Mathematics

২০০ নম্বর

P-1 | Q-1

১. একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (1, 2) এবং উপকেন্দ্র (3, 4)। পরাবৃত্তটির সমীকরণ এবং এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (A parabola has vertex (1, 2) and focus (3, 4). Find the equation of the parabola and the length of its latus rectum.)

P-1 | Q-2

২. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্ত এবং $2x - y + 9 = 0$ সরলরেখার মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করো। (Find the minimum distance between the parabola $y^2 = 8x$ and the straight line $2x - y + 9 = 0$.)

P-2 | Q-3

৩. $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে যার একটি শীর্ষ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। **(An equilateral triangle is inscribed in the parabola $y^2 = 4ax$ such that one of its vertices lies at the vertex of the parabola. Find the length of a side of the triangle.)**

P-2 | Q-4

৪. $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের দুটি স্পর্শকের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ θ হলে, স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দুর সঞ্চারপথ নির্ণয় করো। **(If the acute angle between two tangents to the parabola $y^2 = 8x$ is θ, find the locus of the point of intersection of the tangents.)**

P-3 | Q-5

৫. $y^2 = 8x$ এবং $x^2 = -8y$ পরাবৃত্তদ্বয়ের সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equation of the common tangent to the parabolas $y^2 = 8x$ and $x^2 = -8y$.)

P-3 | Q-6

৬. একটি পরাবৃত্তের অক্ষ y-অক্ষের সমান্তরাল এবং এটি $(0, 1)$, $(1, 0)$ এবং $(2, 2)$ বিন্দুগামী। পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় করো। (The axis of a parabola is parallel to the y-axis, and it passes through the points $(0, 1)$, $(1, 0)$ and $(2, 2)$. Find the equation of the parabola.)

P-4 | Q-7

৭. একটি হাইওয়ের উপর নির্মিত একটি ওভারপাস (সেতু) অর্ধ-উপবৃত্তাকার। ওভারপাসটির ভূমি বরাবর মোট প্রস্থ 12 মিটার এবং এর কেন্দ্রে সর্বোচ্চ উচ্চতা 4 মিটার। একটি মালবাহী ট্রাক যার প্রস্থ 4 মিটার, ওভারপাসটির একদম মাঝখান দিয়ে যেতে চাইলে ট্রাকটির সর্বোচ্চ অনুমোদিত উচ্চতা কত হতে পারে, যাতে এটি ওভারপাসের ছাদ স্পর্শ না করে? **(An overpass built on a highway is semi-elliptical in shape. The total width of the overpass along the ground is 12 meters, and its maximum height at the center is 4 meters. If a cargo truck of width 4 meters wants to pass exactly through the middle of the overpass, what is the maximum allowable height of the truck so that it does not touch the roof of the overpass?)**

P-4 | Q-8

৮. একটি উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় বরাবর অবস্থিত, যা $(2, -2)$ এবং $(1, 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। উপবৃত্তটির সমীকরণ ও উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় করো। **(The axes of an ellipse lie along the coordinate axes, and the ellipse passes through the points $(2, -2)$ and $(1, 4)$. Find the equation of the ellipse and its eccentricity.)**

P-5 | Q-9

৯. $x^2 + 2y^2 = 8$ উপবৃত্তের ওপর এমন স্পর্শকগুলোর সমীকরণ নির্ণয় করো যা $x - 2y + 4 = 0$ রেখার সমান্তরাল। স্পর্শবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্কও নির্ণয় করো। (Find the equations of the tangents to the ellipse $x^2 + 2y^2 = 8$ that are parallel to the line $x - 2y + 4 = 0$. Also find the coordinates of the points of tangency.)

P-5 | Q-10

১০. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তে অন্তর্লিখিত এমন আয়তক্ষেত্রের, যার বাহুগুলো স্থানাঙ্ক অক্ষদ্বয়ের সমান্তরাল, সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফল ও শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (Find the maximum area and the coordinates of the vertices of a rectangle, with sides parallel to the coordinate axes, inscribed in the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.)

P-6 | Q-11

১১. একটি উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় $(\pm 4, 0)$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$। উপবৃত্তটির সমীকরণ এবং নিয়ামক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় করো। (The foci of an ellipse are $(\pm 4, 0)$ and its eccentricity is $\frac{1}{3}$. Find the equation of the ellipse and the equations of its directrices.)

P-6 | Q-12

১২. $(2, 3)$ বিন্দু হতে $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের স্পর্শজ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equation of the chord of contact of the tangents drawn from the point $(2, 3)$ to the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.)

P-7 | Q-13

১৩. $9x^2 + 16y^2 - 36x + 96y + 36 = 0$ উপবৃত্তের কেন্দ্র, উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (Find the center, eccentricity, and coordinates of the foci of the ellipse $9x^2 + 16y^2 - 36x + 96y + 36 = 0$.)

P-7 | Q-14

১৪. (h, k) নির্দিষ্ট বিন্দুগামী সরলরেখাসমূহ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তকে ছেদ করলে, ঐ জ্যা-গুলোর মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। (If straight lines passing through the fixed point (h, k) intersect the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, find the equation of the locus of the midpoints of those chords.)

P-8 | Q-15

১৫. একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় $(\pm 5, 0)$ এবং শীর্ষবিন্দুদ্বয় $(\pm 4, 0)$। অধিবৃত্তটির সমীকরণ, উৎকেন্দ্রিকতা, নিয়ামক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (The foci of a hyperbola are $(\pm 5, 0)$ and its vertices are $(\pm 4, 0)$. Find the equation of the hyperbola, its eccentricity, the equations of its directrices, and the length of its latus rectum.)

P-8 | Q-16

১৬. $-16x^2 + 9y^2 + 64x + 36y - 172 = 0$ অধিবৃত্তের কেন্দ্র, শীর্ষবিন্দুদ্বয়, উপকেন্দ্রদ্বয় ও অসমতট রেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় করো। অধিবৃত্তটির অনুবন্ধী অধিবৃত্তের সমীকরণও বের করো। (Find the center, vertices, foci, and equations of the asymptotes of the hyperbola $-16x^2 + 9y^2 + 64x + 36y - 172 = 0$. Also find the equation of its conjugate hyperbola.)

P-9 | Q-17

১৭. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ **অধিবৃত্তের এমন স্পর্শকগুলোর সমীকরণ নির্ণয় করো যা** $4x - 3y + 7 = 0$ **রেখার সমান্তরাল। স্পর্শবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্কও নির্ণয় করো। (Find the equations of the tangents to the hyperbola** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ **that are parallel to the line** $4x - 3y + 7 = 0$**. Also find the coordinates of the points of tangency.)**

P-9 | Q-18

১৮. $(0, 4)$ **বিন্দু হতে** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ **অধিবৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ, স্পর্শবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক এবং স্পর্শজ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equations of the tangents drawn from the point** $(0, 4)$ **to the hyperbola** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$**, the coordinates of the points of tangency, and the equation of the chord of contact.)**

P-10 | Q-19

১৯. $xy = 12$ সমকোণী অধিবৃত্তের $P(6, 2)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করো। অভিলম্বটি অধিবৃত্তটিকে অপর যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্কও বের করো। (Find the equations of the tangent and the normal drawn at the point $P(6, 2)$ to the rectangular hyperbola $xy = 12$. Also find the coordinates of the other point at which the normal intersects the hyperbola.)

P-10 | Q-20

২০. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ অধিবৃত্তের $P(a \sec\theta, b \tan\theta)$ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি অধিবৃত্তটির অসমতট রেখাদ্বয়কে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করো যে, P বিন্দুটি AB রেখাংশের মধ্যবিন্দু। (The tangent drawn at the point $P(a \sec\theta, b \tan\theta)$ to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ intersects the asymptotes of the hyperbola at points A and B respectively. Prove that P is the midpoint of the line segment AB.)

P-11 | Q-21

২১. একটি কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ $r = 0.4$ mm, কিন্তু নলটি স্বাভাবিক কৈশিক উত্থানের জন্য প্রয়োজনীয় দৈর্ঘ্যের চেয়ে খাটো — নলের যে অংশ তরল উপরিভাগের উপরে আছে তার দৈর্ঘ্য মাত্র $l = 2$ cm। পানির পৃষ্ঠটান $T = 7.2 \times 10^{-2}$ Nm^{-1} এবং স্পর্শকোণ $0°$ ধরে (ক) স্বাভাবিক পরিস্থিতিতে (পর্যাপ্ত দীর্ঘ নল হলে) পানি কত উচ্চতায় উঠত তা নির্ণয় কর, এবং (খ) যেহেতু নলটি খাটো, পানি নলের উপরের প্রান্ত পর্যন্তই উঠবে এবং উপচে পড়বে না — এক্ষেত্রে মেনিসকাসের নতুন (কার্যকর) বক্রতার ব্যাসার্ধ ও আপাত স্পর্শকোণ নির্ণয় কর। (A capillary tube has radius $r = 0.4$ mm, but it is shorter than the length needed for normal capillary rise — the part of the tube above the liquid surface is only $l = 2$ cm long. Taking the surface tension of water as $T = 7.2 \times 10^{-2}$ Nm^{-1} and the angle of contact as $0°$, (a) find the height to which water would rise under normal conditions (with a sufficiently long tube), and (b) since the tube is short, the water rises only to the top of the tube and does not overflow — find the new (effective) radius of curvature of the meniscus and the apparent angle of contact in this case.)

P-11 | Q-22

২২. একটি সঠিক দোলক ঘড়ির দোলকের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করা হলে, ঘড়িটি একদিনে কত সময় কম বা বেশি দেখাবে? (If the length of a correctly-running pendulum clock's pendulum is increased by 5%, how much time will the clock gain or lose in one day?)

P-12 | Q-23

২৩. $k_1 = 40\ Nm^{-1}$ ও $k_2 = 60\ Nm^{-1}$ ধ্রুবকবিশিষ্ট দুটি স্প্রিং পরস্পর সিরিজে যুক্ত করে একটি দৃঢ় ছাদ থেকে ঝুলিয়ে দেওয়া হলো এবং সিরিজ সমবায়টির নিচের প্রান্তে $m = 10\ kg$ ভরের একটি ব্লক আটকানো হলো। এই সিরিজ সমবায়ের সমান্তরালে (ছাদ ও ব্লকের মধ্যে সরাসরি) $k_3 = 120\ Nm^{-1}$ ধ্রুবকবিশিষ্ট আরেকটি স্প্রিং যুক্ত করা হলো। ব্লকটিকে সাম্যাবস্থান থেকে সামান্য নিচে টেনে ছেড়ে দিলে সিস্টেমটির দোলনকাল নির্ণয় কর। (Two springs of constants $k_1 = 40\ Nm^{-1}$ and $k_2 = 60\ Nm^{-1}$ are connected in series and hung from a rigid ceiling, with a block of mass $m = 10\ kg$ attached at the bottom of the series combination. A third spring of constant $k_3 = 120\ Nm^{-1}$ is connected in parallel with this series combination (directly between the ceiling and the block). If the block is pulled slightly downward from equilibrium and released, find the period of oscillation of the system.)

P-12 | Q-24

২৪. একটি ইস্পাত রড (দৈর্ঘ্য 0.5 m, প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল $2 \times 10^{-4}\ m^2$, $\alpha_1 = 1.2 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, $Y_1 = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$) এবং একটি পিতলের রড (দৈর্ঘ্য 0.3 m, প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল $3 \times 10^{-4}\ m^2$, $\alpha_2 = 1.8 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, $Y_2 = 1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$) প্রান্তে প্রান্তে জোড়া লাগিয়ে দুই প্রান্ত দুটি দৃঢ় (অনড়) দেওয়ালের মধ্যে শক্তভাবে আটকানো হলো। সমগ্র রডের তাপমাত্রা 50°C বৃদ্ধি করা হলে, প্রতিটি অংশে উৎপন্ন পীড়ন নির্ণয় কর। (A steel rod (length 0.5 m, cross-sectional area $2 \times 10^{-4}\ m^2$, $\alpha_1 = 1.2 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, $Y_1 = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$) is joined end to end with a brass rod (length 0.3 m, cross-sectional area $3 \times 10^{-4}\ m^2$, $\alpha_2 = 1.8 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, $Y_2 = 1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$), and both ends of the composite rod are rigidly clamped between two fixed walls. If the temperature of the whole rod is raised by 50°C, find the stress developed in each segment.)

P-13 | Q-25

২৫. অনুভূমিক ঘর্ষণবিহীন টেবিলের উপর $m = 2\,kg$ ভরের একটি ব্লক আছে। ব্লকটি $k_1 = 200\,Nm^{-1}$ ও $k_2 = 300\,Nm^{-1}$ ধ্রুবকের দুটি হালকা স্প্রিং দ্বারা দুটি দৃঢ় দেয়ালের সাথে যুক্ত, স্প্রিং দুটি ব্লকের গতিপথ (অনুভূমিক দিক) এর সাথে $\theta = 30°$ কোণে অবস্থিত। ব্লকটিকে অনুভূমিক দিক বরাবর সামান্য সরিয়ে ছেড়ে দিলে কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। (ক্ষুদ্র সরণের জন্য গতিপথ বরাবর বলের উপাংশ বিবেচনা কর) **(A block of mass $m = 2\,kg$ lies on a smooth horizontal table, connected to two rigid walls by light springs of constants $k_1 = 200\,Nm^{-1}$ and $k_2 = 300\,Nm^{-1}$, each making an angle $\theta = 30°$ with the block's direction of motion (horizontal). If the block is displaced slightly along the horizontal direction and released, find its angular frequency of oscillation. (For small displacement, consider only the component of restoring force along the direction of motion.))**

P-13 | Q-26

২৬. একটি ইস্পাত গোলক (ব্যাসার্ধ 2 mm, ঘনত্ব $7800\,kgm^{-3}$) একটি পাত্রে স্থাপিত দুটি অমিশ্রণীয় তরল স্তরের মধ্য দিয়ে পড়ছে: উপরের স্তরটি গ্লিসারিন (গভীরতা 0.3 m, ঘনত্ব $1260\,kgm^{-3}$, সান্দ্রতা 1.5 Pas) এবং নিচের স্তরটি তেল (গভীরতা 0.5 m, ঘনত্ব $900\,kgm^{-3}$, সান্দ্রতা 0.2 Pas)। ধরে নাও যে গোলকটি প্রতিটি স্তরে প্রবেশ করার সাথে সাথেই সেই স্তরের জন্য প্রযোজ্য প্রান্তিক বেগ অর্জন করে। গোলকটির উপরের তরল স্তরের উপরিতল থেকে নিচের তরল স্তরের তলদেশে পৌঁছাতে মোট কত সময় লাগবে? **(A steel sphere (radius 2 mm, density $7800\,kgm^{-3}$) falls through two immiscible liquid layers in a container: the upper layer is glycerin (depth 0.3 m, density $1260\,kgm^{-3}$, viscosity 1.5 Pas), and the lower layer is oil (depth 0.5 m, density $900\,kgm^{-3}$, viscosity 0.2 Pas). Assume the sphere instantly attains the terminal velocity appropriate to each layer as soon as it enters it. Find the total time for the sphere to travel from the top surface of the upper liquid to the bottom of the lower liquid.)**

P-14 | Q-27

২৭. পানির পৃষ্ঠটান নির্ণয়ের একটি নির্ভুল পদ্ধতিতে, 0.5 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলে পানি 3 cm উচ্চতায় ওঠে। সাধারণ সরলীকৃত সূত্র ব্যবহারের পরিবর্তে, অধিক নির্ভুল সংশোধিত সূত্র ব্যবহার কর যা মেনিসকাসের (অর্ধগোলকাকার ধরে) নিচের অংশের অতিরিক্ত পানির ওজন বিবেচনা করে। উভয় সূত্র ব্যবহার করে পৃষ্ঠটানের মান নির্ণয় কর এবং শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর। **(In a precise method for determining the surface tension of water, water rises to 3 cm in a capillary tube of radius 0.5 mm. Instead of the simplified formula, use the more accurate corrected formula that accounts for the extra weight of water below the (assumed hemispherical) meniscus. Calculate the surface tension using both formulas, and find the percentage error.)**

P-14 | Q-28

২৮. একটি সেকেন্ড দোলক পাহাড়ের চূড়ায় নিলে 5 ঘণ্টায় 15 s সময়ের পার্থক্য দেখায় (ধীরে চলে)। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400\ km$ হলে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। **(A seconds pendulum, when taken to the top of a mountain, shows a time difference of 15 s over 5 hours (runs slow). If the radius of the Earth is $R = 6400\ km$, find the height of the mountain.)**

P-15 | Q-29

২৯. SHM সম্পন্ন একটি কণার সরণ $x = 7\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$। কখন এর বেগ ও ত্বরণের সাংখ্যমান পরস্পর সমান হবে? (The displacement of a particle in SHM is $x = 7\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$. At what time(s) will the magnitudes of its velocity and acceleration be equal?)

P-15 | Q-30

৩০. 3 cm বাহুবিশিষ্ট একটি Al ব্লকের সর্বনিম্ন তল দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ রেখে ঊর্ধ্বতলে স্পর্শকীয়ভাবে 4×10^{10} dyne বল প্রয়োগ করা হলে ঊর্ধ্বতলের সরণ সর্বনিম্ন তলের তুলনায় 0.005 cm হয়। Al-এর দৃঢ়তা গুণাংক (কাঠিন্যের গুণাংক) কত? (A cube of Al with side 3 cm has its bottom face fixed rigidly. A tangential force of 4×10^{10} dyne is applied on the top face, producing a displacement of the top face relative to the bottom face of 0.005 cm. Find the rigidity (shear) modulus of Al.)

P-16 | Q-31

৩১. একই তরল (সান্দ্রতা 1×10^{-3} Pas) একই দৈর্ঘ্যের (L = 0.2 m) দুটি কৈশিক নলের মধ্য দিয়ে সমান্তরালে (একই দুই বিন্দুর মধ্যে সংযুক্ত) প্রবাহিত হচ্ছে। প্রথম নলের ব্যাসার্ধ 1 mm এবং দ্বিতীয় নলের ব্যাসার্ধ 1.5 mm। একটি একক (কাল্পনিক) সমতুল্য নল, যার দৈর্ঘ্যও L = 0.2 m, একই মোট প্রবাহের হার প্রদান করবে একই চাপ পার্থক্যে — এই সমতুল্য নলের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (The same liquid (viscosity 1×10^{-3} Pas) flows in parallel through two capillary tubes of equal length (L = 0.2 m), connected between the same two points. The first tube has radius 1 mm and the second has radius 1.5 mm. Find the radius of a single (hypothetical) equivalent tube of the same length L = 0.2 m that would give the same total flow rate at the same pressure difference.)

P-16 | Q-32

৩২. সমুদ্রপৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল ঠিক T = 2 s। দোলকটি একটি পর্বতের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে দোলনকাল পরিমাপ করলে পাওয়া যায় $T' = 2.0016$ s। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6400 km হলে পর্বতের উচ্চতা নির্ণয় কর। (At sea level, a seconds pendulum has period exactly T = 2 s. Taken to the top of a mountain, its measured period becomes $T' = 2.0016$ s. If Earth's radius is R = 6400 km, find the height of the mountain.)

P-17 | Q-33

৩৩. 0.5 kg ভরের একটি কণা 0.2 m বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পাদন করছে। কণাটি সাম্যাবস্থান থেকে 0.12 m দূরত্বে থাকা অবস্থায় তার গতিশক্তি 0.1024 J। প্রাথমিক দশা 60° ($\frac{\pi}{3}$) হলে কণার বেগ ও ত্বরণের সমীকরণ নির্ণয় কর। (A particle of mass 0.5 kg executes SHM with amplitude 0.2 m. When it is at a distance of 0.12 m from equilibrium, its kinetic energy is 0.1024 J. If the initial phase is 60° ($\frac{\pi}{3}$), find the equations of velocity and acceleration.)

P-17 | Q-34

৩৪. দুটি সাবানের বুদ্বুদ, ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $r_1 = 1 \times 10^{-5}$ m এবং $r_2 = 2 \times 10^{-5}$ m, একটি সরু নলের মাধ্যমে সংযুক্ত হয়ে (বাতাসের সাথে বিনিময় ছাড়া, তাপমাত্রা অপরিবর্তিত রেখে) মিশ্রিত হয়ে একটি বুদ্বুদ তৈরি করে। বায়ুমণ্ডলীয় চাপ $P_0 = 1 \times 10^5$ Pa এবং সাবান দ্রবণের পৃষ্ঠটান $T = 7 \times 10^{-2}$ Nm^{-1}। (ক) দেখাও যে, এত ক্ষুদ্র বুদ্বুদের জন্য বায়ুমণ্ডলীয় চাপ উপেক্ষা করে শুধু আয়তন সংরক্ষণ ব্যবহার করলে উল্লেখযোগ্য ত্রুটি হতে পারে। (খ) বয়েলের সূত্র (আইসোথার্মাল, মোট গ্যাসের পরিমাণ সংরক্ষিত) ব্যবহার করে চূড়ান্ত বুদ্বুদের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (Two soap bubbles of radii $r_1 = 1 \times 10^{-5}$ m and $r_2 = 2 \times 10^{-5}$ m are connected through a narrow tube (no air escapes, temperature constant) and merge into one bubble. Atmospheric pressure is $P_0 = 1 \times 10^5$ Pa and the soap solution's surface tension is $T = 7 \times 10^{-2}$ Nm^{-1}. (a) Show that for such tiny bubbles, ignoring atmospheric pressure and using only volume conservation can introduce a noticeable error. (b) Using Boyle's law (isothermal, total gas amount conserved), find the radius of the final bubble.)

P-18 | Q-35

৩৫. সমান বিস্তার ও কম্পাঙ্কে দুটি কণা সরল দোল গতি সম্পন্ন করছে। তারা যখন বিপরীত দিকে যাওয়ার সময় একে অপরকে অতিক্রম করে, তখন তাদের সরণ বিস্তারের এক-তৃতীয়াংশ ($\frac{A}{3}$) হয়। কণা দুটির দশা পার্থক্য নির্ণয় কর। **(Two particles execute SHM with the same amplitude and frequency. While moving in opposite directions, they cross each other when their displacement is one-third of the amplitude ($\frac{A}{3}$). Find the phase difference between the two particles.)**

P-18 | Q-36

৩৬. একটি গ্রহের কেন্দ্র দিয়ে এর ব্যাসের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি টানেল খনন করা হলো। গ্রহের ঘনত্ব $\rho = 6800\ \text{kgm}^{-3}$ (সমসত্ব ধরা হলো)। টানেল বরাবর একটি পাথর ছেড়ে দিলে তার দোলনকাল কত হবে? ($G = 6.674 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$) **(A tunnel is dug straight through the centre of a planet, from one end of a diameter to the other. The planet's (uniform) density is $\rho = 6800\ \text{kgm}^{-3}$. If a stone is dropped into the tunnel, find its period of oscillation. ($G = 6.674 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$))**

P-19 | Q-37

৩৭. 10 m লম্বা একটি একরূপ তার তার নিজের ওজনের কারণে খাড়াভাবে ঝুলছে (উপরের প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকানো)। তারের উপাদানের ঘনত্ব 7800 kgm^{-3} এবং ইয়ং গুণাংক 2×10^{11} Nm^{-2}। তারের নিজের ওজনের কারণে সৃষ্ট মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর। (প্রস্থচ্ছেদ সুষম ধরে নাও এবং দেখাও যে ফলাফল প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।) (A uniform wire of length 10 m hangs vertically under its own weight (top end rigidly fixed). The material has density 7800 kgm^{-3} and Young's modulus 2×10^{11} Nm^{-2}. Find the total elongation caused by the wire's own weight. (Assume uniform cross-section throughout, and show that the result is independent of the cross-sectional area.))

P-19 | Q-38

৩৮. একটি ধাতব রড ক্রমশ সরু হয়ে যাচ্ছে (শঙ্কু আকৃতির) — একপ্রান্তে ব্যাসার্ধ $r_1 = 2$ mm এবং অপর প্রান্তে ব্যাসার্ধ $r_2 = 4$ mm, রডের মোট দৈর্ঘ্য L = 2 m, এবং ব্যাসার্ধ রডের দৈর্ঘ্য বরাবর সুষমভাবে (রৈখিকভাবে) পরিবর্তিত হয়। রডের প্রান্তে অক্ষ বরাবর 1000 N বল প্রয়োগ করা হলে, রডের মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর। ($Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}) (A metal rod tapers uniformly (conically) — its radius is $r_1 = 2$ mm at one end and $r_2 = 4$ mm at the other, over a total length L = 2 m, with the radius varying linearly along the length. If an axial force of 1000 N is applied at the ends, find the total elongation of the rod. ($Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}))

P-20 | Q-39

৩৯. একটি সেকেন্ড দোলক (বায়ুতে দোলনকাল $T = 2\,s$, $g = 9.8\,ms^{-2}$) এর ববের উপাদানের ঘনত্ব $8000\,kgm^{-3}$। এখন ববটিকে তার আয়তনের 40% অংশ ঘনত্ব $1200\,kgm^{-3}$ এর একটি তরলে নিমজ্জিত রেখে দোলানো হলো (বাকি অংশ বাতাসে)। নতুন দোলনকাল নির্ণয় কর।
(A seconds pendulum (period $T = 2\,s$ in air, $g = 9.8\,ms^{-2}$) has a bob of material density $8000\,kgm^{-3}$. The bob is now made to oscillate with 40% of its volume submerged in a liquid of density $1200\,kgm^{-3}$ (the rest remains in air). Find the new period.)

P-20 | Q-40

৪০. একটি দৃঢ় ও ওজনহীন অনুভূমিক দণ্ড দুটি উলম্ব তার দ্বারা ঝুলানো আছে, যাদের মধ্যে অনুভূমিক দূরত্ব $d = 1\,m$। প্রথম তারটি ইস্পাতের ($A_1 = 1 \times 10^{-6}\,m^2$, $Y_1 = 2 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$) এবং দ্বিতীয়টি তামার ($A_2 = 2 \times 10^{-6}\,m^2$, $Y_2 = 1.1 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$), উভয়ের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য সমান। দণ্ডের উপর একটি ভার W প্রথম তার থেকে ঠিক কত দূরত্বে (x) স্থাপন করলে দণ্ডটি ভার প্রয়োগের পরও অনুভূমিক (সমতল) থাকবে?
(A rigid, weightless horizontal bar is suspended by two vertical wires separated by a horizontal distance $d = 1\,m$. The first wire is steel ($A_1 = 1 \times 10^{-6}\,m^2$, $Y_1 = 2 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$) and the second is copper ($A_2 = 2 \times 10^{-6}\,m^2$, $Y_2 = 1.1 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$), both of equal initial length. At what distance x from the first (steel) wire should a load W be placed on the bar so that the bar remains horizontal after loading?)

P-21 | Q-41

৪১. নিচের টেবিলে ৪টি অজানা মৌল A, B, C, D-এর ধারাবাহিক আয়নীকরণ শক্তির মান (kJ/mol) দেওয়া হলো:
A: $E_1 = 496, E_2 = 4562, E_3 = 6912, E_4 = 9543$
B: $E_1 = 738, E_2 = 1451, E_3 = 7733, E_4 = 10540$
C: $E_1 = 578, E_2 = 1817, E_3 = 2745, E_4 = 11577$
D: $E_1 = 1012, E_2 = 1903, E_3 = 2910, E_4 = 4956$
প্রতিটি মৌলের গ্রুপ ও সর্বাধিক সম্ভাব্য জারণ সংখ্যা নির্ণয় করো এবং যুক্তি দাও। (The following data table shows successive ionization energies (kJ/mol) of four unknown elements A, B, C, D. Determine the group and most probable oxidation state of each element with justification.)

P-21 | Q-42

৪২. একটি মৌল X-এর কোয়ান্টাম সংখ্যা $n = 3, l = 1$ শেষ ইলেকট্রনে এবং এর ধারাবাহিক IE ডেটায় $E_5 \rightarrow E_6$-তে বিশাল লাফ পাওয়া যায়। X-এর ইলেকট্রন বিন্যাস, পারমাণবিক সংখ্যা এবং সর্বোচ্চ জারণ সংখ্যা নির্ণয় করো। (An element X has its last electron with quantum numbers n=3, l=1, and its successive IE data shows a huge jump at E5→E6. Determine X's electron configuration, atomic number, and maximum oxidation state.)

P-22 | Q-43

৪৩. Al-এর প্রথম চারটি ধারাবাহিক আয়নীকরণ শক্তি 578, 1817, 2745, 11577 kJ/mol। একটি 500 g Al ধাতুর নমুনার সব পরমাণুকে Al^{3+} আয়নে রূপান্তরিত করতে মোট কত শক্তি প্রয়োজন হবে? (Al-এর আণবিক ভর = 27) (The first four successive ionization energies of Al are 578, 1817, 2745, 11577 kJ/mol. How much total energy is required to convert all atoms in a 500 g sample of Al metal into Al3+ ions? (Molar mass of Al = 27))

P-22 | Q-44

৪৪. ২য় পর্যায়ের (Li → Ne) মৌলগুলোর প্রথম আয়নীকরণ শক্তি (E_1) বনাম পারমাণবিক সংখ্যা (atomic number) plot-এ Be → B এবং N → O-তে দুটি স্থানীয় dip পরিলক্ষিত হয়। এই দুই dip-এর গাঠনিক কারণ পৃথকভাবে ব্যাখ্যা করো এবং একটি প্রকৃত সংখ্যাসূচক তুলনা দাও (আনুমানিক kJ/mol মান সহ)। (In the first ionization energy (E_1) versus atomic number plot for period 2 elements (Li → Ne), two local dips are observed at Be → B and N → O. Explain the structural cause of each dip separately and give a real numerical comparison (approximate kJ/mol values).)

P-23 | Q-45

৪৫. একটি মৌলের প্রথম তিনটি আয়নীকরণ শক্তি I_1, I_2, I_3 যথাক্রমে $x, 2.5x, 12x$ (x একটি ধ্রুবক)। মৌলটির সম্ভাব্য গ্রুপ নির্ণয় করো এবং যদি $I_1 = 590\ kJ/mol$ হয়, তবে x-এর মান ব্যবহার করে I_2 ও I_3-এর প্রকৃত মান বের করো। **(The first three ionization energies of an element I1, I2, I3 are x, 2.5x, 12x respectively (x is a constant). Determine the possible group of the element, and if I1=590 kJ/mol, find the actual values of I2 and I3.)**

P-23 | Q-46

৪৬. Mg ও Al-এর দ্বিতীয় আয়নীকরণ শক্তি যথাক্রমে 1451 ও $1817\ kJ/mol$। এই ব্যতিক্রমী ক্রম ($E_2(Al) > E_2(Mg)$) ব্যাখ্যা করো এবং Mg^+ ও Al^+-এর ইলেকট্রন বিন্যাস লিখে দেখাও। **(The second ionization energies of Mg and Al are 1451 and $1817\ kJ/mol$, respectively. Explain this anomalous order ($E_2(Al) > E_2(Mg)$) and show it by writing the electron configurations of Mg^+ and Al^+.)**

P-24 | Q-47

৪৭. O, S-এর প্রথম ও দ্বিতীয় ইলেকট্রন আসক্তির মান যথাক্রমে (kJ/mol): O : $E_{a1} = -141, E_{a2} = +780$; S : $E_{a1} = -200, E_{a2} = +590$। উভয় মৌলের ক্ষেত্রে E_{a1} ও E_{a2}-এর প্রকৃতির পার্থক্যের কারণ পৃথকভাবে ব্যাখ্যা করো। (The first and second electron affinities of O and S are respectively (kJ/mol): O: Ea1=-141, Ea2=+780; S: Ea1=-200, Ea2=+590. Explain separately the reason behind the different nature of Ea1 and Ea2 for both elements.)

P-24 | Q-48

৪৮. N ও P-এর ইলেকট্রন আসক্তি যথাক্রমে প্রায় 0 এবং -72 kJ/mol। উভয়ই অর্ধপূর্ণ p^3 বিন্যাসের কারণে ব্যতিক্রমী কম আসক্তি প্রদর্শন করা সত্ত্বেও P-এর মান N-এর চেয়ে বেশি ঋণাত্মক কেন? (The electron affinities of N and P are about 0 and -72 kJ/mol respectively. Both show anomalously low affinity due to half-filled p3 configuration — why is P's value more negative than N's?)

P-25 | Q-49

৪৯. F e-এর সম্ভাব্য জারণ সংখ্যা +2 ও +3। প্রতিটির ইলেকট্রন বিন্যাস লিখে ব্যাখ্যা করো কেন Fe^{3+} (d^5) Fe^{2+} (d^6) অপেক্ষা অধিক স্থিতিশীল একটি বিশেষ পরিস্থিতিতে। (Fe has possible oxidation states +2 and +3. Write the electron configuration of each and explain why Fe3+ (d5) is more stable than Fe2+ (d6) under a particular circumstance.)

P-25 | Q-50

৫০. Cl, Br, I-এর ইলেকট্রন আসক্তি যথাক্রমে −349, −325, −295 kJ/mol (মসৃণ হ্রাসমান)। কিন্তু F -এর মান (−328) এই ক্রমে বসালে অসামঞ্জস্যপূর্ণ হয়ে যায়। F -কে বাদ দিয়ে Cl, Br, I-এর মসৃণ প্রবণতার পেছনের একক কারণ (স্লেটারের স্ক্রিনিং ব্যবহার করে) ব্যাখ্যা করো। (The electron affinities of Cl, Br, I are -349, -325, -295 kJ/mol respectively (smooth decrease). But F's value (-328) becomes inconsistent when placed in this order. Excluding F, explain the single cause (using Slater's screening) behind the smooth trend of Cl, Br, I.)

P-26 | Q-51

৫১. Cu-এর দুটি সাধারণ জারণ অবস্থা +1 ($3d^{10}$) ও +2 ($3d^9$)। ব্যাখ্যা করো কেন Cu^{2+} জলীয় দ্রবণে Cu^{+} অপেক্ষা অধিক স্থিতিশীল, যদিও Cu^{2+}-এর ইলেকট্রন বিন্যাস কম প্রতিসম। (Cu's two common oxidation states are +1 (3d10) and +2 (3d9). Explain why Cu2+ is more stable than Cu+ in aqueous solution, even though Cu2+'s electron configuration (d9) is less symmetric.)

P-26 | Q-52

৫২. আইসোইলেকট্রনিক সিরিজ $S^{2-}, Cl^{-}, K^{+}, Ca^{2+}$ (প্রতিটিতে ইলেকট্রন সংখ্যা 18) এর Z/e অনুপাত গণনা করে ব্যাসার্ধের ক্রম প্রতিষ্ঠা করো। (For the isoelectronic series S2-, Cl-, K+, Ca2+ (electron count = 18 each), calculate the Z/e ratio and establish the order of radius.)

P-27 | Q-53

৫৩. স্লেটারের নিয়ম প্রয়োগ করে Cl ($Z = 17, 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$)-এর একটি 3p ইলেকট্রনের ওপর কার্যকর নিউক্লিয়ার চার্জ (Z_{eff}) গণনা করো। (Using Slater's rule, calculate the effective nuclear charge (Zeff) on a 3p electron of Cl (Z=17, 1s2 2s2 2p6 3s2 3p5).)

P-27 | Q-54

৫৪. Zn ($Z = 30, [Ar]3d^{10}4s^2$) ও Ca ($Z = 20, [Ar]4s^2$)-এর 4s ইলেকট্রনের ওপর Z_{eff} তুলনা করো (স্লেটারের নিয়ম প্রয়োগ করে) এবং এর ভিত্তিতে ব্যাখ্যা করো কেন Zn-এর পারমাণবিক ব্যাসার্ধ (134 pm) Ca-এর (197 pm) চেয়ে অনেক ছোট। (Compare Zeff on the 4s electron of Zn (Z=30, [Ar]3d10 4s2) and Ca (Z=20, [Ar]4s2) using Slater's rule, and based on this explain why Zn's atomic radius (134 pm) is much smaller than Ca's (197 pm).)

P-28 | Q-55

৫৫. Na^{+}, Mg^{2+}, Al^{3+} (আইসোইলেকট্রনিক, প্রতিটিতে ১০টি ইলেকট্রন)-এর Z/e অনুপাত গণনা করে ব্যাসার্ধ হ্রাসের শতকরা হার (প্রথম থেকে শেষ পর্যন্ত) নির্ণয় করো। (আনুমানিক ব্যাসার্ধ: Na^{+} = 102 pm, Al^{3+} = 53.5 pm) (For Na+, Mg2+, Al3+ (isoelectronic, 10 electrons each), calculate the Z/e ratio and determine the percentage rate of radius decrease (from first to last). (Approximate radii: Na+=102 pm, Al3+=53.5 pm))

P-28 | Q-56

৫৬. Zr (Z = 40) ও Hf (Z = 72)-এর পারমাণবিক ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 160 pm ও 159 pm (প্রায় সমান)। Hf-এর ইলেকট্রন বিন্যাসে $4f^{14}$ উপস্তরের উপস্থিতি উল্লেখ করে স্লেটারের নিয়মের ভাষায় ব্যাখ্যা করো কেন একটি সম্পূর্ণ অতিরিক্ত প্রধান শক্তিস্তর থাকা সত্ত্বেও ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি পায়নি। (The atomic radii of Zr (Z=40) and Hf (Z=72) are approximately equal (≈160 pm). Mentioning the presence of the 4f14 subshell in Hf's electron configuration, explain in terms of Slater's rule why the radius did not increase despite a whole extra principal energy level being present.)

P-29 | Q-57

৫৭. Al_2O_3 (উভধর্মী)-এর HCl ও $NaOH$-এর সাথে বিক্রিয়ার সমীকরণ লেখো এবং ব্যাখ্যা করো কেন এটি পানিতে নিজে থেকে কোনো অম্লীয় বা ক্ষারীয় দ্রবণ তৈরি করে না। **(Write the equations for the reaction of Al2O3 (amphoteric) with HCl and NaOH, and explain why it does not itself form any acidic or basic solution in water.)**

P-29 | Q-58

৫৮. $Li^+, Na^+, K^+, Rb^+, Cs^+$-এর হাইড্রেশন এনথালপি যথাক্রমে (আনুমানিক, kJ/mol) −520, −406, −322, −296, −263। এই মানগুলো ব্যবহার করে প্রমাণ করো জলীয় দ্রবণে এই আয়নগুলোর পরিবাহিতা ক্রম ($Li^+ < Na^+ < K^+ < Rb^+ < Cs^+$) কেন গ্যাসীয় আয়নিক ব্যাসার্ধের বিপরীত। **(The hydration enthalpies of Li+, Na+, K+, Rb+, Cs+ are respectively (approximate, kJ/mol) -520, -406, -322, -296, -263. Using these values, prove why the order of conductivity of these ions in aqueous solution (Li+**

P-30 | Q-59

৫৯. Mn-এর অক্সাইড সিরিজ ($MnO, Mn_2O_3, MnO_2, Mn_2O_7$)-এর জারণ সংখ্যা যথাক্রমে +2, +3, +4, +7। প্রতিটির অম্ল-ক্ষারক প্রকৃতি নির্ধারণ করো এবং MnO_2-কে কেন "উভধর্মী" শ্রেণীর কাছাকাছি ধরা হয় তা যুক্তি দাও। (Mn's oxide series (MnO, Mn2O3, MnO2, Mn2O7) has oxidation states +2, +3, +4, +7 respectively. Determine the acid-base nature of each and justify why MnO2 is considered close to the 'amphoteric' class.)

P-30 | Q-60

৬০. একটি জলীয় দ্রবণে Mg^{2+} ও Ba^{2+}-এর মোলার পরিবাহিতা তুলনা করার জন্য একটি পরীক্ষায় দেখা গেল Ba^{2+}-এর পরিবাহিতা Mg^{2+} অপেক্ষা বেশি। গ্যাসীয় আয়নিক ব্যাসার্ধ ($Mg^{2+} = 72\,pm, Ba^{2+} = 135\,pm$) ও চার্জ ঘনত্বের ধারণা ব্যবহার করে এই ফলাফলের একটি সম্পূর্ণ যুক্তিসঙ্গত ব্যাখ্যা দাও। (In an experiment comparing the molar conductivity of Mg2+ and Ba2+ in an aqueous solution, it was found that Ba2+'s conductivity is higher than Mg2+'s. Using the gaseous ionic radii (Mg2+=72 pm, Ba2+=135 pm) and the concept of charge density, give a fully reasoned explanation for this result.)