=\frac{a+b}{(a+b)^4}$

$=\frac{1}{(a+b)^3}=$ ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

১২. **১০**

সাইন সূত্র অনুযায়ী, $a=2R\sin A$, $b=2R\sin B$ এবং $c=2R\sin C$

প্রশ্নমতে, $(2R\sin A)^2+(2R\sin B)^2+(2R\sin C)^2=8R^2$

$\Rightarrow 4R^2(\sin^2A+\sin^2B+\sin^2C)=8R^2$

$\Rightarrow \sin^2A+\sin^2B+\sin^2C=2$

$\Rightarrow \sin^2A+\sin^2B=2-\sin^2C=1+(1-\sin^2C)=1+\cos^2C$

$\Rightarrow \frac{1-\cos 2A}{2}+\frac{1-\cos 2B}{2}=1+\cos^2C$

$\Rightarrow 1-\frac{1}{2}(\cos 2A+\cos 2B)=1+\cos^2C$

$\Rightarrow -\cos(A+B)\cos(A-B)=\cos^2C$

এখানে, $A+B=\pi-C \Rightarrow \cos(A+B)=-\cos C$

$\Rightarrow \cos C\cos(A-B)-\cos^2C=0$

$\Rightarrow \cos C[\cos(A-B)-\cos C]=0$

$\Rightarrow \cos C[\cos(A-B)+\cos(A+B)]=0$

$\Rightarrow 2\cos A\cos B\cos C=0$

$\therefore \cos A=0$ অথবা $\cos B=0$ অথবা $\cos C=0$, অর্থাৎ $A=90^\circ$ অথবা $B=90^\circ$ অথবা $C=90^\circ$

যেকোনো একটি কোণ 90° হওয়ায় ত্রিভুজটি সমকোণী। **(প্রমাণিত)**

১৩. **১০**

বামপক্ষ: $\sin^4x+\cos^4x=(\sin^2x+\cos^2x)^2-2\sin^2x\cos^2x$

$=1-\frac{1}{2}(4\sin^2x\cos^2x)=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$

ডানপক্ষ: $\frac{7}{2}\sin x\cos x=\frac{7}{4}(2\sin x\cos x)=\frac{7}{4}\sin 2x$

প্রশ্নমতে, $1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=\frac{7}{4}\sin 2x$

$\Rightarrow 4-2\sin^2 2x=7\sin 2x$

$\Rightarrow 2\sin^2 2x+7\sin 2x-4=0$

$\Rightarrow 2\sin^2 2x+8\sin 2x-\sin 2x-4=0$

$\Rightarrow (2\sin 2x-1)(\sin 2x+4)=0$

$\sin 2x=-4$ অসম্ভব, কারণ $-1\le\sin 2x\le 1$

$\therefore 2\sin 2x-1=0 \Rightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow 2x=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}$

সুতরাং, $x=\frac{n\pi}{2}+(-1)^n\frac{\pi}{12}$, যেখানে $n\in\mathbb{Z}$

১৪. **১০**

আমরা জানি, $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

ধরি, $\sin^{-1} x = \theta$, তাহলে $\cos^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \theta$ এবং $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

$f(x) = \theta^3 + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^3$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ প্রয়োগ করে,

$f(x) = \frac{\pi}{2}\left[\theta^2 - \theta\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2\right]$

$= \frac{\pi}{2}\left[3\theta^2 - \frac{3\pi}{2}\theta + \frac{\pi^2}{4}\right] = \frac{3\pi}{2}\left[\theta^2 - \frac{\pi}{2}\theta + \frac{\pi^2}{12}\right]$

$= \frac{3\pi}{2}\left[\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)^2 - \frac{\pi^2}{16} + \frac{\pi^2}{12}\right] = \frac{3\pi}{2}\left[\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)^2 + \frac{\pi^2}{48}\right]$

সর্বনিম্ন মান: $\theta = \frac{\pi}{4}$ হলে (যা $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ শর্ত সিদ্ধ করে),

$f_{min} = \frac{3\pi}{2}\left[0 + \frac{\pi^2}{48}\right] = \frac{\pi^3}{32}$

সর্বোচ্চ মান: $\theta = -\frac{\pi}{2}$ বিন্দুটি $\frac{\pi}{4}$ থেকে সবচেয়ে দূরে, তাই $\theta = -\frac{\pi}{2}$ বসিয়ে পাই,

$f_{max} = \frac{3\pi}{2}\left[\left(-\frac{3\pi}{4}\right)^2 + \frac{\pi^2}{48}\right] = \frac{3\pi}{2}\left[\frac{9\pi^2}{16} + \frac{\pi^2}{48}\right] = \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{28\pi^2}{48} = \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{7\pi^2}{12} = \frac{7\pi^3}{8}$

সুতরাং, সর্বোচ্চ মান $\frac{7\pi^3}{8}$ এবং সর্বনিম্ন মান $\frac{\pi^3}{32}$

১৫. **১০**

ধরি, বৃত্তাংশের ব্যাসার্ধ r m এবং বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য s m

প্রশ্নমতে, $2r + s = 36$

$\therefore s = 36 - 2r$

বাগানের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2}rs = \frac{1}{2}r(36 - 2r) = 18r - r^2$

$\therefore \frac{dA}{dr} = 18 - 2r$ এবং $\frac{d^2A}{dr^2} = -2$

সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফলের জন্য, $\frac{dA}{dr} = 0$

বা, $18 - 2r = 0$

$\therefore r = 9$

এখানে, $r = 9$ এর জন্য $\frac{d^2A}{dr^2} = -2 < 0$, সুতরাং $r = 9$ এ ক্ষেত্রফল সর্বোচ্চ

তখন, $A = 18 \times 9 - 9^2 = 162 - 81 = 81$

অতএব, সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফল $81\ m^2$

১৬. **১০**

দেওয়া আছে, $x\cos\theta + y\sin\theta = z$ **.....(i)**

আবার, $x\sec\theta + y\csc\theta = z$

বা, $\frac{x}{\cos\theta} + \frac{y}{\sin\theta} = z$

বা, $x\sin\theta + y\cos\theta = z\sin\theta\cos\theta$ **.....(ii)**

(i) ও **(ii)** কে বর্গ করে যোগ করে পাই,

$(x\cos\theta + y\sin\theta)^2 + (x\sin\theta + y\cos\theta)^2 = z^2 + z^2\sin^2\theta\cos^2\theta$

বা, $x^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + y^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 4xy\sin\theta\cos\theta = z^2 + z^2\sin^2\theta\cos^2\theta$

বা, $x^2 + y^2 + 2xy\sin 2\theta = z^2 + \frac{z^2\sin^2 2\theta}{4}$

বা, $z^2\sin^2 2\theta - 8xy\sin 2\theta + 4(z^2 - x^2 - y^2) = 0$

এটি $\sin 2\theta$ এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

সুতরাং, $\sin 2\theta = \frac{8xy \pm \sqrt{64x^2y^2 - 16z^2(z^2 - x^2 - y^2)}}{2z^2}$

অতএব, $\sin 2\theta = \frac{4xy \pm 2\sqrt{4x^2y^2 + z^2(x^2 + y^2) - z^4}}{z^2}$

১৭. **১০**

প্রদত্ত সমীকরণ, $\tan^{-1}(x+1)+\tan^{-1}(x-1)=\tan^{-1}\frac{8}{31}$

বা, $\tan^{-1}\frac{(x+1)+(x-1)}{1-(x+1)(x-1)}=\tan^{-1}\frac{8}{31}$

বা, $\frac{2x}{2-x^2}=\frac{8}{31}$

বা, $62x=16-8x^2$

বা, $8x^2+62x-16=0$

বা, $4x^2+31x-8=0$

বা, $(4x-1)(x+8)=0$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ অথবা $x=-8$

$x=-8$ হলে, বামপক্ষ $=\tan^{-1}(-7)+\tan^{-1}(-9)<0$ কিন্তু ডানপক্ষ $=\tan^{-1}\frac{8}{31}>0$, তাই বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$x=\frac{1}{4}$ হলে, $(x+1)(x-1)=-\frac{15}{16}<1$, তাই সূত্রটি বৈধ এবং সমীকরণ সিদ্ধ হয়

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x=\frac{1}{4}$

১৮. **১০**

দেওয়া আছে, $\theta=\frac{\pi}{20}$

এখানে, $10\theta=\frac{\pi}{2}$

সুতরাং, $\cot 11\theta=\cot(10\theta+\theta)=\cot\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\tan\theta$

একইভাবে, $\cot 13\theta=-\tan 3\theta$, $\cot 15\theta=-\tan 5\theta$, $\cot 17\theta=-\tan 7\theta$, $\cot 19\theta=-\tan 9\theta$

অতএব, প্রদত্ত রাশি $=\cot\theta\cot 3\theta\cot 5\theta\cot 7\theta\cot 9\theta\cdot(-\tan\theta)(-\tan 3\theta)(-\tan 5\theta)(-\tan 7\theta)(-\tan 9\theta)$

$=(-1)^5(\cot\theta\tan\theta)(\cot 3\theta\tan 3\theta)(\cot 5\theta\tan 5\theta)(\cot 7\theta\tan 7\theta)(\cot 9\theta\tan 9\theta)$

$=-1\times 1\times 1\times 1\times 1\times 1$

$=-1$

নির্ণেয় মান -1

১৯. **১০**

দেওয়া আছে, $f(\theta)=\cos^2\theta-6\sin\theta\cos\theta+3\sin^2\theta+2$

আমরা জানি, $\cos^2\theta=\frac{1+\cos 2\theta}{2}$, $\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2}$ এবং $2\sin\theta\cos\theta=\sin 2\theta$

সুতরাং, $f(\theta)=\frac{1+\cos 2\theta}{2}-3(2\sin\theta\cos\theta)+3\left(\frac{1-\cos 2\theta}{2}\right)+2$

বা, $f(\theta)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\theta-3\sin 2\theta+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\cos 2\theta+2$

বা, $f(\theta)=\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+2\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)\cos 2\theta-3\sin 2\theta$

বা, $f(\theta)=4-\cos 2\theta-3\sin 2\theta$

$\therefore f(\theta)=4-(\cos 2\theta+3\sin 2\theta)$

ধরি, $1=R\cos\alpha$ এবং $3=R\sin\alpha$, যেখানে $R>0$

এখানে, $R^2=1^2+3^2=10$

$\therefore R=\sqrt{10}$ এবং $\tan\alpha=3$

তাহলে, $\cos 2\theta+3\sin 2\theta=\sqrt{10}(\cos 2\theta\cos\alpha+\sin 2\theta\sin\alpha)=\sqrt{10}\cos(2\theta-\alpha)$

$\therefore f(\theta)=4-\sqrt{10}\cos(2\theta-\alpha)$

আমরা জানি, $-1\le\cos(2\theta-\alpha)\le 1$

সুতরাং, $-\sqrt{10}\le\sqrt{10}\cos(2\theta-\alpha)\le\sqrt{10}$

যখন $\cos(2\theta-\alpha)=-1$, তখন $f(\theta)=4-\sqrt{10}(-1)=4+\sqrt{10}$

আবার, যখন $\cos(2\theta-\alpha)=1$, তখন $f(\theta)=4-\sqrt{10}(1)=4-\sqrt{10}$

অতএব, $f(\theta)$ এর সর্বোচ্চ মান $4+\sqrt{10}$ এবং সর্বনিম্ন মান $4-\sqrt{10}$

২০. **১০**

ধরি, $u = 2\alpha$
এখানে, $-\frac{\pi}{2} < u < \frac{\pi}{2}$ বলে $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4}$
এখন, $1 + \sin u = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha = (\cos\alpha + \sin\alpha)^2$
আবার, $1 - \sin u = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha = (\cos\alpha - \sin\alpha)^2$
যেহেতু $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4}$, তাই $\cos\alpha + \sin\alpha > 0$ এবং $\cos\alpha - \sin\alpha > 0$
সুতরাং, $\sqrt{1+\sin u} = \cos\alpha + \sin\alpha$ এবং $\sqrt{1-\sin u} = \cos\alpha - \sin\alpha$
$\therefore \frac{\sqrt{1+\sin u}-\sqrt{1-\sin u}}{\sqrt{1+\sin u}+\sqrt{1-\sin u}} = \frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)-(\cos\alpha-\sin\alpha)}{(\cos\alpha+\sin\alpha)+(\cos\alpha-\sin\alpha)} = \frac{2\sin\alpha}{2\cos\alpha} = \tan\alpha$
অতএব, $V = \frac{1}{2}\tan^{-1}(\tan\alpha) = \frac{\alpha}{2}$, কারণ $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4}$
$\therefore V = \frac{1}{2} \cdot \frac{u}{2} = \frac{u}{4}$
নির্ণেয় সংক্ষিপ্ত রূপ $\frac{u}{4}$

Physics ২০০ নম্বর

২১. **১০**

ধরি, আদি দশা δ। $t = 0$ সময়ে, $0.16\sin\delta = 0.08$
$\sin\delta = \frac{0.08}{0.16} = 0.5$
কণা ধনাত্মক দিকে গতিশীল ($\cos\delta > 0$), তাই $\delta = \frac{\pi}{6} = 30°$
এখানে, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 0.2\pi\,\text{rads}^{-1}$, $A = 0.16\,\text{m}$
$t = 2\,\text{s}$ এ দশা $= 0.4\pi + \frac{\pi}{6} = 72° + 30° = 102°$
সরণ, $y = 0.16\sin 102° = 0.16 \times 0.9781 = 0.1565\,\text{m}$
বেগ, $v = \omega A\cos 102° = 0.2\pi \times 0.16 \times (-0.2079) = -0.0209\,\text{ms}^{-1}$
ত্বরণ, $a = -\omega^2 y = -(0.2\pi)^2 \times 0.1565 = -0.0618\,\text{ms}^{-2}$
আবার, $\frac{E_k}{E_p} = \frac{A^2-y^2}{y^2} = \cot^2 102° = (\frac{0.2079}{0.9781})^2 = 0.0452$
অতএব, $y = 0.1565\,\text{m}$, $v = -0.0209\,\text{ms}^{-1}$, $a = -0.0618\,\text{ms}^{-2}$ এবং $\frac{E_k}{E_p} = 0.0452$

২২. **১০**

শব্দের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f_A^2 a^2 \varrho v$
$1.01 \times 10^5 = 2\pi^2 \times f_A^2 \times (0.02)^2 \times 1.25 \times 350$
বা, $1.01 \times 10^5 = 3.4544\, f_A^2$
বা, $f_A^2 = 29238$ বা, $f_A = 171\,\text{Hz}$
মোম লাগালে **A**-এর ভর বাড়ে ও কম্পাঙ্ক কমে। $f_A > f_B$ হওয়ায় f_A' হবে f_B থেকে 5 Hz বেশি
$f_A' = 161 + 5 = 166\,\text{Hz}$
আবার, $f \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ সুতরাং $\frac{f_A}{f_A'} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$
বা, $\frac{m'}{m} = (\frac{171}{166})^2 = 1.0611$
ভর বৃদ্ধি $= (1.0611 - 1) \times 100\% = 6.11\%$
অতএব, ভর প্রায় 6.11% বৃদ্ধি করতে হবে

২৩. **১০**

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{512} = 0.6445\,\text{m} = 64.45\,\text{cm}$
এক মুখ বন্ধ নলে অনুনাদের শর্ত, $L_n = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$
১ম অনুনাদ, $L_1 = \frac{\lambda}{4} = 16.11\,\text{cm}$
২য় অনুনাদ, $L_2 = \frac{3\lambda}{4} = 48.34\,\text{cm}$
৩য় অনুনাদ, $L_3 = \frac{5\lambda}{4} = 80.57\,\text{cm} < 100\,\text{cm}$
৪র্থ অনুনাদ, $L_4 = \frac{7\lambda}{4} = 112.79\,\text{cm} > 100\,\text{cm}$ যা সম্ভব নয়
অতএব, মোট 3 বার অনুনাদ হবে এবং ১ম ও ২য় অনুনাদে পানি তলের গভীরতা যথাক্রমে 16.11 cm ও 48.34 cm

২৪. **১০**

ব্লেন্ডারের ক্ষেত্রে, $85 = 10\log_{10}(\frac{I_B}{10^{-12}})$
বা, $I_B = 10^{8.5} \times 10^{-12} = 3.162 \times 10^{-4}\ Wm^{-2}$
পরিবর্তিত টিভির ক্ষেত্রে, $78 = 10\log_{10}(\frac{I_{TV}}{10^{-12}})$
বা, $I_{TV} = 10^{7.8} \times 10^{-12} = 6.310 \times 10^{-5}\ Wm^{-2}$
মোট তীব্রতা, $I = I_B + I_{TV} = 3.162 \times 10^{-4} + 0.631 \times 10^{-4} = 3.793 \times 10^{-4}\ Wm^{-2}$
সুতরাং, $\beta = 10\log_{10}(\frac{3.793\times10^{-4}}{10^{-12}}) = 10 \times (8 + 0.579) = 85.79\ dB$
অতএব, মোট তীব্রতা স্তর 85.79 dB

২৫. **১০**

বায়ুতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_{air} = \frac{352}{300} = 1.1733\ m$
প্রশ্নমতে, $\lambda_{water} = 1.1733 + 4.16 = 5.3333\ m$
পানিতে শব্দের বেগ, $v_{water} = f\lambda_{water} = 300 \times 5.3333 = 1600\ ms^{-1}$
1 km = 1000 m দূরত্বে, $t_{air} = \frac{1000}{352} = 2.8409\ s$ এবং $t_{water} = \frac{1000}{1600} = 0.6250\ s$
সময়ের পার্থক্য, $\Delta t = 2.8409 - 0.6250 = 2.2159\ s \approx 2.22\ s$
অতএব, পানিতে শব্দের বেগ $1600\ ms^{-1}$ এবং সময়ের পার্থক্য 2.22 s

২৬. **১০**

এখানে, $n_1 = 3\ mol$, $T_1 = 67 + 273 = 340\ K$, স্বাধীনতার মাত্রা $f_1 = 3$
$n_2 = 2\ mol$, $T_2 = 27 + 273 = 300\ K$, স্বাধীনতার মাত্রা $f_2 = 5$
নিরোধিত ব্যবস্থায় মোট অভ্যন্তরীণ শক্তি অপরিবর্তিত থাকে, তাই
$\frac{f_1}{2}n_1RT_1 + \frac{f_2}{2}n_2RT_2 = \frac{f_1n_1+f_2n_2}{2}RT$
বা, $3 \times 3 \times 340 + 5 \times 2 \times 300 = (9 + 10)T$
বা, $T = \frac{3060+3000}{19} = 318.95\ K$
হিলিয়ামের ক্ষেত্রে $M = 4 \times 10^{-3}\ kgmol^{-1}$
$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3\times8.314\times318.95}{4\times10^{-3}}} = 1410\ ms^{-1}$
অতএব, চূড়ান্ত তাপমাত্রা 318.95 K এবং হিলিয়ামের **RMS** বেগ $1410\ ms^{-1}$

২৭. **১০**

এখানে, $V = 500\ m^3$, $P = 1.013 \times 10^5\ Pa$, $T_1 = 17 + 273 = 290\ K$, $T_2 = 27 + 273 = 300\ K$
$PV = nRT$ থেকে, $n = \frac{PV}{RT}$
নির্গত মোল সংখ্যা, $\Delta n = n_1 - n_2 = \frac{PV}{R}(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2})$
$= \frac{1.013\times10^5\times500}{8.314}(\frac{1}{290} - \frac{1}{300}) = 700.25\ mol$
(i) নির্গত অণুর সংখ্যা $= \Delta n \times N_A = 700.25 \times 6.023 \times 10^{23} = 4.22 \times 10^{26}$
(ii) অবশিষ্ট বায়ুর মোট রৈখিক গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}n_2RT_2 = \frac{3}{2}PV$
$= \frac{3}{2} \times 1.013 \times 10^5 \times 500 = 7.6 \times 10^7\ J$
অতএব, নির্গত অণুর সংখ্যা 4.22×10^{26} এবং অবশিষ্ট বায়ুর গতিশক্তি 7.6×10^7 J (তাপমাত্রা নির্ভর নয়)

২৮. **১০**

একক আয়তনে অণুর সংখ্যা, $n = \frac{PN_A}{RT} = \frac{2.5\times10^5\times6.023\times10^{23}}{8.314\times300} = 6.04 \times 10^{25}\ m^{-3}$
(i) গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$
$= \frac{1}{1.414\times3.1416\times(2.0\times10^{-10})^2\times6.04\times10^{25}} = 9.32 \times 10^{-8}\ m$
(ii) O_2-এর **RMS** বেগ, $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3\times8.314\times300}{32\times10^{-3}}} = 483.56\ ms^{-1}$
সংঘর্ষ কম্পাঙ্ক, $f_c = \frac{c_{rms}}{\lambda} = \frac{483.56}{9.32\times10^{-8}} = 5.19 \times 10^9\ s^{-1}$
অতএব, গড় মুক্ত পথ 9.32×10^{-8} m এবং সংঘর্ষ কম্পাঙ্ক প্রায় $5.19 \times 10^9\ s^{-1}$

২৯. **১০**

(i) গ্লেইশারের সূত্রানুসারে, শিশিরাঙ্ক $= t - G(t - t') = 30 - 1.65 \times (30 - 28) = 26.7°C$
$26°C$ ও $28°C$ এর মধ্যে রৈখিক সমানুপাতে $26.7°C$-এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,
$f = 25.25 + \frac{0.7}{2} \times (28.45 - 25.25) = 26.37\,\text{mm Hg}$
আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{26.37}{31.85} \times 100\% = 82.79\%$
(ii) 50% আর্দ্রতার জন্য বাষ্পচাপ, $f' = 0.5 \times 31.85 = 15.925\,\text{mm Hg}$
বাষ্পচাপের হ্রাস, $\Delta f = 26.37 - 15.925 = 10.445\,\text{mm Hg} = 10.445 \times 133.322 = 1392.5\,\text{Pa}$
$T = 303\,\text{K}$, $V = 1\,\text{m}^3$ এ অপসারিত মোল, $\Delta n = \frac{\Delta f V}{RT} = \frac{1392.5 \times 1}{8.314 \times 303} = 0.553\,\text{mol}$
অপসারিত বাষ্পের ভর $= 0.553 \times 18 = 9.95\,\text{g}$
অতএব, শিশিরাঙ্ক $26.7°C$, আপেক্ষিক আর্দ্রতা 82.79% এবং প্রতি m^3 বায়ু হতে প্রায় $9.95\,\text{g}$ বাষ্প অপসারণ করতে হবে

৩০. **১০**

এখানে, $\lambda = 5000 \times 10^{-10} = 5 \times 10^{-7}\,\text{m}$
অণুর গড় স্থানান্তরণ গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}kT$
ফোটনের শক্তি, $E = \frac{hc}{\lambda}$
প্রশ্নমতে, $\frac{3}{2}kT = \frac{hc}{\lambda}$
বা, $T = \frac{2hc}{3k\lambda} = \frac{2 \times 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 5 \times 10^{-7}}$
বা, $T = 1.92 \times 10^4\,\text{K}$
অতএব, তাপমাত্রা প্রায় $19217\,\text{K}$

৩১. **১০**

এখানে, $T = 300\,\text{K}$, $P = 1.013 \times 10^5\,\text{Pa}$
$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 300}{28 \times 10^{-3}}} = 516.95\,\text{ms}^{-1}$
একটি অণুর ভর, $m = \frac{28 \times 10^{-3}}{6.023 \times 10^{23}} = 4.649 \times 10^{-26}\,\text{kg}$
দেয়ালের লম্ব বরাবর বেগের উপাংশ, $c_x = \frac{c_{rms}}{\sqrt{3}} = 298.46\,\text{ms}^{-1}$
প্রতি ধাক্কায় ভরবেগের পরিবর্তন, $\Delta p = 2mc_x = 2 \times 4.649 \times 10^{-26} \times 298.46 = 2.775 \times 10^{-23}\,\text{kgms}^{-1}$
একক ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল = চাপ, $P = N_{coll} \times \Delta p$
বা, $N_{coll} = \frac{P}{\Delta p} = \frac{1.013 \times 10^5}{2.775 \times 10^{-23}} = 3.65 \times 10^{27}$
অতএব, প্রতি সেকেন্ডে প্রতি m^2 ক্ষেত্রফলে প্রায় 3.65×10^{27} টি অণুর সংঘর্ষ ঘটে

৩২. **১০**

প্রদত্ত সমীকরণ, $y = 5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40\pi t$
স্থির তরঙ্গের আদর্শ সমীকরণ, $y = 2a \sin kx \cos \omega t$
তুলনা করে পাই, $2a = 5$, $k = \frac{\pi}{3}\,\text{cm}^{-1}$ এবং $\omega = 40\pi\,\text{s}^{-1}$
এখানে, $2a = 5$
$\therefore a = \frac{5}{2} = 2.5\,\text{cm}$
আবার, তরঙ্গ দুটির বেগ, $v = \frac{\omega}{k}$
বা, $v = \frac{40\pi}{\frac{\pi}{3}}$
বা, $v = 40\pi \times \frac{3}{\pi} = 120\,\text{cms}^{-1}$
অতএব, প্রতিটি তরঙ্গের বিস্তার $2.5\,\text{cm}$ এবং বেগ $120\,\text{cms}^{-1} = 1.2\,\text{ms}^{-1}$

৩৩. **১০**

ধরি, প্রাথমিক তীব্রতা I_1 এবং পরিবর্তিত তীব্রতা I_2
আমরা জানি, তীব্রতা স্তরের পার্থক্য, $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$ dB
প্রশ্নমতে, $10 \log \frac{I_2}{I_1} = 2$
বা, $\log \frac{I_2}{I_1} = 0.2$
বা, $\frac{I_2}{I_1} = 10^{0.2} = 1.585$
তীব্রতার শতকরা বৃদ্ধি $= \frac{I_2 - I_1}{I_1} \times 100\% = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \times 100\%$
$= (1.585 - 1) \times 100\% = 58.5\%$
অতএব, তীব্রতা প্রায় 58% বৃদ্ধি পায়। **(দেখানো হলো)**

৩৪. **১০**

ধরি, উৎসটি পানির d m নিচে আছে
এখানে, কম্পাঙ্ক, $f = 800$ Hz, মোট সময়, $t = 3.333$ s, বায়ুতে দূরত্ব, $s_a = 1000$ m
বায়ুতে শব্দের বেগ, $v_a = 332 + 0.6 \times 34 = 352.4\ ms^{-1}$
বায়ুতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_a = \frac{v_a}{f} = \frac{352.4}{800} = 0.4405$ m
প্রশ্নমতে, $\lambda_w - \lambda_a = 1.85$
বা, $\lambda_w = 1.85 + 0.4405 = 2.2905$ m
পানিতে শব্দের বেগ, $v_w = f\lambda_w = 800 \times 2.2905 = 1832.4\ ms^{-1}$
বায়ুতে সময়, $t_a = \frac{s_a}{v_a} = \frac{1000}{352.4} = 2.8377$ s
সুতরাং, পানিতে সময়, $t_w = 3.333 - 2.8377 = 0.4953$ s
অতএব, $d = v_w t_w = 1832.4 \times 0.4953 = 907.6$ m
নির্ণেয় গভীরতা প্রায় 908 m

৩৫. **১০**

এখানে, অণুর ব্যাস, $d = 1.8\ \mathring{A} = 1.8 \times 10^{-10}$ m
তাপমাত্রা, $T = 273$ K **(STP)**
চাপ, $P = 10^{-6}$ mm পারদ $= 10^{-6} \times 133.3$ Pa $= 1.333 \times 10^{-4}$ Pa
বোল্টজম্যান ধ্রুবক, $k = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$
আমরা জানি, মুক্তপথ, $\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$
বা, $\lambda = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 273}{1.414 \times 3.1416 \times (1.8 \times 10^{-10})^2 \times 1.333 \times 10^{-4}}$
বা, $\lambda = \frac{3.767 \times 10^{-21}}{1.919 \times 10^{-23}}$
বা, $\lambda = 196.3$ m
অতএব, নির্ণেয় মুক্তপথ প্রায় 196 m

৩৬. **১০**

এখানে, AP $= 2$ m, PO $= 3$ m
সুতরাং, $r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ m
(ক) শুধু **A** চালু থাকলে, তীব্রতা, $I_1 = \frac{10^{-3}}{4\pi r^2} = \frac{10^{-3}}{4\pi \times 13} = 6.12 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$
তীব্রতা স্তর, $\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{6.12 \times 10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log \left(6.12 \times 10^6\right) = 67.87$ dB
(খ) **B** থেকেও **O** এর দূরত্ব সমান, তাই $I_2 = I_1$
মোট তীব্রতা, $I = I_1 + I_2 = 2 \times 6.12 \times 10^{-6} = 1.224 \times 10^{-5}\ Wm^{-2}$
তীব্রতা স্তর, $\beta_2 = 10 \log \frac{1.224 \times 10^{-5}}{10^{-12}} = 10 \log \left(1.224 \times 10^7\right) = 70.88$ dB
এখানে, $\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{70.88}{67.87} = 1.044 \neq 2$
অতএব, তীব্রতা স্তর দ্বিগুণ হবে না; এটি মাত্র প্রায় 3.01 dB বাড়বে

৩৭. **১০**

এখানে, চাপ, $P = 1\,atm = 1.013 \times 10^5\,Pa$
আয়তন, $V = 4.82\,L = 4.82 \times 10^{-3}\,m^3$
তাপমাত্রা, $T = 36.8 + 273 = 309.8\,K$
গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314\,JK^{-1}mol^{-1}$
আমরা জানি, $PV = nRT$
বা, $n = \frac{PV}{RT} = \frac{1.013\times10^5\times4.82\times10^{-3}}{8.314\times309.8}$
বা, $n = \frac{488.27}{2575.6} = 0.1896\,mol$
মোট অণুর সংখ্যা, $N = nN_A = 0.1896 \times 6.022 \times 10^{23} = 1.1416 \times 10^{23}$
প্রশ্নমতে, CO_2 এর পরিমাণ $0.04\% = \frac{0.04}{100} = 4 \times 10^{-4}$
$\therefore$ CO_2 অণুর সংখ্যা $= 1.1416 \times 10^{23} \times 4 \times 10^{-4} = 4.566 \times 10^{19}$
অতএব, ফুসফুসে CO_2 অণু থাকবে প্রায় 4.57×10^{19} টি

৩৮. **১০**

এখানে, গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_p = 6370\,km = 6.37 \times 10^6\,m$
পৃষ্ঠের ত্বরণ, $g = 9.8\,ms^{-2}$
আণবিক ভর, $M = 28 \times 10^{-3}\,kgmol^{-1}$
সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314\,JK^{-1}mol^{-1}$
আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2gR_p}$ এবং মূল-গড়-বর্গ বেগ, $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
প্রশ্নমতে, $c_{rms} = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$
বা, $\frac{3RT}{M} = \frac{v_e^2}{2} = \frac{2gR_p}{2} = gR_p$
বা, $T = \frac{MgR_p}{3R}$
বা, $T = \frac{28\times10^{-3}\times9.8\times6.37\times10^6}{3\times8.314}$
বা, $T = \frac{1.748\times10^6}{24.942}$
$\therefore$ $T = 7.01 \times 10^4\,K$
আবার, প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}kT$
বা, $E_k = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 7.01 \times 10^4$
$\therefore$ $E_k = 1.45 \times 10^{-18}\,J$
অতএব, তাপমাত্রা $7.01 \times 10^4\,K$ এবং গড় গতিশক্তি $1.45 \times 10^{-18}\,J$

৩৯. **১০**

এখানে, গভীরতা, $h = 39\,m$, পানির ঘনত্ব, $\varrho = 998\,kgm^{-3}$, $g = 9.8\,ms^{-2}$
বায়ুমণ্ডলীয় চাপ, $P_0 = 1.013 \times 10^5\,Pa$
তলদেশে আয়তন, $V_1 = 2\,m^3$ এবং তাপমাত্রা, $T_1 = 4 + 273 = 277\,K$
পৃষ্ঠে তাপমাত্রা, $T_2 = 25 + 273 = 298\,K$
পৃষ্ঠে চাপ, $P_2 = P_0 = 1.013 \times 10^5\,Pa$
তলদেশে চাপ, $P_1 = P_0 + h\varrho g = 1.013 \times 10^5 + 39 \times 998 \times 9.8$
বা, $P_1 = 1.013 \times 10^5 + 3.814 \times 10^5 = 4.827 \times 10^5\,Pa$
আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$
বা, $V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2T_1}$
বা, $V_2 = \frac{4.827\times10^5\times2\times298}{1.013\times10^5\times277}$
বা, $V_2 = 10.25\,m^3$
অতএব, পৃষ্ঠে বুদবুদের আয়তন প্রায় $10.25\,m^3$

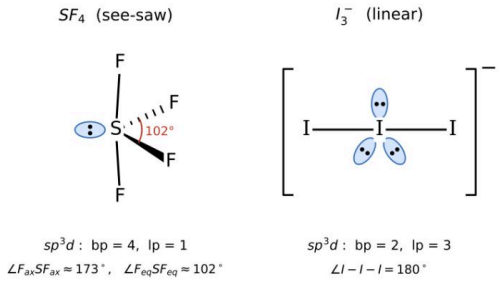
৪০. **১০**

বয়েলের সূত্রানুসারে, $P_1V_1 = P_2V_2$
ধরি, নলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A
তাহলে, $V_1 = AL_1$ এবং $V_2 = AL_2$
সুতরাং, $P_1AL_1 = P_2AL_2$
বা, $P_1L_1 = P_2L_2$
এখানে, $P_1 = 76\,\text{cmHg}$, $L_1 = 50\,\text{cm}$, $L_2 = 38\,\text{cm}$
$\therefore P_2 = \frac{P_1L_1}{L_2} = \frac{76\times50}{38} = 100\,\text{cmHg}$
ধরি, ভেতরের পারদ তল বাইরের তল থেকে $h\,\text{cm}$ নিচে
আবদ্ধ বায়ুর চাপ = বায়ুমণ্ডলীয় চাপ + h উচ্চতার পারদ চাপ
বা, $100 = 76 + h$
বা, $h = 24\,\text{cm}$
অতএব, ভেতরের পারদ তল বাইরের পারদ তল থেকে $24\,\text{cm}$ নিচে থাকবে

Chemistry ২০০ নম্বর

৪১. **১০**

SF_4:
কেন্দ্রীয় পরমাণু S; ভূমি অবস্থা: $3s^2\,3p^4$; উত্তেজিত অবস্থা: $3s^2\,3p^3\,3d^1$ (4টি অযুগ্ম e^-)
ইলেকট্রন জোড় = $\frac{6+4}{2} = 5 \rightarrow$ সংকরায়ন sp^3d
বন্ধন জোড় = 4, নিঃসঙ্গ জোড় = 1
নিঃসঙ্গ জোড়টি ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিডের নিরক্ষীয় অবস্থানে থাকে, কারণ এতে $90°$ কোণে lp − bp বিকর্ষণ কম হয়।
আকৃতি: সি-স **(see-saw)** বা বিকৃত চতুস্তলকীয়; অক্ষীয় $F - S - F \approx 173°$, নিরক্ষীয় $F - S - F \approx 102°$
গঠন চিত্র: S কেন্দ্রে; উপরে-নিচে দুটি অক্ষীয় F, নিরক্ষীয় তলে দুটি F ও একটি নিঃসঙ্গ জোড়।
I_3^-:
কেন্দ্রীয় I^-: $5s^2\,5p^6$; উত্তেজিত অবস্থা: $5s^2\,5p^5\,5d^1$ (2টি অযুগ্ম e^-)
ইলেকট্রন জোড় = $\frac{7+2+1}{2} = 5 \rightarrow$ সংকরায়ন sp^3d
বন্ধন জোড় = 2, নিঃসঙ্গ জোড় = 3; তিনটি নিঃসঙ্গ জোড় নিরক্ষীয় তলে পরস্পর $120°$ কোণে থাকে।
দুটি I পরমাণু অক্ষীয় অবস্থানে থাকায় আকৃতি সরলরৈখিক; $I - I - I = 180°$
গঠন চিত্র: $[I - I - I]^-$; কেন্দ্রীয় I এর চারপাশে নিরক্ষীয় তলে তিনটি নিঃসঙ্গ জোড়।



৪২. **১০**

ফাজানের নীতি: ক্যাটায়নের আকার যত ছোট ও চার্জ যত বেশি, তার পোলারায়ন ক্ষমতা তত বেশি এবং যৌগের সমযোজী বৈশিষ্ট্যও তত বেশি।
Na^+, Mg^{2+}, Al^{3+} ক্রমে চার্জ বাড়ে (+1, +2, +3) এবং আকার কমে।
তাই পোলারায়ন ক্ষমতা ও সমযোজী বৈশিষ্ট্যের ক্রম: $NaCl < MgCl_2 < AlCl_3$
আয়নিক বৈশিষ্ট্য কমলে কেলাস জালির শক্তি কমে, ফলে গলনাঙ্ক কমে।
গলনাঙ্কের ক্রম: $NaCl\,(801°C) > MgCl_2\,(714°C) > AlCl_3$ ($\approx 180°C$ এ ঊর্ধ্বপাতিত হয়)
CuCl ও NaCl: Na^+ ও Cu^+ এর চার্জ সমান এবং আকার তুলনামূলক কাছাকাছি, কিন্তু Na^+ এর বহিঃস্থ স্তরে 8টি ($2s^2\,2p^6$) এবং Cu^+ এর 18টি ($3s^2\,3p^6\,3d^{10}$) ইলেকট্রন।
d ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের আকর্ষণকে দুর্বলভাবে আবৃত করে, তাই Cu^+ এর কার্যকর নিউক্লিয় চার্জ ও পোলারায়ন ক্ষমতা বেশি।
অতএব, CuCl এর সমযোজী বৈশিষ্ট্য বেশি; এ কারণে CuCl এর গলনাঙ্ক ($\approx 430°C$) NaCl অপেক্ষা অনেক কম।

৪৩. **১০**

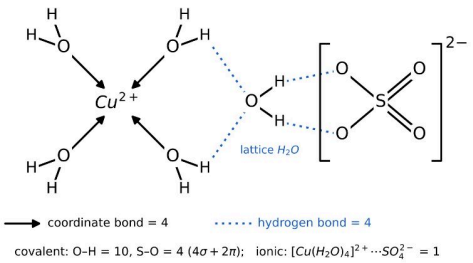
F^- আয়ন অতি ক্ষুদ্র, তাই এর পোলারায়নযোগ্যতা কম এবং AgF মূলত আয়নিক।
ক্ষুদ্র F^- এর হাইড্রেশন শক্তি বেশি, যা AgF এর ল্যাটিস শক্তিকে ছাড়িয়ে যায় — তাই AgF পানিতে দ্রবণীয়।
$Cl^- < Br^- < I^-$ ক্রমে অ্যানায়নের আকার ও পোলারায়নযোগ্যতা বাড়ে; 18 ইলেকট্রন বিন্যাসের Ag^+ এদের ইলেকট্রন মেঘকে সহজে বিকৃত করে।
ফলে সমযোজী বৈশিষ্ট্য: $AgCl < AgBr < AgI$; সমযোজী বৈশিষ্ট্যের কারণে এরা পোলার পানিতে অদ্রবণীয় (দ্রাব্যতা: $AgCl > AgBr > AgI$)।
পোলারায়ন বাড়লে অ্যানায়ন থেকে ক্যাটায়নে ইলেকট্রন স্থানান্তরের (চার্জ ট্রান্সফার) শক্তি কমে এবং দৃশ্যমান আলো শোষিত হয়।
তাই বর্ণের তীব্রতা বাড়ে: $AgCl$ সাদা, $AgBr$ হালকা হলুদ, AgI হলুদ।
$SnCl_2$ ও $SnCl_4$: Sn^{4+} এর চার্জ Sn^{2+} অপেক্ষা বেশি ও আকার ছোট, তাই এর পোলারায়ন ক্ষমতা অনেক বেশি।
ফলে $SnCl_4$ সমযোজী আণবিক যৌগ; অণুগুলোর মধ্যে কেবল দুর্বল ভ্যান্ডারওয়ালস বল থাকে — তাই তরল (স্ফুটনাঙ্ক $114°C$)।
$SnCl_2$ এ আয়নিক বৈশিষ্ট্য বেশি, শক্তিশালী আন্তঃআয়নিক আকর্ষণ থাকে — তাই কঠিন (গলনাঙ্ক $247°C$)।

৪৪. **১০**

O_2 এ মোট 16টি e^-; বিন্যাস: $\sigma 1s^2\ \sigma^* 1s^2\ \sigma 2s^2\ \sigma^* 2s^2\ \sigma 2p_z^2\ \pi 2p_x^2 = \pi 2p_y^2\ \pi^* 2p_x^1 = \pi^* 2p_y^1$
বন্ধন ক্রম $= \frac{N_b - N_a}{2}$
O_2^+ (15টি e^-): বন্ধন ক্রম $= \frac{10-5}{2} = 2.5$; 1টি অযুগ্ম $e^- \rightarrow$ প্যারাচুম্বকীয়
O_2 (16টি e^-): বন্ধন ক্রম $= \frac{10-6}{2} = 2$; 2টি অযুগ্ম $e^- \rightarrow$ প্যারাচুম্বকীয়
O_2^- (17টি e^-): বন্ধন ক্রম $= \frac{10-7}{2} = 1.5$; 1টি অযুগ্ম $e^- \rightarrow$ প্যারাচুম্বকীয়
O_2^{2-} (18টি e^-): বন্ধন ক্রম $= \frac{10-8}{2} = 1$; অযুগ্ম e^- নেই $\rightarrow$ ডায়াচুম্বকীয়
বন্ধন ক্রম যত বেশি, বন্ধন তত শক্তিশালী ও তাপীয় স্থায়িত্ব তত বেশি।
অতএব, স্থায়িত্বের ক্রম: $O_2^+ > O_2 > O_2^- > O_2^{2-}$

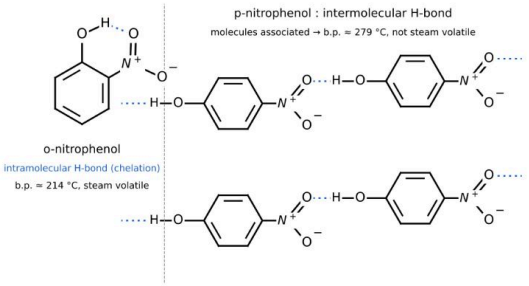
৪৫. **১০**

তুঁতেকে লেখা যায় $[Cu(H_2O)_4]SO_4 \cdot H_2O$
আয়নিক বন্ধন: জটিল ক্যাটায়ন $[Cu(H_2O)_4]^{2+}$ ও SO_4^{2-} এর মধ্যে — 1টি
সন্নিবেশ বন্ধন: চারটি H_2O এর O থেকে Cu^{2+} এ ($H_2O \rightarrow Cu^{2+}$) — 4টি
সমযোজী বন্ধন: পাঁচটি H_2O তে $O-H$ বন্ধন 10টি; SO_4^{2-} এ $S-O$ বন্ধন 4টি (2টি $S=O$ ও 2টি $S-O^-$, অর্থাৎ 4টি σ ও 2টি π)
হাইড্রোজেন বন্ধন: পঞ্চম (কেলাস) পানির অণুটি দুটি সন্নিবেশিত H_2O এর সাথে এবং SO_4^{2-} এর দুটি O এর সাথে — মোট 4টি
গঠন চিত্র: Cu^{2+} কেন্দ্রে, বর্গাকার তলে চারটি H_2O (তীর চিহ্নে সন্নিবেশ বন্ধন); পাশে SO_4^{2-}; কেলাস পানির অণুটি ডটেড রেখায় (হাইড্রোজেন বন্ধন) দুটি সন্নিবেশিত পানি ও সালফেটের দুটি O এর সাথে যুক্ত।



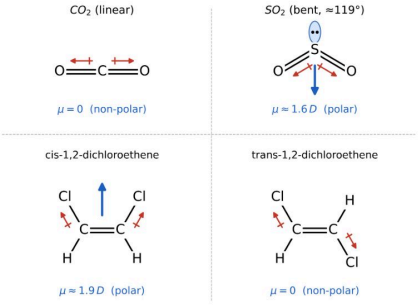
৪৬. **১০**

প্যারা-নাইট্রোফেনলের স্ফুটনাঙ্ক বেশি ($\approx 279°C$); অর্থো-নাইট্রোফেনলের কম ($\approx 216°C$)।
অর্থো-নাইট্রোফেনলে $-OH$ ও $-NO_2$ পাশাপাশি থাকায় $-OH$ এর H ও $-NO_2$ এর O এর মধ্যে অন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন (কিলেশন) গঠিত হয়ে ছয় সদস্যের বলয় তৈরি হয়।
ফলে অণুগুলো পরস্পরের সাথে যুক্ত হয় না, আলাদা অণু হিসেবে থাকে — স্ফুটনাঙ্ক কম ও উদ্বায়ী।
প্যারা-নাইট্রোফেনলে গ্রুপ দুটি বিপরীত প্রান্তে থাকায় এক অণুর $-OH$ অন্য অণুর $-NO_2$ এর সাথে আন্তঃআণবিক হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করে; অণুগুলো সংযুক্ত হয় — স্ফুটনাঙ্ক বেশি।
বাষ্প পাতন: অর্থো-নাইট্রোফেনল উদ্বায়ী এবং পানির সাথে হাইড্রোজেন বন্ধন গঠন করে না, তাই বাষ্পের সাথে পাতিত হয়ে পৃথক হয়।
প্যারা-নাইট্রোফেনল আন্তঃআণবিক ও পানির সাথে হাইড্রোজেন বন্ধনের কারণে অনুদ্বায়ী, তাই পাত্রে থেকে যায়।
চিত্র: অর্থো-যৌগে বেনজিন বলয়ের পাশে $O-H\cdots O-N$ ডটেড রেখায় বলয়; প্যারা-যৌগে $\cdots H-O-C_6H_4-NO_2\cdots H-O-C_6H_4-NO_2\cdots$ শিকল।



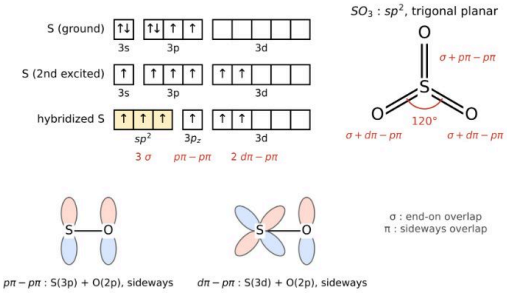
৪৭. **১০**

CO_2 সরলরৈখিক ($O=C=O$, $180°$); দুটি $C=O$ বন্ধন ভ্রামক সমান ও বিপরীতমুখী হয়ে পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে — $\mu = 0$।
SO_2 এ S এর একটি নিঃসঙ্গ জোড় থাকায় অণুটি কৌণিক ($\approx 119°$); বন্ধন ভ্রামকের লব্ধি শূন্য নয় — $\mu \approx 1.6\,D$।
অতএব, CO_2 অপোলার এবং SO_2 পোলার।
cis-1,2-ডাইক্লোরোইথিন: দুটি Cl দ্বিবন্ধনের একই পাশে থাকায় দুটি $C-Cl$ বন্ধন ভ্রামকের লব্ধি শূন্য নয় — $\mu \approx 1.9\,D$ (পোলার)।
trans-**1,2-**ডাইক্লোরোইথিন: দুটি Cl বিপরীত পাশে থাকায় $C-Cl$ বন্ধন ভ্রামক সমান ও বিপরীতমুখী — $\mu = 0$ (অপোলার)।
ভেক্টর চিত্র: প্রতিটি $C-Cl$ বন্ধনে C থেকে Cl এর দিকে তীর; cis রূপে তীর দুটির লব্ধি দুই Cl এর মধ্যবিন্দুর দিকে, trans রূপে তীর দুটি বিপরীতমুখী হয়ে কাটাকাটি যায়।



৪৮. **১০**

S এর ভূমি অবস্থা: $3s^2\ 3p^4$; দ্বিতীয় উত্তেজিত অবস্থা: $3s^1\ 3p^3\ 3d^2$ (6টি অযুগ্ম e^-)
$3s, 3p_x, 3p_y$ মিশে 3টি sp^2 সংকর অরবিটাল — সংকরায়ন sp^2, আকৃতি সমতলীয় ত্রিকোণাকার, $O - S - O = 120°$
σ বন্ধন: S এর 3টি sp^2 অরবিটাল তিনটি O এর 2p অরবিটালের সাথে মুখোমুখি অধিক্রমণে 3টি σ বন্ধন।
$p\pi - p\pi$ বন্ধন: S এর অসংকরিত $3p_z$ ও একটি O এর $2p_z$ এর পার্শ্ব অধিক্রমণে 1টি।
$d\pi - p\pi$ বন্ধন: S এর দুটি অযুগ্ম 3d অরবিটাল অপর দুটি O এর 2p অরবিটালের সাথে পার্শ্ব অধিক্রমণে 2টি।
অতএব, SO_3 এ 3টি σ ও 3টি π (1টি $p\pi - p\pi$ ও 2টি $d\pi - p\pi$) বন্ধন; রেজোন্যান্সের ফলে তিনটি $S - O$ বন্ধন দৈর্ঘ্য সমান।
চিত্র: কেন্দ্রে S, ত্রিকোণের তিন শীর্ষে O; তলের ওপরে-নিচে $p_z - p_z$ লোবের পার্শ্ব অধিক্রমণ এবং অপর দুই $S - O$ বরাবর $d - p$ লোবের পার্শ্ব অধিক্রমণ।



৪৯. **১০**

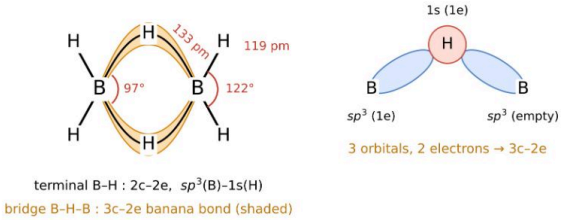
যৌগ: $\overset{1}{C}H_2 = \overset{2}{C}H - \overset{3}{C} \equiv \overset{4}{C} - \overset{5}{C}H_3$
সংকরায়ন: C_1 — sp^2, C_2 — sp^2, C_3 — sp, C_4 — sp, C_5 — sp^3
σ বন্ধন: $C - H$ 6টি + $C - C$ 4টি = 10টি
π বন্ধন: দ্বিবন্ধনে 1টি + ত্রিবন্ধনে 2টি = 3টি
একক বন্ধন দুটি: $C_2 - C_3$ ($sp^2 - sp$) ও $C_4 - C_5$ ($sp - sp^3$)
সংকর অরবিটালে s-চরিত্র যত বেশি, অরবিটাল নিউক্লিয়াসের তত কাছে এবং বন্ধন তত ছোট: sp (50%) > sp^2 (33%) > sp^3 (25%)
$C_2 - C_3$ বন্ধনে মোট s-চরিত্র বেশি এবং দ্বিবন্ধন ও ত্রিবন্ধনের কনজুগেশনের ফলে আংশিক দ্বিবন্ধন বৈশিষ্ট্য থাকে।
অতএব, বন্ধন দৈর্ঘ্য: $C_2 - C_3$ (≈ 143 pm) < $C_4 - C_5$ (≈ 146 pm)

৫০. **১০**

উভয় আয়নে Fe এর জারণ সংখ্যা +2; Fe^{2+}: $[Ar]\ 3d^6$
$[Fe(CN)_6]^{4-}$: CN^- শক্তিশালী লিগ্যান্ড, তাই 3d এর 6টি e^- জোড় বেঁধে 3টি অরবিটালে যায় এবং দুটি 3d অরবিটাল খালি হয়।
2টি 3d + 1টি 4s + 3টি 4p → d^2sp^3 সংকরায়ন (অন্তঃঅরবিটাল জটিল); ছয়টি CN^- এর নিঃসঙ্গ জোড় গ্রহণ করে।
আকৃতি: অষ্টতলকীয়; অযুগ্ম ইলেকট্রন নেই, $n = 0 \rightarrow \mu = 0$, ডায়াচুম্বকীয়
$[Fe(H_2O)_6]^{2+}$: H_2O দুর্বল লিগ্যান্ড, তাই জোড় বাঁধে না — 4টি অযুগ্ম e^- থাকে।
1টি 4s + 3টি 4p + 2টি 4d → sp^3d^2 সংকরায়ন (বহিঃঅরবিটাল জটিল); আকৃতি: অষ্টতলকীয়
$\mu = \sqrt{n(n+2)} = \sqrt{4(4+2)} = \sqrt{24} \approx 4.90$ BM; প্যারাচুম্বকীয়

৫১. **১০**

B: $2s^2\,2p^1 \rightarrow$ উত্তেজিত $2s^1\,2p_x^1\,2p_y^1$; প্রতিটি B sp^3 সংকরিত হয় — চারটি সংকর অরবিটালের 3টিতে 1টি করে e^- এবং 1টি খালি।
প্রতিটি B এর দুটি অর্ধপূর্ণ sp^3 অরবিটাল দুটি H এর 1s এর সাথে সাধারণ $2c-2e$ বন্ধন গঠন করে — মোট 4টি প্রান্তীয় $B-H$ বন্ধন।
এরপর প্রতিটি B এর একটি অর্ধপূর্ণ ও একটি খালি sp^3 অরবিটাল অবশিষ্ট থাকে।
এক B এর অর্ধপূর্ণ sp^3, একটি H এর 1s ও অপর B এর খালি sp^3 — এ তিনটি অরবিটাল একসাথে অধিক্রমণ করে কলার মতো বাঁকা $3c-2e$ বন্ধন গঠন করে; এরূপ দুটি সেতু বন্ধন অণুর তলের ওপরে ও নিচে থাকে — এদেরই বানানা বন্ড বলে।
সংকরায়ন: প্রান্তীয় ও সেতু উভয় $B-H$ বন্ধনে B sp^3 সংকরিত।
বন্ধন দৈর্ঘ্য: প্রান্তীয় $B-H \approx 119\,pm$, সেতু $B-H \approx 133\,pm$; সেতু বন্ধনে দুটি ইলেকট্রন তিনটি নিউক্লিয়াসে বিস্তৃত থাকায় এটি দুর্বল ও দীর্ঘ।
বন্ধন কোণ: $H_t-B-H_t \approx 122°$, $H_b-B-H_b \approx 97°$



৫২. **১০**

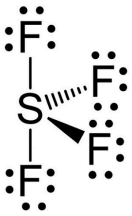
H_3O^+: ইলেকট্রন জোড় $= \frac{6+3-1}{2} = 4 \rightarrow$ O sp^3 সংকরিত; বন্ধন জোড় 3, নিঃসঙ্গ জোড় 1; আকৃতি ত্রিকোণীয় পিরামিড, বন্ধন কোণ $\approx 107°$
NH_4^+: ইলেকট্রন জোড় $= \frac{5+4-1}{2} = 4 \rightarrow$ N sp^3 সংকরিত; বন্ধন জোড় 4, নিঃসঙ্গ জোড় 0; আকৃতি সুষম চতুস্তলকীয়, বন্ধন কোণ $109.5°$ $(109°28')$
H_2O এ O এর উপর 2টি নিঃসঙ্গ জোড়, কিন্তু H_3O^+ এ 1টি (একটি জোড় H^+ এর সাথে সন্নিবেশ বন্ধনে ব্যবহৃত)।
নিঃসঙ্গ জোড় কমায় $lp-lp$ ও $lp-bp$ বিকর্ষণ কমে, বন্ধন জোড়গুলো কম সংকুচিত হয়।
অতএব, বন্ধন কোণ: H_3O^+ $(\approx 107°) > H_2O$ $(104.5°)$

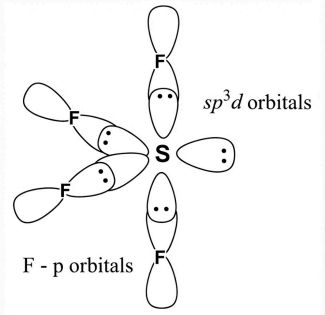
৫৩. **১০**

$POCl_3$: P এর উত্তেজিত অবস্থা $3s^1\,3p^3\,3d^1$; 3s ও তিনটি 3p মিশে sp^3 সংকরায়ন
আকৃতি: চতুস্তলকীয় (বিকৃত)
4টি sp^3 অরবিটাল দিয়ে 3টি $P-Cl$ ও 1টি $P-O$ σ বন্ধন; P এর অযুগ্ম 3d ও O এর 2p এর পার্শ্ব অধিক্রমণে 1টি $d\pi-p\pi$ বন্ধন
অতএব, σ বন্ধন 4টি, π বন্ধন 1টি
NH_4NO_3 (NH_4^+ ও NO_3^-):
আয়নিক বন্ধন: NH_4^+ ও NO_3^- এর মধ্যে — 1টি
সমযোজী বন্ধন: NH_4^+ এ $N-H$ 3টি; NO_3^- এ $N=O$ 1টি (1টি σ ও 1টি π) ও $N-O^-$ 1টি
সন্নিবেশ বন্ধন: NH_4^+ এ $N \rightarrow H^+$ 1টি; NO_3^- এ $N \rightarrow O$ 1টি — মোট 2টি
সুতরাং, আয়নিক 1টি, সমযোজী 5টি ($N=O$ কে একটি দ্বিবন্ধন ধরে) ও সন্নিবেশ 2টি।

৫৪. **১০**

(ক) S ($Z = 16$) ভূমি অবস্থা: $3s^2\ 3p_x^2\ 3p_y^1\ 3p_z^1$
উত্তেজিত অবস্থা: $3s^2\ 3p_x^1\ 3p_y^1\ 3p_z^1\ 3d^1$ **(4টি অযুগ্ম e^-)**
একটি 3s, তিনটি 3p ও একটি 3d মিশে 5টি sp^3d সংকর অরবিটাল: [↑↓] [↑] [↑] [↑] [↑]
একটিতে মুক্তজোড় এবং বাকি চারটির প্রতিটি চারটি F এর 2p অরবিটালের সাথে অধিক্রমণ করে 4টি $S-F$ σ বন্ধন গঠন করে।





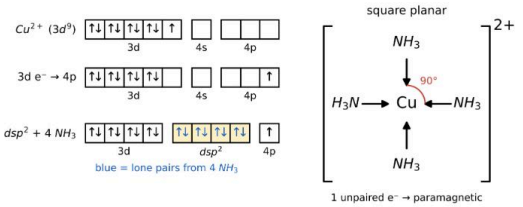
(খ) ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিডের নিরক্ষীয় অবস্থানে মুক্তজোড়; দুটি F অক্ষীয় ও দুটি F নিরক্ষীয় অবস্থানে।
আকৃতি: সি-স **(see-saw)** বা বিকৃত চতুস্তলকীয়; অক্ষীয় $F-S-F \approx 173°$, নিরক্ষীয় $F-S-F \approx 102°$
(গ) বন্ধনজোড় 4টি, মুক্তজোড় 1টি।

৫৫. **১০**

(ক) কোনো পোলার অণুর ধনাত্মক বা ঋণাত্মক চার্জের মান (q) এবং চার্জ কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্বের (d) গুণফলকে দ্বিপোল ভ্রামক বলে: $\mu = q \times d$
একক: ডিবাই (D); **SI** একক Cm; $1\ D = 3.336 \times 10^{-30}\ Cm$
(খ) CO_2 সরলরৈখিক ($180°$); দুটি $C=O$ বন্ধন ভ্রামক সমান ও বিপরীতমুখী হয়ে নিষ্ক্রিয় হয় — $\mu = 0$, অপোলার।
SO_2 এ S এর একটি মুক্তজোড় থাকায় অণুটি কৌণিক ($\approx 119°$); বন্ধন ভ্রামকের লব্ধি শূন্য নয় — $\mu \approx 1.6\ D$, পোলার।
(গ) CCl_4 সুষম চতুস্তলকীয়; চারটি সমান $C-Cl$ বন্ধন ভ্রামকের লব্ধি শূন্য — $\mu = 0$, অপোলার।
$CHCl_3$ এ একটি Cl এর পরিবর্তে H থাকায় $C-H$ ও $C-Cl$ বন্ধন ভ্রামক অসমান হয় এবং অণুর প্রতিসাম্য নষ্ট হয়; ভ্রামকগুলো পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করতে পারে না — $\mu \approx 1.04\ D$, পোলার।

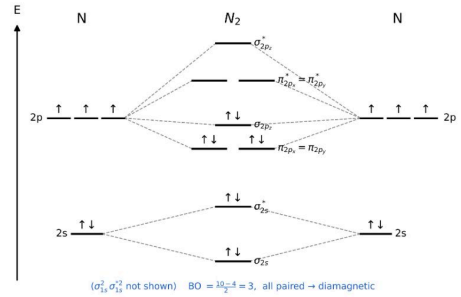
৫৬. **১০**

(ক) ধরি, Cu এর জারণ সংখ্যা x; NH_3 নিরপেক্ষ এবং SO_4 এর চার্জ -2
$x + 4(0) + (-2) = 0$
অতএব, জারণ সংখ্যা $x = +2$; সন্নিবেশ সংখ্যা = 4 (চারটি NH_3 লিগ্যান্ড)
(খ) Cu: $[Ar]\ 3d^{10}\ 4s^1$; Cu^{2+}: $[Ar]\ 3d^9$
VBT অনুযায়ী 3d এর অযুগ্ম ইলেকট্রনটি 4p অরবিটালে উন্নীত হয়, ফলে একটি 3d অরবিটাল খালি হয়।
1টি 3d + 1টি 4s + 2টি 4p → 4টি dsp^2 সংকর অরবিটাল, যারা চারটি NH_3 এর মুক্তজোড় গ্রহণ করে।
$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$ এর আকৃতি: সমতলীয় বর্গাকার — Cu^{2+} কেন্দ্রে, বর্গের চার কোণে চারটি NH_3 ($H_3N \rightarrow Cu$); 1টি অযুগ্ম e^- থাকায় প্যারাচুম্বকীয়।
(গ) আয়নিক বন্ধন: $[Cu(NH_3)_4]^{2+}$ ও SO_4^{2-} এর মধ্যে 1টি
সন্নিবেশ বন্ধন: $H_3N \rightarrow Cu^{2+}$ 4টি
সমযোজী বন্ধন: $N-H$ 12টি; SO_4^{2-} এ $S-O$ 4টি (2টি $S=O$ ও 2টি $S-O^-$)



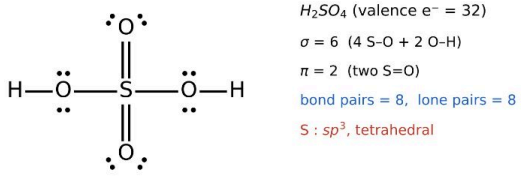
৫৭. **১০**

(ক) N_2 এ মোট 14টি e^-; $s-p$ মিশ্রণের কারণে $\pi 2p$ অরবিটালের শক্তি $\sigma 2p_z$ অপেক্ষা কম।
বিন্যাস: $\sigma 1s^2\ \sigma^*1s^2\ \sigma 2s^2\ \sigma^*2s^2\ \pi 2p_x^2 = \pi 2p_y^2\ \sigma 2p_z^2$
চিত্র: দুই পাশে দুটি N পরমাণুর 2s ও 2p পারমাণবিক অরবিটাল; মাঝে শক্তির ঊর্ধ্বক্রমে $\sigma 2s$, σ^*2s, $\pi 2p_x = \pi 2p_y$, $\sigma 2p_z$, $\pi^*2p_x = \pi^*2p_y$, σ^*2p_z; বন্ধনী অরবিটালগুলো পূর্ণ এবং প্রতিবন্ধনী 2p অরবিটালগুলো খালি।
(খ) বন্ধন ক্রম $= \frac{N_b - N_a}{2} = \frac{10-4}{2} = 3$ $(N \equiv N)$
সব ইলেকট্রন যুগ্ম, তাই N_2 ডায়াচুম্বকীয়।
(গ) $N_2 \rightarrow N_2^+ + e^-$ প্রক্রিয়ায় ইলেকট্রনটি বন্ধনী $\sigma 2p_z$ অরবিটাল থেকে সরে যায়।
N_2^+ এর বন্ধন ক্রম $= \frac{9-4}{2} = 2.5$; বন্ধন ক্রম কমায় বন্ধন দুর্বল ও দীর্ঘ হয়, তাই বন্ধন শক্তি হ্রাস পায় ($945\ kJmol^{-1}$ থেকে $\approx 841\ kJmol^{-1}$)।



৫৮. **১০**

(ক) H_2SO_4: কেন্দ্রে S; দুটি O দ্বিবন্ধনে $(S = O)$ এবং দুটি $-OH$ গ্রুপ একবন্ধনে $(S - O - H)$ যুক্ত; প্রতিটি O এর উপর 2টি করে মুক্তজোড়।
মোট যোজ্যতা ইলেকট্রন $= 2(1) + 6 + 4(6) = 32$
(খ) σ বন্ধন: $S - O$ 4টি + $O - H$ 2টি = 6টি; π বন্ধন: দুটি $S = O$ এ 2টি
(গ) বন্ধনজোড় $= 6 + 2 = 8$টি (16টি ইলেকট্রন); মুক্তজোড় $= 4 \times 2 = 8$টি (16টি ইলেকট্রন); মোট 32টি ইলেকট্রন মিলে যায়।
(ঘ) S এর 4টি σ বন্ধন আছে এবং কোনো মুক্তজোড় নেই $\rightarrow sp^3$ সংকরায়ন; আকৃতি চতুস্তলকীয় (বিকৃত)।



৫৯. **১০**

(ক) Xe: $5s^2\ 5p^6$

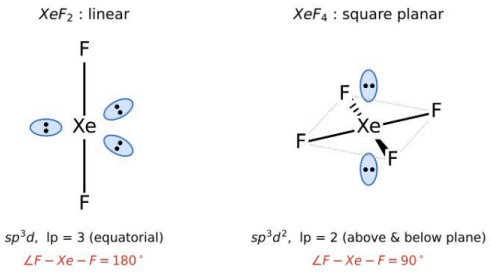
XeF_2: প্রথম উত্তেজিত অবস্থা $5s^2\ 5p^5\ 5d^1$ (2টি অযুগ্ম e^-); ইলেকট্রন জোড় = $\frac{8+2}{2} = 5 \rightarrow sp^3d$

XeF_4: দ্বিতীয় উত্তেজিত অবস্থা $5s^2\ 5p^4\ 5d^2$ (4টি অযুগ্ম e^-); ইলেকট্রন জোড় = $\frac{8+4}{2} = 6 \rightarrow sp^3d^2$

(খ) XeF_2: 3টি মুক্তজোড় নিরক্ষীয় তলে, দুটি F অক্ষীয় — সরলরৈখিক ($F - Xe - F = 180°$)।

XeF_4: 2টি মুক্তজোড় অষ্টতলকের বিপরীত দুই শীর্ষে (180°), চারটি F একই তলে — সমতলীয় বর্গাকার ($F - Xe - F = 90°$)।

(গ) Xe এর আকার বড় হওয়ায় বহিঃস্থ ইলেকট্রন নিউক্লিয়াস থেকে দূরে, আয়নীকরণ শক্তি তুলনামূলক কম ($1170\,kJmol^{-1}$) এবং খালি 5d অরবিটাল আছে; তাই অতি তড়িৎঋণাত্মক F বা O এর সাথে ইলেকট্রন উত্তেজিত করে যৌগ গঠন করতে পারে।



৬০. ১০

(ক) NH_4^+: ইলেকট্রন জোড় = $\frac{5+4-1}{2} = 4 \rightarrow sp^3$; মুক্তজোড় 0

NH_3: ইলেকট্রন জোড় = $\frac{5+3}{2} = 4 \rightarrow sp^3$; মুক্তজোড় 1

NH_2^-: ইলেকট্রন জোড় = $\frac{5+2+1}{2} = 4 \rightarrow sp^3$; মুক্তজোড় 2

(খ) বন্ধন কোণ: NH_4^+ (109.5°) > NH_3 (107°) > NH_2^- (≈ 104.5°)

তিনটিই sp^3 সংকরিত, কিন্তু মুক্তজোড় সংখ্যা 0, 1, 2 ক্রমে বাড়ে; lp − lp > lp − bp > bp − bp বিকর্ষণের কারণে মুক্তজোড় বাড়লে বন্ধনজোড়গুলো সংকুচিত হয় এবং বন্ধন কোণ কমে।

(গ) NH_4^+ এ N এর চারটি sp^3 সংকর অরবিটালই H এর 1s এর সাথে অধিক্রমণ করে; সন্নিবেশ বন্ধন একবার গঠিত হলে তা সাধারণ সমযোজী বন্ধন থেকে আলাদা করা যায় না এবং ধনাত্মক চার্জ সমগ্র আয়নে বিস্তৃত থাকে। তাই চারটি N − H বন্ধনের দৈর্ঘ্য, শক্তি ও কোণ (109.5°) অভিন্ন।