Mathematics

২০০ নম্বর

১. আমরা জানি, $\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)=\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}$

প্রদত্ত সমীকরণ বর্গ করে পাই, $\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{y}{2}\right)=\left[\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right]^3$

$\Rightarrow \frac{1+\sin y}{1-\sin y}=\frac{(1+\sin x)^3}{(1-\sin x)^3}$

যোজন-বিয়োজন করে পাই, $\frac{(1+\sin y)-(1-\sin y)}{(1+\sin y)+(1-\sin y)}=\frac{(1+\sin x)^3-(1-\sin x)^3}{(1+\sin x)^3+(1-\sin x)^3}$

$\Rightarrow \frac{2\sin y}{2}=\frac{(1+3\sin x+3\sin^2 x+\sin^3 x)-(1-3\sin x+3\sin^2 x-\sin^3 x)}{(1+3\sin x+3\sin^2 x+\sin^3 x)+(1-3\sin x+3\sin^2 x-\sin^3 x)}$

$\Rightarrow \sin y=\frac{6\sin x+2\sin^3 x}{2+6\sin^2 x}=\frac{2\sin x(3+\sin^2 x)}{2(1+3\sin^2 x)}$

সুতরাং, $\sin y=\sin x\left(\frac{3+\sin^2 x}{1+3\sin^2 x}\right)$

২. $A+B=\pi-C\Rightarrow\cot(A+B)=-\cot C\Rightarrow\frac{\cot A\cot B-1}{\cot A+\cot B}=-\cot C$

$\Rightarrow \cot A\cot B+\cot B\cot C+\cot C\cot A=1$

দেওয়া আছে, $\cot A+\cot B+\cot C=\sqrt{3}$

বর্গ করে পাই, $\cot^2 A+\cot^2 B+\cot^2 C+2(\cot A\cot B+\cot B\cot C+\cot C\cot A)=3$

$\Rightarrow \cot^2 A+\cot^2 B+\cot^2 C+2(1)=3\Rightarrow\cot^2 A+\cot^2 B+\cot^2 C=1$

$\Rightarrow 2\cot^2 A+2\cot^2 B+2\cot^2 C=2(\cot A\cot B+\cot B\cot C+\cot C\cot A)$

$\Rightarrow (\cot A-\cot B)^2+(\cot B-\cot C)^2+(\cot C-\cot A)^2=0$

বর্গের সমষ্টি শূন্য হওয়ায় প্রতিটি রাশি আলাদাভাবে শূন্য হবে।

$\therefore \cot A=\cot B=\cot C\Rightarrow A=B=C$ (প্রমাণিত)

৩. **১ম অংশ:** $n\geq 1$ হলে $2n-1>0$ ও $2n+1>0$, তাই $\cot^{-1}u=\tan^{-1}\frac{1}{u}$

বামপক্ষ $=\tan^{-1}\frac{1}{2n-1}-\tan^{-1}\frac{1}{2n+1}$

$=\tan^{-1}\left[\frac{\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}}{1+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}}\right]=\tan^{-1}\left[\frac{\frac{2}{4n^2-1}}{\frac{4n^2}{4n^2-1}}\right]$

$=\tan^{-1}\frac{2}{4n^2}=\tan^{-1}\frac{1}{2n^2}=\cot^{-1}(2n^2)=$ ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

২য় অংশ: ধরি, $T_n=\cot^{-1}(2n-1)-\cot^{-1}(2n+1)=\cot^{-1}(2n^2)$

$n=1$ হলে, $T_1=\cot^{-1}1-\cot^{-1}3=\cot^{-1}(2\times 1^2)$

$n=2$ হলে, $T_2=\cot^{-1}3-\cot^{-1}5=\cot^{-1}(2\times 2^2)$

$n=3$ হলে, $T_3=\cot^{-1}5-\cot^{-1}7=\cot^{-1}(2\times 3^2)$

যোগ করে পাই, $\cot^{-1}(2\times 1^2)+\cot^{-1}(2\times 2^2)+\cot^{-1}(2\times 3^2)=\cot^{-1}1-\cot^{-1}7$

$=\tan^{-1}1-\tan^{-1}\frac{1}{7}=\tan^{-1}\left(\frac{1-\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{7}}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{\frac{6}{7}}{\frac{8}{7}}\right)=\tan^{-1}\frac{3}{4}$

$=\cot^{-1}\frac{4}{3}$ (প্রমাণিত)

৪. প্রদত্ত সমীকরণ, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\pi\operatorname{cosec}\theta\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\operatorname{cosec}\theta\right)$

সাধারণ সমাধানের সূত্রানুযায়ী, $\frac{\pi}{2}-\pi\operatorname{cosec}\theta=2n\pi\pm\frac{\pi}{2}\operatorname{cosec}\theta$

$\frac{\pi}{2}$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $1-2\operatorname{cosec}\theta=4n\pm\operatorname{cosec}\theta$

$\Rightarrow \frac{1}{2}-2n=\operatorname{cosec}\theta\pm\frac{1}{2}\operatorname{cosec}\theta$

১ম ক্ষেত্র (+ নিয়ে): $\frac{1-4n}{2}=\frac{3}{2}\operatorname{cosec}\theta\Rightarrow\operatorname{cosec}\theta=\frac{1-4n}{3}\Rightarrow\sin\theta=\frac{3}{1-4n}$

$n\in\mathbb{Z}$ হওয়ায় n এর স্থানে $-n$ বসিয়ে পাই, $\sin\theta=\frac{3}{4n+1}\Rightarrow\theta=\sin^{-1}\frac{3}{4n+1}$

২য় ক্ষেত্র (− নিয়ে): $\frac{1-4n}{2}=\frac{1}{2}\operatorname{cosec}\theta\Rightarrow\operatorname{cosec}\theta=1-4n$

$\Rightarrow \sin\theta=\frac{1}{1-4n}\Rightarrow\theta=\sin^{-1}\frac{1}{1-4n}$ (প্রমাণিত)

৫. সমীকরণটির উভয়পক্ষকে $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = 1$

$\Rightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = 1$

$\Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 = \sin \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2n\pi + \frac{2\pi}{3}$

$0 < x < 2\pi$ ব্যবধিতে $n = 0$ হলে, $x = \frac{2\pi}{3}$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{2\pi}{3}$

৬. আমরা জানি, $2 \sin^2 A = 1 - \cos 2A$ এবং $2 \cos^2 A = 1 + \cos 2A$

প্রদত্ত সমীকরণটি পরিবর্তন করে পাই, $(1 - \cos 4x) - 3(1 + \cos 2x) + 1 = 0$

$\Rightarrow 1 - \cos 4x - 3 - 3 \cos 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow -\cos 4x - 3 \cos 2x - 1 = 0 \Rightarrow \cos 4x + 3 \cos 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow (2 \cos^2 2x - 1) + 3 \cos 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow 2 \cos^2 2x + 3 \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x(2 \cos 2x + 3) = 0$

যেহেতু $-1 \le \cos 2x \le 1$, তাই $2 \cos 2x + 3 = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\frac{3}{2}$ অসম্ভব

সুতরাং, $\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = (2n + 1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n + 1)\frac{\pi}{4}$, যেখানে $n \in \mathbb{Z}$

৭. দেওয়া আছে, $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} z$

উভয়পক্ষে tan নিয়ে, $\frac{x+y}{1-xy} = \cot\left(\tan^{-1} z\right) = \frac{1}{z}$

$\Rightarrow z(x + y) = 1 - xy \Rightarrow xy + yz + zx = 1$

আবার, $x + y + z = \sqrt{3}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 3$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(1) = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 1$

এখন, $x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) = 1 - 1 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$

$\Rightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$

বর্গের সমষ্টি শূন্য হওয়ায় প্রতিটি রাশি আলাদাভাবে শূন্য হবে।

$\therefore x = y = z$ **(প্রমাণিত)**

৮. আমরা জানি, $\triangle ABC$ এ $A + B + C = 180°$

প্রদত্ত সমীকরণ থেকে, $\cos 3A + \cos 3B = 1 - \cos 3C = 2 \sin^2 \frac{3C}{2}$

$\Rightarrow 2 \cos \frac{3(A+B)}{2} \cos \frac{3(A-B)}{2} = 2 \sin^2 \frac{3C}{2}$

এখানে, $A + B = 180° - C \Rightarrow \frac{3(A+B)}{2} = 270° - \frac{3C}{2}$

$\therefore \cos \frac{3(A+B)}{2} = \cos\left(270° - \frac{3C}{2}\right) = -\sin \frac{3C}{2}$

$\Rightarrow -2 \sin \frac{3C}{2} \cos \frac{3(A-B)}{2} - 2 \sin^2 \frac{3C}{2} = 0$

$\Rightarrow \sin \frac{3C}{2} \left[\cos \frac{3(A-B)}{2} + \sin \frac{3C}{2}\right] = 0$

$\Rightarrow \sin \frac{3C}{2} \left[\cos \frac{3(A-B)}{2} - \cos \frac{3(A+B)}{2}\right] = 0$ **[**$\because \sin \frac{3C}{2} = -\cos \frac{3(A+B)}{2}$**]**

$\Rightarrow \sin \frac{3C}{2} \cdot 2 \sin \frac{3A}{2} \sin \frac{3B}{2} = 0$

$\therefore \sin \frac{3A}{2} \sin \frac{3B}{2} \sin \frac{3C}{2} = 0$

সুতরাং, হয় $\sin \frac{3A}{2} = 0$ অথবা $\sin \frac{3B}{2} = 0$ অথবা $\sin \frac{3C}{2} = 0$

যেহেতু $0° < A < 180°$, তাই $0° < \frac{3A}{2} < 270°$; এই ব্যবধিতে $\sin \frac{3A}{2} = 0$ হলে $\frac{3A}{2} = 180°$, অর্থাৎ $A = 120°$

অনুরূপভাবে, $B = 120°$ অথবা $C = 120°$

অতএব, যেকোনো একটি কোণ অবশ্যই $120°$ হবে। **(প্রমাণিত)**

৯. আমরা জানি, $\tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

$\cos\theta$ এর মান বসিয়ে পাই,

$\tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{1-\frac{a\cos\phi-b}{a-b\cos\phi}}{1+\frac{a\cos\phi-b}{a-b\cos\phi}} = \frac{a-b\cos\phi-a\cos\phi+b}{a-b\cos\phi+a\cos\phi-b}$

$\Rightarrow \tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{a(1-\cos\phi)+b(1-\cos\phi)}{a(1+\cos\phi)-b(1+\cos\phi)} = \frac{(a+b)(1-\cos\phi)}{(a-b)(1+\cos\phi)}$

যেহেতু $\frac{1-\cos\phi}{1+\cos\phi} = \tan^2\frac{\phi}{2}$, তাই $\tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{a+b}{a-b}\tan^2\frac{\phi}{2}$

বর্গমূল করে (উভয় পক্ষের tan একই চিহ্নের ধরে) পাই, $\frac{\tan\frac{\theta}{2}}{\sqrt{a+b}} = \frac{\tan\frac{\phi}{2}}{\sqrt{a-b}}$ **(প্রমাণিত)**

১০. ধরি, $\frac{b+c}{11} = \frac{c+a}{12} = \frac{a+b}{13} = k$

$\Rightarrow b + c = 11k, c + a = 12k, a + b = 13k$

তিনটি সমীকরণ যোগ করে পাই, $2(a + b + c) = 36k \Rightarrow a + b + c = 18k$

$\therefore a = 18k - 11k = 7k, b = 18k - 12k = 6k, c = 18k - 13k = 5k$

কোসাইন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{36k^2+25k^2-49k^2}{2(6k)(5k)} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = \frac{7}{35}$

$\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} = \frac{25k^2+49k^2-36k^2}{2(5k)(7k)} = \frac{38}{70} = \frac{19}{35}$

$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{49k^2+36k^2-25k^2}{2(7k)(6k)} = \frac{60}{84} = \frac{5}{7} = \frac{25}{35}$

$\therefore \cos A : \cos B : \cos C = \frac{7}{35} : \frac{19}{35} : \frac{25}{35} = 7 : 19 : 25$ **(প্রমাণিত)**

১১. সমীকরণ দুটিকে বর্গ করে যোগ করে পাই,

$2(\cos^2 A + \sin^2 A) = (\cos B + \cos^3 B)^2 + (\sin B - \sin^3 B)^2$

$\Rightarrow 2 = \cos^2 B + 2\cos^4 B + \cos^6 B + \sin^2 B - 2\sin^4 B + \sin^6 B$

$= (\cos^2 B + \sin^2 B) + 2(\cos^4 B - \sin^4 B) + (\cos^6 B + \sin^6 B)$

$= 1 + 2(\cos^2 B - \sin^2 B)(\cos^2 B + \sin^2 B) + (1 - 3\sin^2 B\cos^2 B)$

$\Rightarrow 2 = 1 + 2\cos 2B + 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2B$

$\Rightarrow 0 = 2\cos 2B - \frac{3}{4}(1 - \cos^2 2B)$

$\Rightarrow 3\cos^2 2B + 8\cos 2B - 3 = 0$

$\Rightarrow (3\cos 2B - 1)(\cos 2B + 3) = 0$

যেহেতু $\cos 2B \geq -1$, তাই $\cos 2B + 3 = 0$ অসম্ভব।

$\therefore 3\cos 2B - 1 = 0 \Rightarrow \cos 2B = \frac{1}{3}$ **(প্রমাণিত)**

১২. ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলো $a - d, a, a + d$ (সমান্তর ধারায়, যেখানে $d > 0$)

ক্ষুদ্রতম বাহু $a - d$ এবং বৃহত্তম বাহু $a + d$; এদের বিপরীত কোণ যথাক্রমে ক্ষুদ্রতম (A) ও বৃহত্তম (C) কোণ।

শর্তমতে, $C = 2A$

সাইন সূত্র হতে, $\frac{a-d}{\sin A} = \frac{a+d}{\sin C} = \frac{a+d}{\sin 2A} = \frac{a+d}{2\sin A\cos A}$

$\Rightarrow \cos A = \frac{a+d}{2(a-d)}$ **.....(i)**

আবার কোসাইন সূত্র হতে, $\cos A = \frac{a^2+(a+d)^2-(a-d)^2}{2a(a+d)} = \frac{a^2+4ad}{2a(a+d)} = \frac{a+4d}{2(a+d)}$ **.....(ii)**

(i) ও **(ii)** সমান করে পাই, $\frac{a+d}{2(a-d)} = \frac{a+4d}{2(a+d)}$

$\Rightarrow (a + d)^2 = (a - d)(a + 4d)$

$\Rightarrow a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + 3ad - 4d^2$

$\Rightarrow 5d^2 = ad \Rightarrow a = 5d$

বাহুগুলো: $a - d = 4d, a = 5d, a + d = 6d$

সুতরাং, বাহুগুলোর অনুপাত $4 : 5 : 6$

১৩. প্রদত্ত সমীকরণ, $4\sin x = 5 - 3\cos x$

$\Rightarrow 16\sin^2 x = 25 - 30\cos x + 9\cos^2 x$

$\Rightarrow 16(1 - \cos^2 x) = 25 - 30\cos x + 9\cos^2 x$

$\Rightarrow 25\cos^2 x - 30\cos x + 9 = 0$

$\Rightarrow (5\cos x - 3)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$

সমীকরণ থেকে, $\sin x = \frac{5-3\cos x}{4} = \frac{5-\frac{9}{5}}{4} = \frac{4}{5}$

সুতরাং মূলদ্বয় α ও β এর জন্য $\cos\alpha = \cos\beta = \frac{3}{5}$ এবং $\sin\alpha = \sin\beta = \frac{4}{5}$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} + \frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{12}{25} + \frac{12}{25} = \frac{24}{25}$

সুতরাং, নির্ণেয় মান $\frac{24}{25}$

১৪. ধরি, $E = \frac{\sin\alpha}{\cos\beta} + \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} + \frac{\cos\beta}{\sin\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\alpha}$

$E = \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} + \frac{\cos\alpha}{\sin\beta}\right) + \left(\frac{\cos\beta}{\sin\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\alpha}\right)$

$= \frac{\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta}{\sin\beta\cos\beta} + \frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\alpha}$

$= \cos(\alpha-\beta)\left[\frac{2}{\sin 2\beta} + \frac{2}{\sin 2\alpha}\right] = 2\cos(\alpha-\beta)\cdot\frac{\sin 2\alpha+\sin 2\beta}{\sin 2\alpha\sin 2\beta}$

$= 2\cos(\alpha-\beta)\cdot\frac{2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}{\frac{1}{2}[\cos(2\alpha-2\beta)-\cos(2\alpha+2\beta)]}$

$= \frac{8\cos^2(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)}{2\cos^2(\alpha-\beta)+2\sin^2(\alpha+\beta)-2}$

প্রদত্ত মান বসিয়ে পাই, $E = \frac{8\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{3}}{2\cdot\frac{4}{9}+2\cdot\frac{1}{9}-2} = \frac{\frac{32}{27}}{\frac{10}{9}-\frac{18}{9}} = \frac{\frac{32}{27}}{-\frac{8}{9}} = -\frac{4}{3}$

$\therefore E^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

সুতরাং, নির্ণেয় মান $\frac{16}{9}$

১৫. আমরা জানি, $\cos^{-1}A + \cos^{-1}B = \theta$ হলে, $A^2 - 2AB\cos\theta + B^2 = \sin^2\theta$

এখানে $A = \frac{x}{2}$ এবং $B = \frac{y}{3}$ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{y}{3}\cos\theta + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \sin^2\theta$

$\Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{xy}{3}\cos\theta + \frac{y^2}{9} = \sin^2\theta$

উভয়পক্ষকে 36 দ্বারা গুণ করে পাই, $9x^2 - 12xy\cos\theta + 4y^2 = 36\sin^2\theta$

$\sin^2\theta$ এর সর্বোচ্চ মান 1

সুতরাং, নির্ণেয় সর্বোচ্চ মান $= 36 \times 1 = 36$

১৬. আমরা জানি, $\cot A - \tan A = \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\cos^2 A-\sin^2 A}{\sin A\cos A} = \frac{\cos 2A}{\frac{1}{2}\sin 2A} = 2\cot 2A$

$\therefore \tan A = \cot A - 2\cot 2A$

সূত্রটি প্রদত্ত রাশিতে প্রয়োগ করে পাই,

$E = (\cot\theta - 2\cot 2\theta) + 2(\cot 2\theta - 2\cot 4\theta) + 4(\cot 4\theta - 2\cot 8\theta) + 8\cot 8\theta$

$= \cot\theta - 2\cot 2\theta + 2\cot 2\theta - 4\cot 4\theta + 4\cot 4\theta - 8\cot 8\theta + 8\cot 8\theta$

$= \cot\theta$

১৭. আমরা জানি, $1 + \sec 2A = 1 + \frac{1}{\cos 2A} = \frac{1+\cos 2A}{\cos 2A} = \frac{2\cos^2 A}{\cos 2A}$

লব ও হরকে $\sin A$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$1 + \sec 2A = \frac{2\sin A\cos A\cdot\cos A}{\sin A\cos 2A} = \frac{\sin 2A\cos A}{\sin A\cos 2A} = \frac{\sin 2A}{\cos 2A}\cdot\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\tan 2A}{\tan A}$

বামপক্ষ $= \frac{\tan 2\theta}{\tan\theta}\cdot\frac{\tan 4\theta}{\tan 2\theta}\cdot\frac{\tan 8\theta}{\tan 4\theta}\cdots\frac{\tan 2^n\theta}{\tan 2^{n-1}\theta}$

$= \frac{\tan 2^n\theta}{\tan\theta}$ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৮. দেওয়া আছে, $\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta = 1 + \cos\theta + \cos 2\theta$
বা, $(\sin 3\theta + \sin\theta) + \sin 2\theta = (1 + \cos 2\theta) + \cos\theta$
বা, $2\sin 2\theta\cos\theta + \sin 2\theta = 2\cos^2\theta + \cos\theta$
বা, $\sin 2\theta(2\cos\theta + 1) = \cos\theta(2\cos\theta + 1)$
বা, $(2\cos\theta + 1)(\sin 2\theta - \cos\theta) = 0$
বা, $(2\cos\theta + 1)(2\sin\theta\cos\theta - \cos\theta) = 0$
বা, $(2\cos\theta + 1)\cos\theta(2\sin\theta - 1) = 0$
হয়, $2\cos\theta + 1 = 0$ অথবা $\cos\theta = 0$ অথবা $2\sin\theta - 1 = 0$
১ম ক্ষেত্র: $\cos\theta = -\frac{1}{2}$
এখানে, $0 < \theta < \pi$ বলে $\theta = \frac{2\pi}{3}$
২য় ক্ষেত্র: $\cos\theta = 0$
এখানে, $0 < \theta < \pi$ বলে $\theta = \frac{\pi}{2}$
৩য় ক্ষেত্র: $\sin\theta = \frac{1}{2}$
এখানে, $0 < \theta < \pi$ বলে $\theta = \frac{\pi}{6}$ অথবা $\theta = \frac{5\pi}{6}$
অতএব, নির্ণেয় সমাধান $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}$

১৯. ধরি, $t = \tan\theta$
আমরা জানি, $\tan\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) = \tan\left(\theta - \frac{\pi}{3} + \pi\right) = \tan\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$
এখানে, $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{t+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}t}$ এবং $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{t-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}t}$
সুতরাং, $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{(t+\sqrt{3})(1+\sqrt{3}t)+(t-\sqrt{3})(1-\sqrt{3}t)}{1-3t^2}$
বা, $= \frac{(4t+\sqrt{3}t^2+\sqrt{3})+(4t-\sqrt{3}t^2-\sqrt{3})}{1-3t^2}$
বা, $= \frac{8t}{1-3t^2}$
অতএব, প্রদত্ত রাশি $= t + \frac{8t}{1-3t^2} = \frac{t-3t^3+8t}{1-3t^2} = \frac{9t-3t^3}{1-3t^2}$
বা, $= 3 \cdot \frac{3t-t^3}{1-3t^2} = 3\tan 3\theta$
নির্ণেয় রাশি $= 3\tan 3\theta$

২০. দেওয়া আছে, $\sin x + \sin y = 1$ **.....(i)**
এবং $\cos x + \cos y = 0$ **.....(ii)**
(i) থেকে পাই, $2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} = 1$ **.....(iii)**
(ii) থেকে পাই, $2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} = 0$ **.....(iv)**
(iii) থেকে দেখা যায়, $\cos\frac{x-y}{2} \neq 0$, কারণ এটি 0 হলে **(iii)** এর বামপক্ষ 0 হতো
সুতরাং **(iv)** থেকে পাই, $\cos\frac{x+y}{2} = 0$
এখানে, $0 < x < \pi$ ও $0 < y < \pi$ বলে $0 < \frac{x+y}{2} < \pi$
এই ব্যবধিতে $\cos\frac{x+y}{2} = 0$ হলে, $\frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{2}$
অতএব, $x + y = \pi$ **(প্রমাণিত)**

Physics

২০০ নম্বর

২১. টান ও একক দৈর্ঘ্যের ভর ধ্রুব থাকলে, $f \propto \frac{1}{l}$ বা, $f_1 l_1 = f_2 l_2$
এখানে, $f_1 = 350$ Hz, $l_2 = l_1 + 0.015 l_1 = 1.015 l_1$
$f_2 = f_1 \times \frac{l_1}{l_2} = \frac{350}{1.015} = 344.83$ Hz
বিট সংখ্যা, $N = f_1 - f_2 = 350 - 344.83 = 5.17 \approx 5$
অতএব, প্রতি সেকেন্ডে প্রায় 5 টি বিট শোনা যাবে

২২. তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{512} = 0.6445\,m = 64.45\,cm$
১ম অনুনাদে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য, $L_1 = \frac{\lambda}{4} = 16.11\,cm$
২য় অনুনাদে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য, $L_2 = \frac{3\lambda}{4} = 48.34\,cm$
পানি তলের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $\Delta L = L_2 - L_1 = 48.34 - 16.11 = 32.23\,cm$
সময়, $\Delta t = \frac{\Delta L}{r} = \frac{32.23}{0.5} = 64.46\,s$
অতএব, ১ম ও ২য় অনুনাদের মধ্যবর্তী সময় 64.46 s

২৩. ধরি, ১ম শলাকার কম্পাঙ্ক f_1 এবং সাধারণ অন্তর $d = 4\,Hz$
নিম্নক্রমে n-তম শলাকার কম্পাঙ্ক, $f_n = f_1 - (n-1)d$
২০তম শলাকার কম্পাঙ্ক, $f_{20} = f_1 - 19 \times 4 = f_1 - 76$
প্রশ্নমতে, $f_{20} = \frac{1}{2}f_1$
বা, $\frac{1}{2}f_1 = f_1 - 76$ বা, $f_1 = 152\,Hz$
১০ম শলাকার কম্পাঙ্ক, $f_{10} = 152 - 9 \times 4 = 116\,Hz$
২০তম শলাকার কম্পাঙ্ক, $f_{20} = \frac{152}{2} = 76\,Hz$
অতএব, ১ম, ১০ম ও শেষ শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 152 Hz, 116 Hz ও 76 Hz

২৪. **(ক)** প্রদত্ত সমীকরণকে $y = 2A\cos(kx)\sin(\omega t)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$2A = 10$ বা, $A = 5\,m$
$k = 0.05\pi$ বা, $\frac{2\pi}{\lambda} = 0.05\pi$ বা, $\lambda = 40\,m$
$\omega = 100\pi$ বা, $f = \frac{100\pi}{2\pi} = 50\,Hz$
তরঙ্গের বেগ, $v = f\lambda = 50 \times 40 = 2000\,ms^{-1}$
(খ) $x = 10\,m$ এ বিস্তার $= |10\cos(0.05\pi \times 10)| = |10\cos 90°| = 0$
বিস্তার শূন্য, সুতরাং $x = 10\,m$ একটি নিস্পন্দ বিন্দু
$x = 20\,m$ এ বিস্তার $= |10\cos(0.05\pi \times 20)| = |10\cos\pi| = 10\,m$
বিস্তার সর্বোচ্চ, সুতরাং $x = 20\,m$ একটি সুস্পন্দ বিন্দু

২৫. মূলসুর, $f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ এবং $\mu = \varrho\pi\frac{d^2}{4}$
সুতরাং, $f = \frac{1}{\pi dl}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$ বা, $f \propto \frac{1}{dl}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$
এখানে, $\frac{l_2}{l_1} = \frac{3}{2}$, $\frac{d_2}{d_1} = \frac{5}{6}$, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$, $\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{3}{5}$
$\frac{f_1}{f_2} = \frac{d_2}{d_1} \times \frac{l_2}{l_1} \times \sqrt{\frac{T_1}{T_2} \times \frac{\varrho_2}{\varrho_1}}$
$= \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} \times \sqrt{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{4}$
অতএব, $f_1 : f_2 = 3 : 4$

২৬. **(ক)** ধরি, প্রতিফলিত তরঙ্গ $y_2 = 0.08\sin(100\pi t + 2\pi x + \phi)$
আবদ্ধ প্রান্তে $x = 1.5\,m$ এ $y_1 + y_2 = 0$, এ শর্তে $\phi = \pi$
$y_2 = -0.08\sin(100\pi t + 2\pi x)$
লব্ধি তরঙ্গ, $y_{net} = 0.08[\sin(100\pi t - 2\pi x) - \sin(100\pi t + 2\pi x)]$
$y_{net} = -0.16\sin(2\pi x)\cos(100\pi t)\,m$
(খ) এখানে, $A_0 = 0.16\,m$, $\omega = 100\pi\,rads^{-1}$, $k = 2\pi$ বা, $\lambda = 1\,m$
x বিন্দুর বিস্তার $a = A_0\sin(2\pi x)$ তাই সর্বোচ্চ গতিশক্তি $= \frac{1}{2}\mu\omega^2 a^2\,dx$
একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যে মোট শক্তি, $E = \int_0^{\lambda}\frac{1}{2}\mu\omega^2 A_0^2\sin^2(2\pi x)\,dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A_0^2\lambda$
$= \frac{1}{4}\times 0.02\times(100\pi)^2\times(0.16)^2\times 1 = 1.28\pi^2 = 12.63\,J$
Δx অংশের ভর, $\Delta m = \mu\Delta x = 0.02\times 0.01 = 2\times 10^{-4}\,kg$
সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A_0 = 100\pi\times 0.16 = 16\pi\,ms^{-1}$
$E_{k,max} = \frac{1}{2}\Delta m\,v_{max}^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-4}\times(16\pi)^2 = 0.0256\pi^2 = 0.2527\,J$
নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার বেগ সর্বদা শূন্য, তাই সর্বোচ্চ গতিশক্তি $= 0\,J$
অতএব, এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যে মোট শক্তি $12.63\,J$, সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বোচ্চ গতিশক্তি $0.2527\,J$ এবং নিস্পন্দ বিন্দুতে $0\,J$

২৭. $0°C$ এ খোলা নলের মূলসুর, $f_o = \frac{v_0}{2L_1} = \frac{332}{2\times 0.6} = 276.67\,Hz$
প্রশ্নমতে, $f_o - f_c = 4$ বা, $f_c = 276.67 - 4 = 272.67\,Hz$
বন্ধ নলের দৈর্ঘ্য, $L_2 = \frac{v_0}{4f_c} = \frac{332}{4\times 272.67} = 0.3044\,m$
$27°C$ এ শব্দের বেগ, $v = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}} = 332\times\sqrt{\frac{300}{273}} = 348.03\,ms^{-1}$
খোলা নলের নতুন কম্পাঙ্ক, $f_o' = \frac{348.03}{2\times 0.6} = 290.03\,Hz$
বন্ধ নলের নতুন কম্পাঙ্ক, $f_c' = \frac{348.03}{4\times 0.3044} = 285.83\,Hz$
নতুন বিট সংখ্যা, $N' = f_o' - f_c' = 290.03 - 285.83 = 4.2\,Hz$
অতএব, প্রতি সেকেন্ডে বিট সংখ্যা প্রায় 4.2 টি

২৮. **(ক)** $v_A = \sqrt{\frac{T}{\mu_A}} = \sqrt{\frac{100}{0.01}} = 100\,ms^{-1}$
$v_B = \sqrt{\frac{T}{\mu_B}} = \sqrt{\frac{100}{0.04}} = 50\,ms^{-1}$
(খ) সংযোগস্থল নিস্পন্দ হলে প্রতিটি অংশে অর্ধ-তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পূর্ণসংখ্যক গুণিতক থাকবে
A অংশে, $L_A = n_A\frac{v_A}{2f}$ বা, $f = n_A\frac{100}{2\times 0.5} = 100n_A$
B অংশে, $L_B = n_B\frac{v_B}{2f}$ বা, $f = n_B\frac{50}{2\times 0.4} = 62.5n_B$
সমীকৃত করে, $100n_A = 62.5n_B$ বা, $\frac{n_A}{n_B} = \frac{5}{8}$
n_A ও n_B ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা, তাই $n_A = 5$ ও $n_B = 8$
$f_{min} = 100\times 5 = 500\,Hz$
অতএব, $v_A = 100\,ms^{-1}$, $v_B = 50\,ms^{-1}$ এবং সর্বনিম্ন কম্পাঙ্ক $500\,Hz$

২৯. প্রাথমিক ভর, $m_1 = \frac{P_1 V M}{RT_1} = \frac{2.5\times 10^5\times 0.01\times 32\times 10^{-3}}{8.314\times 300} = 0.03207\,kg = 32.07\,g$
চূড়ান্ত ভর, $m_2 = \frac{P_2 V M}{RT_2} = \frac{1.3\times 10^5\times 0.01\times 32\times 10^{-3}}{8.314\times 400} = 0.01251\,kg = 12.51\,g$
(i) নির্গত ভর, $\Delta m = m_1 - m_2 = 32.07 - 12.51 = 19.56\,g$
(ii) অবশিষ্ট গ্যাসের ঘনত্ব, $\varrho_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{0.01251}{0.01} = 1.251\,kgm^{-3}$
অতএব, নির্গত ভর $19.56\,g$ এবং অবশিষ্ট গ্যাসের ঘনত্ব $1.251\,kgm^{-3}$

৩০. এখানে, $T = 27 + 273 = 300\,K$
হিলিয়াম ($f = 3$)**:** স্থানান্তর 3, ঘূর্ণন 0
অক্সিজেন ($f = 5$)**:** স্থানান্তর 3, ঘূর্ণন 2
মিথেন ($f = 6$)**:** স্থানান্তর 3, ঘূর্ণন 3
(i) $E_{total} = \sum \frac{f_i}{2} n_i RT = [\frac{3}{2}(2) + \frac{5}{2}(3) + \frac{6}{2}(1)]RT$
$= (3 + 7.5 + 3) \times 8.314 \times 300 = 13.5 \times 2494.2 = 33671.7\,J \approx 33.67\,kJ$
(ii) $E_{rot} = \sum \frac{f_{rot,i}}{2} n_i RT = [\frac{0}{2}(2) + \frac{2}{2}(3) + \frac{3}{2}(1)]RT$
$= (0 + 3 + 1.5) \times 8.314 \times 300 = 4.5 \times 2494.2 = 11223.9\,J \approx 11.22\,kJ$
অতএব, মোট অভ্যন্তরীণ গতিশক্তি $33.67\,kJ$ এবং মোট ঘূর্ণন গতিশক্তি $11.22\,kJ$

৩১. অক্সিজেনের মোল, $n_1 = \frac{48}{32} = 1.5\,mol$, $T_1 = 60 + 273 = 333\,K$
হিলিয়ামের মোল, $n_2 = \frac{8}{4} = 2.0\,mol$, $T_2 = 20 + 273 = 293\,K$
শক্তির সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী, $E_{initial} = E_{final}$
$\frac{f_1}{2} n_1 RT_1 + \frac{f_2}{2} n_2 RT_2 = (\frac{f_1}{2} n_1 + \frac{f_2}{2} n_2)RT_f$
বা, $\frac{5}{2}(1.5)(333) + \frac{3}{2}(2.0)(293) = [\frac{5}{2}(1.5) + \frac{3}{2}(2.0)]T_f$
বা, $1248.75 + 879 = (3.75 + 3.0)T_f$
বা, $T_f = \frac{2127.75}{6.75} = 315.22\,K = 42.22°C$
অতএব, সাম্য তাপমাত্রা $315.22\,K$ বা $42.22°C$

৩২. **(i)** $c_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$, $c_{avg} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$, $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
$c_p : c_{avg} : c_{rms} = \sqrt{2} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{3} = 1.414 : 1.596 : 1.732$
বা, $c_p : c_{avg} : c_{rms} = 1 : 1.128 : 1.225$
(ii) শব্দের বেগ, $v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ এবং $c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
সুতরাং, $v_s = c_{rms}\sqrt{\frac{\gamma}{3}}$
$v_s = 380 \times \sqrt{\frac{1.40}{3}} = 380 \times 0.6831 = 259.59\,ms^{-1}$
অতএব, বেগের অনুপাত $1 : 1.128 : 1.225$ এবং শব্দের বেগ $259.59\,ms^{-1}$

৩৩. গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} = \frac{V}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N}$
আবদ্ধ গ্যাসে N স্থির, তাই $\lambda \propto V$
(i) $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{0.5V_1} = 2$ অর্থাৎ $2 : 1$
রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায়, $TV^{\gamma-1} = \text{ধ্রুবক}$
$\frac{T_2}{T_1} = (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} = 2^{0.4} = 1.3195$
$c_{rms} \propto \sqrt{T}$ বা, $\frac{c_{rms2}}{c_{rms1}} = \sqrt{1.3195} = 1.1487$
(ii) সংঘর্ষ কম্পাঙ্ক, $f_c = \frac{c_{rms}}{\lambda}$
$\frac{f_{c1}}{f_{c2}} = \frac{c_{rms1}}{c_{rms2}} \times \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{1.1487} \times \frac{1}{2} = 0.435$
অতএব, গড় মুক্ত পথের অনুপাত $2 : 1$ এবং সংঘর্ষ কম্পাঙ্কের অনুপাত $f_{c1} : f_{c2} = 0.435 : 1$ **(**অর্থাৎ $f_{c2} : f_{c1} = 2.297 : 1$**)**

৩৪. ১ম ক্ষেত্রে, $T_1 = 27 + 273 = 300\,K$, $h_1 = 70\,cm$
আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য, $L_1 = 100 - 70 = 30\,cm$
আবদ্ধ বায়ুর চাপ, $P_1 = 76 - 70 = 6\,cm\ Hg$
২য় ক্ষেত্রে, $T_2 = 47 + 273 = 320\,K$, $h_2 = 68\,cm$
আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য, $L_2 = 100 - 68 = 32\,cm$
ধরি, নতুন বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P_{atm}, তাহলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ $P_2 = P_{atm} - 68$
আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুযায়ী, $\frac{P_1L_1}{T_1} = \frac{P_2L_2}{T_2}$
বা, $\frac{6\times30}{300} = \frac{(P_{atm}-68)\times32}{320}$
বা, $0.6 = 0.1(P_{atm} - 68)$ বা, $P_{atm} - 68 = 6$
বা, $P_{atm} = 74\,cm\ Hg$
অতএব, নতুন বায়ুমণ্ডলীয় চাপ $74\,cm\ Hg$

৩৫. গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} = \frac{V}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N}$
স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসে $n = \frac{N}{V}$ স্থির, তাই λ চাপের ওপর নির্ভর করে না
(i) $\lambda_2 = \lambda_1 = 8.0 \times 10^{-8}\,m$
গে-লুস্যাকের সূত্রানুসারে স্থির আয়তনে $P \propto T$ সুতরাং $T_2 = 4T_1$
$c_{rms} \propto \sqrt{T}$ বা, $\frac{c_{rms2}}{c_{rms1}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{4} = 2$
(ii) সংঘর্ষ কম্পাঙ্ক, $f_c = \frac{c_{rms}}{\lambda}$
$\frac{f_{c2}}{f_{c1}} = \frac{c_{rms2}}{c_{rms1}} \times \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2 \times 1 = 2$
অতএব, নতুন গড় মুক্ত পথ $8.0 \times 10^{-8}\,m$ এবং সংঘর্ষ কম্পাঙ্কের অনুপাত $f_{c2} : f_{c1} = 2 : 1$

৩৬. হাইড্রোজেনের তাপমাত্রা, $T_2 = 27 + 273 = 300\,K$
(i) শর্তানুসারে, $c_{rms}(O_2, T_1) = c_p(H_2, T_2)$
বা, $\sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}} = \sqrt{\frac{2RT_2}{M_2}}$
বা, $\frac{3T_1}{32} = \frac{2\times300}{2} = 300$
বা, $T_1 = \frac{9600}{3} = 3200\,K = 2927°C$
(ii) গড় বেগ, $c_{avg} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$
$\frac{c_{avg}(O_2)}{c_{avg}(H_2)} = \sqrt{\frac{\frac{T_1}{M_1}}{\frac{T_2}{M_2}}} = \sqrt{\frac{\frac{3200}{32}}{\frac{300}{2}}} = \sqrt{\frac{100}{150}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.8165$
অতএব, $T_1 = 3200\,K$ এবং গড় বেগের অনুপাত 0.8165

৩৭. বিয়োজিত $SO_3 = 0.50 \times 1.0 = 0.50\,mol$
অবশিষ্ট $SO_3 = 0.50\,mol$, সৃষ্ট $SO_2 = 0.50\,mol$, সৃষ্ট $O_2 = \frac{0.50}{2} = 0.25\,mol$
মোট মোল, $n_{total} = 0.50 + 0.50 + 0.25 = 1.25\,mol$
(i) $V = 2 \times 10^{-3}\,m^3$, $T = 600\,K$
$P_f = \frac{n_{total}RT}{V} = \frac{1.25\times8.314\times600}{2\times10^{-3}} = 3.12 \times 10^6\,Pa$ **(প্রায়** $30.8\,atm$**)**
(ii) $E = \sum \frac{f_i}{2} n_i RT = [\frac{6}{2}(0.50) + \frac{6}{2}(0.50) + \frac{5}{2}(0.25)]RT$
$= (1.5 + 1.5 + 0.625) \times 8.314 \times 600 = 3.625 \times 4988.4 = 18083\,J \approx 18.08\,kJ$
অতএব, চূড়ান্ত চাপ $3.12 \times 10^6\,Pa$ এবং মোট অভ্যন্তরীণ শক্তি $18.08\,kJ$

৩৮. **(i)** ম্যাক্সওয়েলের সূত্রানুসারে, $\lambda_M = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ এবং ক্লসিয়াসের সূত্রানুসারে, $\lambda_C = \frac{3}{4\pi\sigma^2 n}$

$\frac{\lambda_M}{\lambda_C} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = 0.9428$

ক্লসিয়াসের মানের সাপেক্ষে শতকরা পার্থক্য = $(1 - 0.9428) \times 100\% = 5.72\%$

(ii) $\lambda_M = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(3.0\times10^{-10})^2(2.687\times10^{25})} = \frac{1}{1.0744\times10^7} = 9.31 \times 10^{-8}\,\text{m}$

সংঘর্ষ কম্পাঙ্ক, $f_c = \frac{c_{rms}}{\lambda_M} = \frac{461}{9.31\times10^{-8}} = 4.95 \times 10^9\,\text{s}^{-1}$

অতএব, শতকরা পার্থক্য 5.72%, গড় মুক্ত পথ 9.31×10^{-8} m এবং সংঘর্ষ সংখ্যা প্রায় 4.95×10^9 প্রতি সেকেন্ডে

৩৯. এখানে, ক্ষমতা, $P = 250\,\text{W}$

প্রথম ক্ষেত্রে, দূরত্ব, $r_1 = 20\,\text{m}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, দূরত্ব, $r_2 = 30\,\text{m}$

আমরা জানি, তীব্রতা, $I = \frac{P}{4\pi r^2}$

সুতরাং, $I_1 = \frac{250}{4\pi\times20^2} = \frac{250}{5026.55} = 0.0497\,\text{Wm}^{-2}$

আবার, $I_2 = \frac{250}{4\pi\times30^2} = \frac{250}{11309.7} = 0.0221\,\text{Wm}^{-2}$

অতএব, 20 m দূরে তীব্রতা $0.0497\,\text{Wm}^{-2}$ এবং 30 m দূরে তীব্রতা $0.0221\,\text{Wm}^{-2}$

৪০. প্রদত্ত সমীকরণ, $y = 0.5\sin\left(200\pi t - \frac{20\pi x}{13}\right)$

আদর্শ সমীকরণ, $y = a\sin(\omega t - kx)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$\omega = 200\pi\,\text{rads}^{-1}$ এবং $k = \frac{20\pi}{13}\,\text{m}^{-1}$

আমরা জানি, $\omega = 2\pi f$

বা, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{200\pi}{2\pi} = 100\,\text{Hz}$

আবার, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

বা, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\times13}{20\pi} = 1.3\,\text{m}$

তরঙ্গের বেগ, $v = f\lambda = 100 \times 1.3 = 130\,\text{ms}^{-1}$

অতএব, কম্পাঙ্ক 100 Hz, তরঙ্গদৈর্ঘ্য 1.3 m এবং বেগ $130\,\text{ms}^{-1}$

Chemistry

২০০ নম্বর

৪১. $XeOF_4$:

কেন্দ্রীয় পরমাণু Xe এর যোজ্যতা ইলেকট্রন = 8

৪টি $Xe - F$ বন্ধন + ১টি $Xe = O$ বন্ধন (একটি ডোমেইন) + ১টি নিঃসঙ্গ জোড় = মোট ৬টি ইলেকট্রন ডোমেইন

সুতরাং, সংকরায়ন sp^3d^2; ইলেকট্রন জ্যামিতি অষ্টতলকীয়, আণবিক আকৃতি বর্গ পিরামিডীয়

নিঃসঙ্গ ইলেকট্রন জোড় = 1; $Xe = O$ বন্ধনের π অংশটি $p\pi - d\pi$ প্রকৃতির

অক্সিজেনের অবস্থান: চারটি F বর্গাকার ভূমিতে (বিষুবীয়), O একটি অক্ষীয় শীর্ষে এবং নিঃসঙ্গ জোড়টি ঠিক বিপরীত অক্ষীয় অবস্থানে থাকে।

কারণ: দ্বিবন্ধন ডোমেইনে ইলেকট্রন ঘনত্ব বেশি, তাই নিঃসঙ্গ জোড়ের পরেই এটি সবচেয়ে বেশি বিকর্ষণ করে। সবচেয়ে বেশি বিকর্ষী দুটি ডোমেইন (lp ও $Xe = O$) পরস্পর 180° দূরে থাকলে তাদের মধ্যে কোনো 90° বিকর্ষণ থাকে না, ফলে মোট বিকর্ষণ সর্বনিম্ন হয়।

ClF_2^-:

Cl এর যোজ্যতা ইলেকট্রন = 7, ঋণাত্মক চার্জের জন্য +1, মোট = 8

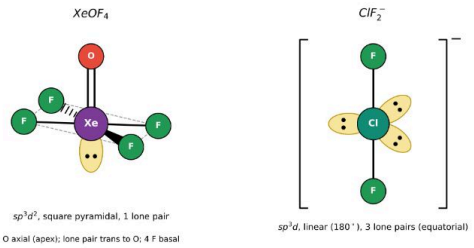
২টি বন্ধন জোড় + ৩টি নিঃসঙ্গ জোড় = ৫টি ডোমেইন

সুতরাং, সংকরায়ন sp^3d; ইলেকট্রন জ্যামিতি ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিড

৩টি নিঃসঙ্গ জোড় বিষুবীয় অবস্থানে (120° ব্যবধানে বিকর্ষণ কম), দুটি F অক্ষীয় অবস্থানে

অতএব, আকৃতি সরলরৈখিক এবং $F - Cl - F$ বন্ধন কোণ = 180°

Q1



৪২. বন্ধন কোণের ক্রম: $NO_2^+(180°) > NO_2(\approx 134°) > NO_2^-(\approx 115°)$

NO_2^+: N এ কোনো অবন্ধনী ইলেকট্রন নেই, দুটি দ্বিবন্ধন; সংকরায়ন sp, তাই সরলরৈখিক।

NO_2: N এর sp^2 অরবিটালে একটি মাত্র বিজোড় ইলেকট্রন থাকে। একটি ইলেকট্রনের বিকর্ষণ কম, তাই কোণ $120°$ এর চেয়ে বেশি হয়।

NO_2^-: N এ একটি পূর্ণ নিঃসঙ্গ জোড় থাকে। $lp - bp$ বিকর্ষণ বেশি, তাই কোণ $120°$ এর চেয়ে কমে যায়।

H_2S এর কম বন্ধন কোণ (H_2O: $104.5°$, H_2S: $\approx 92°$):

S এর তড়িৎ ঋণাত্মকতা O অপেক্ষা কম এবং আকার বড়। ফলে $S - H$ বন্ধন জোড় কেন্দ্রীয় পরমাণু থেকে দূরে থাকে, বন্ধন জোড়-বন্ধন জোড় বিকর্ষণ কমে যায়।

এছাড়া S এর 3s ও 3p অরবিটালের শক্তির পার্থক্য বেশি হওয়ায় সংকরায়ন প্রায় ঘটে না; S প্রায় বিশুদ্ধ p অরবিটাল দিয়ে বন্ধন গঠন করে, যাদের মধ্যবর্তী কোণ $90°$।

অতএব, H_2S এর বন্ধন কোণ $90°$ এর কাছাকাছি, যা H_2O অপেক্ষা অনেক কম।

৪৩. $FeCl_3$ এর গলনাঙ্ক কম ($FeCl_2 \approx 677°C$, $FeCl_3 \approx 306°C$) এবং $FeCl_3$ এর আর্দ্রবিশ্লেষণ দ্রুত ঘটে।

কারণ: Fe^{3+} এর চার্জ বেশি ও আকার Fe^{2+} অপেক্ষা ছোট, তাই এর পোলারায়ন ক্ষমতা বেশি। ফাজানের নীতি অনুসারে Cl^- আয়নের ইলেকট্রন মেঘ বেশি বিকৃত হয়, ফলে $FeCl_3$ এ সমযোজী বৈশিষ্ট্য বেশি।

সমযোজী যৌগে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ দুর্বল, তাই গলনাঙ্ক কম; আবার উচ্চ চার্জ ঘনত্বের Fe^{3+} পানির অণুকে সহজে পোলারিত করে, তাই আর্দ্রবিশ্লেষণ দ্রুত হয়।

কার্বনেটের তাপীয় স্থায়িত্বের ক্রম: $BeCO_3 < MgCO_3 < CaCO_3 < SrCO_3 < BaCO_3$

বিয়োজন বিক্রিয়া: $MCO_3 \rightarrow MO + CO_2$

গ্রুপের উপর থেকে নিচে ক্যাটায়নের আকার বাড়ে, ফলে পোলারায়ন ক্ষমতা কমে।

ছোট Be^{2+} বড় CO_3^{2-} আয়নের ইলেকট্রন মেঘকে নিজের দিকে টেনে নেয়, ফলে $C - O$ বন্ধন দুর্বল হয় এবং সহজে CO_2 বের হয়ে যায়।

বড় Ba^{2+} কার্বনেট আয়নকে প্রায় বিকৃত করে না, তাই $BaCO_3$ ভাঙতে সর্বাধিক তাপ লাগে।

অতএব, ক্যাটায়নের আকার বৃদ্ধির সাথে কার্বনেটের তাপীয় স্থায়িত্ব বাড়ে।

৪৪. Hg^{2+} আয়নের ইলেকট্রন বিন্যাস $[Xe]4f^{14}5d^{10}$ (সিউডো নিষ্ক্রিয় গ্যাস বিন্যাস)। d ইলেকট্রনের দুর্বল আবরণী প্রভাবের জন্য এর কার্যকর নিউক্লিয় চার্জ ও পোলারায়ন ক্ষমতা বেশি।

Cl^- ছোট, তাই কম পোলারিত হয়; $HgCl_2$ পৃথক রৈখিক অণু হিসেবে থাকে এবং পানির অণুর সাথে মিথস্ক্রিয়া করে পানিতে মোটামুটি দ্রবণীয়।

I^- বৃহৎ ও অত্যন্ত পোলারনযোগ্য, তাই Hg^{2+} এর প্রভাবে এর ইলেকট্রন মেঘ ব্যাপকভাবে বিকৃত হয়। ফলে HgI_2 এ সমযোজী বৈশিষ্ট্য অনেক বেশি এবং এটি HgI_4 চতুস্তলক এককের স্তরীভূত জালক গঠন করে, যা পানির অণু দিয়ে ভাঙা যায় না। তাই HgI_2 অদ্রবণীয়।

বর্ণ: I^- থেকে Hg^{2+} এ ইলেকট্রন স্থানান্তরের (চার্জ ট্রান্সফার) জন্য প্রয়োজনীয় শক্তি দৃশ্যমান আলোর পরিসরে পড়ে। HgI_2 নীল-সবুজ আলো শোষণ করে, তাই পরিপূরক গাঢ় লাল বর্ণ দেখায়।

অ্যানায়নের পোলারনযোগ্যতা যত বাড়ে, তার ইলেকট্রন মেঘ তত সহজে ক্যাটায়নের দিকে সরে যায় এবং চার্জ ট্রান্সফারের শক্তির ব্যবধান তত কমে।

ফলে শোষণ অতিবেগুনি থেকে দৃশ্যমান অঞ্চলে এবং দীর্ঘতর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দিকে সরে যায়, বর্ণ গাঢ় হয়।

উদাহরণ: $AgCl$ সাদা, $AgBr$ হালকা হলুদ, AgI হলুদ।

৪৫. B_2 ও C_2 এ $s-p$ মিশ্রণের জন্য শক্তিস্তরের ক্রম:

$\sigma 1s < \sigma^* 1s < \sigma 2s < \sigma^* 2s < \pi 2p_x = \pi 2p_y < \sigma 2p_z < \pi^* 2p_x = \pi^* 2p_y < \sigma^* 2p_z$

B_2 (মোট 10টি ইলেকট্রন):

$KK\ (\sigma 2s)^2(\sigma^* 2s)^2(\pi 2p_x)^1(\pi 2p_y)^1$

বন্ধন ক্রম $= \frac{N_b - N_a}{2} = \frac{6-4}{2} = 1$

দুটি বিজোড় ইলেকট্রন থাকায় B_2 প্যারাম্যাগনেটিক।

C_2 (মোট 12টি ইলেকট্রন):

$KK\ (\sigma 2s)^2(\sigma^* 2s)^2(\pi 2p_x)^2(\pi 2p_y)^2$

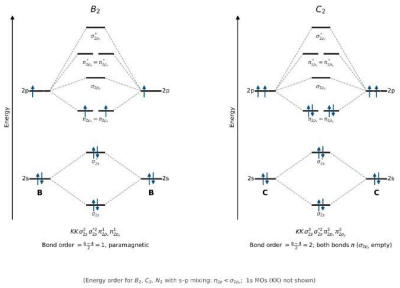
বন্ধন ক্রম $= \frac{8-4}{2} = 2$; কোনো বিজোড় ইলেকট্রন নেই, তাই ডায়াম্যাগনেটিক।

প্রমাণ: $\sigma 2s$ এর দুটি বন্ধনী ইলেকট্রনের প্রভাব $\sigma^* 2s$ এর দুটি প্রতিবন্ধনী ইলেকট্রন সম্পূর্ণ বাতিল করে দেয়।

অবশিষ্ট চারটি বন্ধনী ইলেকট্রন কেবল $\pi 2p_x$ ও $\pi 2p_y$ অরবিটালে থাকে; $\sigma 2p_z$ অরবিটাল খালি।

অতএব, C_2 এর বন্ধন ক্রম 2 এর উভয় বন্ধনই π-বন্ধন, কোনো $\sigma 2p$ বন্ধন নেই।

Q5



(Energy order for B_2, C_2, N_2 with s-p mixing: $\pi_{2p} < \sigma_{2p_z}$; 1s MOs (KK) not shown)

৪৬. পটাশ অ্যালামকে $[K(H_2O)_6]^+[Al(H_2O)_6]^{3+}(SO_4^{2-})_2$ হিসেবে লেখা যায়। এতে বিদ্যমান বন্ধন:

আয়নিক বন্ধন: K^+ ও $[Al(H_2O)_6]^{3+}$ ক্যাটায়নের সাথে SO_4^{2-} অ্যানায়নের মধ্যে।

সমযোজী বন্ধন: SO_4^{2-} এর $S-O$ বন্ধন এবং H_2O এর $O-H$ বন্ধন।

সন্নিবেশ বন্ধন: $H_2O \rightarrow Al^{3+}$ (পানির O এর নিঃসঙ্গ জোড় Al^{3+} এর খালি অরবিটালে দান করে)।

আয়ন-ডাইপোল আকর্ষণ: K^+ ও চারপাশের পানির অণুর মধ্যে।

হাইড্রোজেন বন্ধন: কেলাস পানির H ও SO_4^{2-} এর O এর মধ্যে।

Al_2Cl_6 এ সন্নিবেশ বন্ধন:

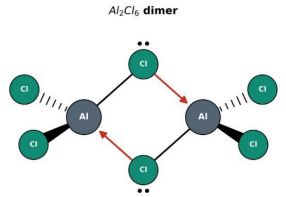
$AlCl_3$ এ Al এর যোজ্যতা স্তরে মাত্র 6টি ইলেকট্রন থাকে, তাই এটি ইলেকট্রন ঘাটতিপূর্ণ এবং অষ্টক পূরণে প্রবণ।

দুটি $AlCl_3$ অণু যুক্ত হওয়ার সময় প্রতিটি অণুর একটি Cl তার নিঃসঙ্গ জোড় অন্য অণুর Al এর খালি অরবিটালে দান করে (Cl → Al)।

এভাবে দুটি সেতুবন্ধনী Cl সৃষ্টি হয়; প্রতিটি Al চারটি Cl দ্বারা পরিবেষ্টিত, সংকরায়ন sp^3 এবং জ্যামিতি চতুস্তলকীয়।

অতএব, Al_2Cl_6 এ চারটি প্রান্তীয় $Al-Cl$ সমযোজী বন্ধন ছাড়াও দুটি $Cl \rightarrow Al$ সন্নিবেশ বন্ধন থাকে।

Q6



৪৭. HF এ F সর্বাধিক তড়িৎ ঋণাত্মক ও ছোট, তাই $H-F$ বন্ধন অত্যন্ত পোলার। এক অণুর H পাশের অণুর F এর সাথে শক্তিশালী হাইড্রোজেন বন্ধন $(F-H\cdots F)$ গঠন করে, ফলে $(HF)_n$ শিকল তৈরি হয়।

F এর নিঃসঙ্গ জোড়গুলো প্রায় চতুস্তলকীয়ভাবে বিন্যস্ত, তাই হাইড্রোজেন বন্ধন নিঃসঙ্গ জোড়ের দিক বরাবর কৌণিকভাবে $(H-F\cdots H$ কোণ $\approx 120°)$ গঠিত হয়। এজন্য শিকলটি সরলরৈখিক না হয়ে জিগজ্যাগ আকৃতির হয়।

বরফের গঠন: প্রতিটি O পরমাণু চারটি H দ্বারা চতুস্তলকীয়ভাবে পরিবেষ্টিত থাকে (দুটি সমযোজী $O-H$ বন্ধন ও দুটি হাইড্রোজেন বন্ধন)। এভাবে ষড়ভুজাকার, ত্রিমাত্রিক উন্মুক্ত খাঁচাসদৃশ জালক গঠিত হয়, যার ভিতরে বড় ফাঁকা স্থান থাকে। তাই বরফের ঘনত্ব পানির চেয়ে কম।

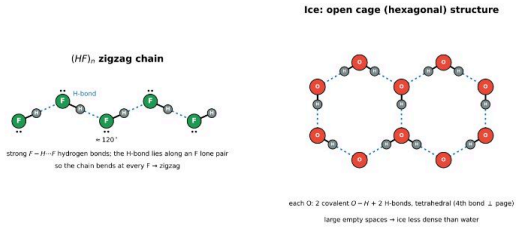
$4°C$ এ সর্বোচ্চ ঘনত্ব: বরফ গলার সময় $(0°C)$ কিছু হাইড্রোজেন বন্ধন ভেঙে খাঁচা আংশিক ধসে পড়ে এবং অণুগুলো ফাঁকা স্থান দখল করে, ফলে আয়তন কমে।

$0°C$ থেকে $4°C$ পর্যন্ত এই সংকোচন তাপীয় প্রসারণের চেয়ে বেশি, তাই ঘনত্ব বাড়তে থাকে।

$4°C$ এর উপরে তাপীয় প্রসারণ প্রাধান্য পায়, তাই ঘনত্ব কমতে থাকে।

অতএব, $4°C$ এ পানির ঘনত্ব সর্বোচ্চ $(\approx 1\ \mathrm{g cm^{-3}})$।

Q7



৪৮. CCl_4: C এর সংকরায়ন sp^3, আকৃতি নিখুঁত চতুস্তলকীয়। চারটি সমান $C-Cl$ বন্ধন ডাইপোল প্রতিসমভাবে বিন্যস্ত থাকায় পরস্পরকে বাতিল করে, তাই $\mu = 0$।

$CHCl_3$: একটি Cl এর স্থানে H থাকায় প্রতিসাম্য নষ্ট হয়। $C-H$ ও $C-Cl$ বন্ধন ডাইপোলের মান ও দিক ভিন্ন, তাই এরা বাতিল হয় না; লব্ধি $\mu \approx 1.04\ \mathrm{D}$।

দুটি বন্ধন ডাইপোলের লব্ধি: $\mu_R = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 + 2\mu_1\mu_2\cos\theta}$

প্যারা-ডাইক্লোরোবেনজিন: দুটি $C-Cl$ ডাইপোলের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 180°$, $\cos 180° = -1$

$$\mu_R = \sqrt{\mu^2 + \mu^2 - 2\mu^2} = 0$$

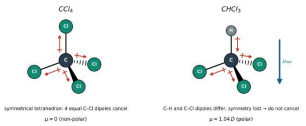
অর্থো-ডাইক্লোরোবেনজিন: $\theta = 60°$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$

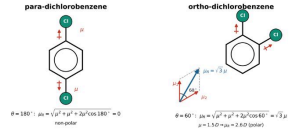
$$\mu_R = \sqrt{\mu^2 + \mu^2 + 2\mu^2 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{3\mu^2} = \sqrt{3}\,\mu$$

$C-Cl$ বন্ধনের $\mu = 1.5\ \mathrm{D}$ ধরলে, $\mu_R = 1.732 \times 1.5 = 2.6\ \mathrm{D}$

অতএব, প্যারা-ডাইক্লোরোবেনজিন অপোলার $(\mu = 0)$ এবং অর্থো-ডাইক্লোরোবেনজিন পোলার $(\mu \approx 2.6\ \mathrm{D}$; পরীক্ষালব্ধ মান $\approx 2.5\ \mathrm{D})$।

Q8





৪৯. CO_3^{2-}:

C এর সংকরায়ন sp^2; তিনটি sp^2 অরবিটাল তিনটি O এর সাথে σ বন্ধন গঠন করে, আকৃতি সমতলীয় ত্রিকোণাকার ($120°$)।

C এর অসংকরিত $2p_z$ অরবিটাল O এর 2p অরবিটালের সাথে পার্শ্বীয় অধিক্রমণে একটি $p\pi - p\pi$ বন্ধন গঠন করে।

C এর দ্বিতীয় শক্তিস্তরে d অরবিটাল নেই, তাই $d\pi - p\pi$ বন্ধন সম্ভব নয়।

π বন্ধনটি তিনটি O এর উপর বিস্তৃত (ডিলোকালাইজড); তিনটি সমতুল্য রেজোন্যান্স কাঠামো থাকায় প্রতিটি $C - O$ এর বন্ধন ক্রম $= \frac{4}{3}$।

SO_2:

S এর সংকরায়ন sp^2; দুটি σ বন্ধন ও একটি নিঃসঙ্গ জোড়, তাই আকৃতি কৌণিক ($\approx 119°$)।

S এর অসংকরিত 3p অরবিটাল একটি O এর 2p অরবিটালের সাথে $p\pi - p\pi$ বন্ধন গঠন করে।

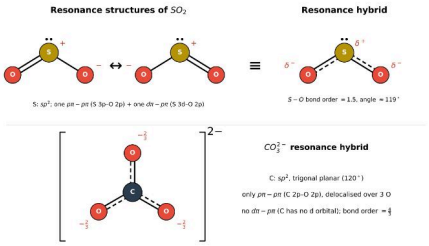
উত্তেজিত অবস্থায় S এর 3d অরবিটালের ইলেকট্রন অপর O এর 2p অরবিটালের সাথে $d\pi - p\pi$ বন্ধন গঠন করে।

অতএব, SO_2 এ একটি $p\pi - p\pi$ ও একটি $d\pi - p\pi$ বন্ধন থাকে।

রেজোন্যান্স কাঠামো: $O = S^+ - O^- \leftrightarrow O^- - S^+ = O$

রেজোন্যান্স হাইব্রিডে দুটি $S - O$ বন্ধন সমান (বন্ধন ক্রম 1.5), ঋণাত্মক চার্জ দুটি O এর উপর সমভাবে বণ্টিত এবং S এর উপর আংশিক ধনাত্মক চার্জ থাকে।

Q9



৫০. প্রান্তীয় কার্বন (C_1 ও C_3): প্রতিটি তিনটি σ বন্ধন (দুটি $C - H$, একটি $C - C$) গঠন করে, তাই সংকরায়ন sp^2।

কেন্দ্রীয় কার্বন (C_2): দুটি σ বন্ধন গঠন করে, তাই সংকরায়ন sp; $C = C = C$ বন্ধন কোণ $180°$।

C_2 এর দুটি অসংকরিত p অরবিটাল (p_y ও p_z) পরস্পর লম্ব।

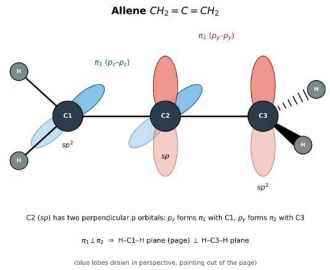
C_2 এর p_y অরবিটাল C_1 এর অসংকরিত p_y এর সাথে একটি π বন্ধন গঠন করে; ফলে C_1 এর p অরবিটাল y অক্ষে থাকে এবং C_1 এর $H - C - H$ তল xz তলে অবস্থান করে।

C_2 এর p_z অরবিটাল C_3 এর অসংকরিত p_z এর সাথে দ্বিতীয় π বন্ধন গঠন করে; ফলে C_3 এর $H - C - H$ তল xy তলে অবস্থান করে।

দুটি π বন্ধন পরস্পর লম্ব হওয়ায় দুই প্রান্তের CH_2 গ্রুপের তলদ্বয়ও পরস্পর লম্ব ($90°$)।

অতএব, অ্যালিনের এক প্রান্তের দুটি H যে তলে থাকে, অপর প্রান্তের দুটি H তার লম্ব তলে থাকে।

Q10



৫১. উভয় জটিলে Co এর জারণ অবস্থা +3; Co^{3+}: $[Ar]3d^6$

$[CoF_6]^{3-}$:

CFT: F^- দুর্বল ক্ষেত্র লিগ্যান্ড, তাই $\Delta_o < P$; উচ্চ স্পিন বিন্যাস $t_{2g}^4 e_g^2$, বিজোড় ইলেকট্রন $n = 4$

VBT: 3d ইলেকট্রন জোড় বাঁধে না; 4s, 4p ও 4d অরবিটাল ব্যবহার করে বহিঃঅরবিটাল sp^3d^2 সংকরায়ন

জ্যামিতি: অষ্টতলকীয়

চৌম্বক ভ্রামক, $\mu = \sqrt{n(n+2)} = \sqrt{4(4+2)} = \sqrt{24} = 4.90\,BM$; প্যারাম্যাগনেটিক

$[Co(NH_3)_6]^{3+}$:

CFT: Co^{3+} এর জন্য NH_3 শক্তিশালী ক্ষেত্র লিগ্যান্ড, তাই $\Delta_o > P$; নিম্ন স্পিন বিন্যাস $t_{2g}^6 e_g^0$, বিজোড় ইলেকট্রন $n = 0$

VBT: 3d ইলেকট্রনগুলো জোড় বেঁধে দুটি 3d অরবিটাল খালি করে; অন্তঃঅরবিটাল d^2sp^3 সংকরায়ন

জ্যামিতি: অষ্টতলকীয়

চৌম্বক ভ্রামক, $\mu = \sqrt{0(0+2)} = 0$; ডায়াম্যাগনেটিক

৫২. $(CH_3)_3N$: N এর সংকরায়ন sp^3; তিনটি বন্ধন জোড় ও একটি নিঃসঙ্গ জোড় থাকায় আকৃতি পিরামিডীয়। C এ কোনো খালি নিম্নশক্তির অরবিটাল নেই, তাই N এর নিঃসঙ্গ জোড় স্থানীয়ভাবে থাকে এবং প্রোটন গ্রহণে সহজলভ্য। এছাড়া CH_3 এর +I প্রভাব N এর ইলেকট্রন ঘনত্ব বাড়ায়। তাই এটি ক্ষারক।

$(SiH_3)_3N$: Si এর খালি 3d অরবিটাল আছে। N এর নিঃসঙ্গ জোড় Si এর খালি 3d অরবিটালে $p\pi - d\pi$ বন্ধনের মাধ্যমে ডিলোকালাইজড হয়।

এতে N এর সংকরায়ন sp^2 হয়ে যায় এবং অণুটি সমতলীয় ত্রিকোণাকার ($Si - N - Si = 120°$) হয়।

নিঃসঙ্গ জোড় দানের জন্য সহজলভ্য না থাকায় $(SiH_3)_3N$ দুর্বল ক্ষারক।

SiF_6^{2-}: Si এর খালি 3d অরবিটাল থাকায় sp^3d^2 সংকরায়নের মাধ্যমে সমযোজ্যতা 6 পর্যন্ত বাড়াতে পারে; এর আকার বড় হওয়ায় চারপাশে ছয়টি F সহজে স্থান পায়। তাই অষ্টতলকীয় SiF_6^{2-} গঠিত হয়।

CF_6^{2-}: C এর যোজ্যতা স্তর ($n = 2$) এ d অরবিটাল নেই, তাই সর্বোচ্চ সমযোজ্যতা 4। তাছাড়া C এর ক্ষুদ্র আকারের চারপাশে ছয়টি F এর স্থান সংকুলান হয় না।

অতএব, CF_6^{2-} গঠিত হয় না।

৫৩. O − O বনাম S − S: O পরমাণু খুব ছোট, তাই O − O বন্ধন দৈর্ঘ্য কম। প্রতিটি O এর দুটি নিঃসঙ্গ জোড় খুব কাছাকাছি থাকায় তীব্র আন্তঃইলেকট্রনীয় বিকর্ষণ সৃষ্টি হয়, যা বন্ধনকে দুর্বল করে।

S বড়, তাই নিঃসঙ্গ জোড়গুলো পরস্পর দূরে থাকে এবং বিকর্ষণ কম।

সুতরাং, S − S বন্ধন শক্তি ($\approx 266\,kJmol^{-1}$) O − O বন্ধন শক্তি ($\approx 142\,kJmol^{-1}$) অপেক্ষা বেশি।

PCl_5 বনাম NCl_5: P এর যোজ্যতা স্তরে ($n = 3$) খালি 3d অরবিটাল আছে, তাই উত্তেজিত অবস্থায় sp^3d সংকরায়নে পাঁচটি বন্ধন গঠন করে অষ্টক সম্প্রসারণ করতে পারে।

N এর যোজ্যতা স্তরে ($n = 2$) d অরবিটাল নেই, তাই সর্বোচ্চ সমযোজ্যতা 4; ক্ষুদ্র আকারে পাঁচটি বড় Cl এর স্থানও হয় না। তাই NCl_5 গঠিত হয় না।

নাইট্রোজেন ট্রাইহ্যালাইড: NCl_3, NBr_3, NI_3 এ N − X বন্ধন দুর্বল (N ও X এর আকারের বড় পার্থক্যে দুর্বল অধিক্রমণ), এদের গঠন তাপ ধনাত্মক (তাপহারী)।

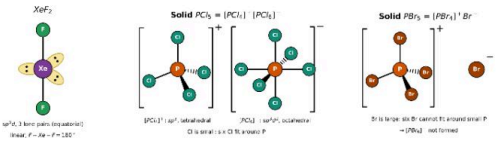
এরা সামান্য আঘাতে বিয়োজিত হয়: $2NX_3 \rightarrow N_2 + 3X_2$; অতি শক্তিশালী $N \equiv N$ বন্ধন ($946\,kJmol^{-1}$) গঠনের কারণে প্রচুর তাপ নির্গত হয়, ফলে বিস্ফোরণ ঘটে।

NF_3 এ N − F বন্ধন শক্তিশালী এবং গঠন তাপ ঋণাত্মক ($\approx -132\,kJmol^{-1}$), তাই এটি স্থিতিশীল ও বিস্ফোরক নয়।

৫৪. ক্ল্যাথ্রেট যৌগ: যে যৌগে কোনো পোষক **(host)** পদার্থের কেলাস জালকের খাঁচাসদৃশ ফাঁকা স্থানে অতিথি **(guest)** পরমাণু বা অণু কোনো রাসায়নিক বন্ধন ছাড়া কেবল দুর্বল ভ্যান্ডার ওয়ালস বল দ্বারা আবদ্ধ থাকে, তাকে ক্ল্যাথ্রেট বা খাঁচা যৌগ বলে।
কুইনলে আবদ্ধকরণ: কুইনল $(\text{p-}C_6H_4(OH)_2)$ এর জলীয় দ্রবণকে উচ্চ চাপে $(10-40\,\text{atm})$ Ar, Kr বা Xe গ্যাসের উপস্থিতিতে কেলাসিত করা হয়।
কুইনল অণুগুলো $-OH$ গ্রুপের মধ্যে হাইড্রোজেন বন্ধনের মাধ্যমে ত্রিমাত্রিক খাঁচাসদৃশ জালক গঠন করে, যার গহ্বরের ব্যাস প্রায় $0.4\,\text{nm}$।
কেলাসনের সময় নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণু এই গহ্বরে আটকে যায় এবং ভ্যান্ডার ওয়ালস বল দ্বারা আবদ্ধ থাকে; সংযুতি প্রায় $[C_6H_4(OH)_2]_3X$।
He ও Ne খুব ছোট হওয়ায় গহ্বর থেকে বেরিয়ে যায়, তাই এরা ক্ল্যাথ্রেট গঠন করে না।
কঠিন XeF_6 এর আয়নিক রূপ: $XeF_6 \rightarrow [XeF_5]^+ + F^-$, অর্থাৎ $[XeF_5]^+F^-$
কঠিন অবস্থায় $[XeF_5]^+$ আয়নগুলো F^- সেতুর মাধ্যমে টেট্রামার ও হেক্সামার গঠন করে।

৫৫. XeF_2:
Xe এর যোজ্যতা ইলেকট্রন = 8; উত্তেজিত অবস্থায় একটি 5p ইলেকট্রন 5d তে যায়, ফলে দুটি বিজোড় ইলেকট্রন দুটি F এর সাথে বন্ধন গঠন করে।
২টি বন্ধন জোড় + ৩টি নিঃসঙ্গ জোড় = ৫টি ডোমেইন; সংকরায়ন sp^3d
ইলেকট্রন জ্যামিতি ত্রিকোণীয় দ্বিপিরামিড; ৩টি নিঃসঙ্গ জোড় বিষুবীয় অবস্থানে, দুটি F অক্ষীয় অবস্থানে
অতএব, আকৃতি সরলরৈখিক, $F-Xe-F = 180°$
কঠিন PCl_5: $2PCl_5 \rightarrow [PCl_4]^+[PCl_6]^-$
$[PCl_4]^+$ চতুস্তলকীয় (sp^3) এবং $[PCl_6]^-$ অষ্টতলকীয় (sp^3d^2)।
কঠিন PBr_5: $PBr_5 \rightarrow [PBr_4]^+Br^-$
কারণ: Br পরমাণু Cl অপেক্ষা অনেক বড়। ক্ষুদ্র P পরমাণুর চারপাশে ছয়টি বড় Br স্থাপন করলে তীব্র স্থানিক বাধা সৃষ্টি হয়, তাই $[PBr_6]^-$ আয়ন স্থিতিশীল নয়।
ফলে PBr_5 কঠিন অবস্থায় $[PBr_4]^+$ ও মুক্ত Br^- আয়ন হিসেবে থাকে, অন্যদিকে Cl ছোট হওয়ায় $[PCl_6]^-$ সহজে গঠিত হয়।

Q15



৫৬. ফর্মাল চার্জ = যোজ্যতা ইলেকট্রন − অবন্ধনী ইলেকট্রন − বন্ধন সংখ্যা
মোট যোজ্যতা ইলেকট্রন = 6 + 4 + 5 + 1 = 16
কাঠামো (ক): S = C = N (S এ দুটি, N এ দুটি নিঃসঙ্গ জোড়)
S: 6 − 4 − 2 = 0; C: 4 − 0 − 4 = 0; N: 5 − 4 − 2 = −1
কাঠামো (খ): S − C ≡ N (S এ তিনটি, N এ একটি নিঃসঙ্গ জোড়)
S: 6 − 6 − 1 = −1; C: 0; N: 5 − 2 − 3 = 0
কাঠামো (গ): S ≡ C − N (S এ একটি, N এ তিনটি নিঃসঙ্গ জোড়)
S: 6 − 2 − 3 = +1; C: 0; N: 5 − 6 − 1 = −2
সবচেয়ে স্থিতিশীল: কাঠামো (ক), $S=C=N^-$। এতে ফর্মাল চার্জ সর্বনিম্ন এবং ঋণাত্মক চার্জটি অধিক তড়িৎ ঋণাত্মক N পরমাণুর উপর থাকে।
কাঠামো (গ) সবচেয়ে কম স্থিতিশীল, কারণ এতে চার্জের বিভাজন সর্বাধিক (+1 ও −2)।

৫৭. কোনো আয়নিক যৌগ দ্রবীভূত হবে কি না তা নির্ভর করে জালক শক্তি ও হাইড্রেশন শক্তির তুলনার উপর; হাইড্রেশন শক্তি জালক শক্তির চেয়ে বেশি হলে দ্রাব্যতা বেশি হয়।

LiF: Li^+ ও F^- উভয়ই অতি ক্ষুদ্র, তাই জালক শক্তি অত্যন্ত বেশি। হাইড্রেশন শক্তি বেশি হলেও তা জালক শক্তিকে অতিক্রম করতে পারে না, তাই LiF স্বল্প দ্রবণীয়।

LiI: ক্ষুদ্র Li^+ ও বৃহৎ I^- এর আকারের পার্থক্য বেশি হওয়ায় জালক শক্তি তুলনামূলক কম, অথচ Li^+ এর হাইড্রেশন শক্তি অনেক বেশি; তাই LiI পানিতে সহজে দ্রবীভূত হয়।

CsI: Cs^+ ও I^- উভয়ই বৃহৎ ও আকারে কাছাকাছি, তাই জালক সুসংহত থাকে এবং বৃহৎ আয়নদ্বয়ের চার্জ ঘনত্ব কম হওয়ায় হাইড্রেশন শক্তিও কম।

CsF: ক্ষুদ্র F^- এর হাইড্রেশন শক্তি অনেক বেশি এবং আকারের পার্থক্যের কারণে জালক শক্তি কম; তাই CsF অপেক্ষা CsI কম দ্রবণীয়।

সুতরাং, ক্যাটায়ন ও অ্যানায়নের আকার কাছাকাছি হলে (উভয়ই ছোট বা উভয়ই বড়) জালক সুসংহত হয় এবং দ্রাব্যতা কম হয়; আকারের পার্থক্য বেশি হলে (LiI, CsF) দ্রাব্যতা বেশি হয়।

সিলভার হ্যালাইডের দ্রাব্যতা: $AgF > AgCl > AgBr > AgI$

Ag^+ এর বিন্যাস $4d^{10}$ (সিউডো নিষ্ক্রিয় গ্যাস), তাই এর পোলারায়ন ক্ষমতা বেশি।

অ্যানায়নের আকার ও পোলারনযোগ্যতা $F^- < Cl^- < Br^- < I^-$ ক্রমে বাড়ে।

ফাজানের নীতি অনুসারে অ্যানায়ন যত বেশি পোলারিত হয়, যৌগে সমযোজী বৈশিষ্ট্য তত বাড়ে, আর সমযোজী যৌগ পোলার দ্রাবক পানিতে কম দ্রবণীয়।

অতএব, AgF (প্রায় আয়নিক) পানিতে দ্রবণীয়, কিন্তু $AgCl$, $AgBr$, AgI ক্রমে কম দ্রবণীয় (K_{sp}: $AgCl \approx 1.8 \times 10^{-10}$, $AgI \approx 8.5 \times 10^{-17}$)।

৫৮. XeO_3:

Xe এর যোজ্যতা ইলেকট্রন = 8; তিনটি $Xe = O$ বন্ধনে 6টি ইলেকট্রন ব্যবহৃত হয়, অবশিষ্ট 2টি ইলেকট্রন একটি নিঃসঙ্গ জোড়।

৩টি σ বন্ধন + ১টি নিঃসঙ্গ জোড় = ৪টি ডোমেইন; সংকরায়ন sp^3

জ্যামিতি: ত্রিকোণীয় পিরামিড; লোন পেয়ার = 1

σ বন্ধন = 3 (Xe এর sp^3 ও O এর $2p$ অরবিটাল)

π বন্ধন = 3; উত্তেজিত অবস্থায় Xe এর $5d$ অরবিটালের বিজোড় ইলেকট্রন O এর $2p$ অরবিটালের সাথে অধিক্রমণ করে, তাই সবগুলো $d\pi - p\pi$ প্রকৃতির।

XeO_4:

চারটি $Xe = O$ বন্ধনে Xe এর সব 8টি ইলেকট্রন ব্যবহৃত হয়, তাই লোন পেয়ার = 0

৪টি σ বন্ধন = ৪টি ডোমেইন; সংকরায়ন sp^3

জ্যামিতি: চতুস্তলকীয় (109.5°)

σ বন্ধন = 4, π বন্ধন = 4; সবগুলো π বন্ধন $d\pi - p\pi$ প্রকৃতির।

উভয় অণুতে Xe এর $5p$ অরবিটাল সংকরায়নে ব্যবহৃত হওয়ায় কোনো $p\pi - p\pi$ বন্ধন নেই।

৫৯. লুইস অম্লতার ক্রম: $BF_3 < BCl_3 < BBr_3 < BI_3$

শুধু তড়িৎ ঋণাত্মকতা বিবেচনা করলে BF_3 সবচেয়ে শক্তিশালী লুইস অম্ল হওয়ার কথা, কিন্তু বাস্তবে ক্রম বিপরীত। এর কারণ ব্যাক-বন্ডিং।

BX_3 এ B এর সংকরায়ন sp^2; এর একটি অসংকরিত খালি $2p_z$ অরবিটাল থাকে। হ্যালোজেনের পূর্ণ p অরবিটাল থেকে ইলেকট্রন জোড় এই খালি অরবিটালে দান হয়ে $p\pi - p\pi$ ব্যাক-বন্ড গঠন করে।

BF_3 এ B এর 2p ও F এর 2p অরবিটালের আকার ও শক্তি প্রায় সমান, তাই অধিক্রমণ সর্বাধিক কার্যকর এবং B এর ইলেকট্রন ঘাটতি অনেকটা পূরণ হয়।

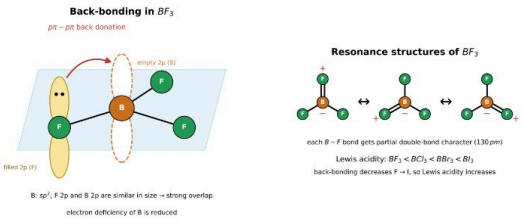
Cl (3p), Br (4p), I (5p) এর অরবিটাল ক্রমে বড় ও বিস্তৃত, তাই B এর 2p এর সাথে অধিক্রমণ ক্রমে দুর্বল হয়; ব্যাক-বন্ডিং কমে এবং B এর ইলেকট্রন ঘাটতি বেশি থাকে।

এছাড়া লুইস ক্ষারকের সাথে যুক্ত হতে সমতলীয় BX_3 কে পিরামিডীয় হতে হয়, যাতে ব্যাক-বন্ড ভাঙে; BF_3 এ এই শক্তি ব্যয় সর্বাধিক।

BF_3 এ ব্যাক-বন্ডিং: একটি F এর পূর্ণ 2p অরবিটাল থেকে ইলেকট্রন জোড় B এর খালি $2p_z$ অরবিটালে যায় ($F \rightarrow B$); তিনটি সমতুল্য রেজোন্যান্স কাঠামো সম্ভব।

ফলে প্রতিটি $B - F$ বন্ধনে আংশিক দ্বিবন্ধন বৈশিষ্ট্য আসে এবং বন্ধন দৈর্ঘ্য (130 pm) প্রত্যাশিত একক বন্ধন দৈর্ঘ্যের চেয়ে কম হয়।

Q19



৬০. স্বতঃ-আয়নন: $2BrF_3 \rightleftharpoons [BrF_2]^+ + [BrF_4]^-$

$[BrF_2]^+$:

Br এর যোজ্যতা ইলেকট্রন = 7, ধনাত্মক চার্জের জন্য −1, মোট = 6

২টি বন্ধন জোড় + ২টি নিঃসঙ্গ জোড় = ৪টি ডোমেইন; সংকরায়ন sp^3

লোন পেয়ার = 2; আকৃতি কৌণিক (V আকৃতি)

$[BrF_4]^-$:

Br এর যোজ্যতা ইলেকট্রন = 7, ঋণাত্মক চার্জের জন্য +1, মোট = 8

৪টি বন্ধন জোড় + ২টি নিঃসঙ্গ জোড় = ৬টি ডোমেইন; সংকরায়ন sp^3d^2

লোন পেয়ার = 2 (পরস্পর বিপরীত অক্ষীয় অবস্থানে); আকৃতি বর্গাকার সমতলীয়

CO_2 বনাম SiO_2:

C ছোট, তাই এর 2p অরবিটাল O এর 2p এর সাথে কার্যকর $p\pi - p\pi$ অধিক্রমণে শক্তিশালী দ্বিবন্ধন গঠন করে। ফলে O = C = O পৃথক রৈখিক অণু তৈরি হয়, যাদের মধ্যে কেবল দুর্বল ভ্যান্ডার ওয়ালস বল থাকে। তাই CO_2 গ্যাস।

Si বড়, তাই এর 3p ও O এর 2p অরবিটালের মধ্যে $p\pi - p\pi$ অধিক্রমণ দুর্বল; Si = O দ্বিবন্ধন স্থিতিশীল নয়।

এর পরিবর্তে প্রতিটি Si চারটি O এর সাথে চারটি একক Si − O বন্ধন গঠন করে (sp^3, চতুস্তলকীয় SiO_4 একক); প্রতিটি O দুটি Si এর মধ্যে সেতু হিসেবে থাকে।

এভাবে ত্রিমাত্রিক বৃহৎ সমযোজী জালক গঠিত হয়, যা ভাঙতে বিপুল শক্তি লাগে। তাই SiO_2 উচ্চ গলনাঙ্কবিশিষ্ট (≈ 1710°C) কঠিন পদার্থ।

Q20

