Mathematics

২০০ নম্বর

P-1 | Q-1

১. একটি পরাবৃত্ত $y^2 = 8x$ এর উপকেন্দ্র A। $y = mx + c$ রেখাটি পরাবৃত্তটিকে দুটি ভিন্ন বিন্দু B ও C তে ছেদ করে। যদি $\triangle ABC$ এর ভরকেন্দ্র $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ হয়, তবে $(BC)^2$ এর মান নির্ণয় করো। (A is the focus of a parabola $y^2 = 8x$. The line $y = mx + c$ intersects the parabola at two distinct points B and C. If the centroid of $\triangle ABC$ is $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$, find the value of $(BC)^2$.)

P-1 | Q-2

২. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ OAB অন্তর্লিখিত আছে যার একটি শীর্ষ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু $O(0, 0)$ তে অবস্থিত। AB-কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের মূলবিন্দু হতে ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করো। (An equilateral triangle OAB is inscribed in the parabola $y^2 = 4x$ such that one of its vertices lies at the vertex $O(0, 0)$ of the parabola. Find the minimum distance of the origin from the circle drawn with AB as diameter.)

P-1 | Q-3

৩. $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু O। পরাবৃত্তটির ওপর P একটি বিন্দু এবং x-অক্ষের ওপর A একটি বিন্দু যেন $\angle OPA = 90°$ হয়। $\triangle OPA$ এর ভরকেন্দ্রের সঞ্চারপথ নির্ণয় করো। (O is the vertex of the parabola $y^2 = 12x$. P is a point on the parabola and A is a point on the x-axis such that $\angle OPA = 90°$. Find the locus of the centroid of $\triangle OPA$.)

P-1 | Q-4

৪. $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের একটি উপকেন্দ্রিক জ্যা-এর এক প্রান্ত $(16, 16)$। যদি $P(\alpha, \beta)$ বিন্দুটি উক্ত জ্যা-কে 5 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে, তবে $\alpha + \beta$ এর ন্যূনতম মান নির্ণয় করো। (One end of a focal chord of the parabola $y^2 = 16x$ is $(16, 16)$. If the point $P(\alpha, \beta)$ divides this chord internally in the ratio 5 : 2, find the minimum value of $\alpha + \beta$.)

P-1 | Q-5

৫. $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত হতে $x^2 + y^2 - 4x - 16y + 64 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্রের ন্যূনতম দূরত্ব d হলে, d^2 এর মান নির্ণয় করো। (If d is the minimum distance of the center of the circle $x^2 + y^2 - 4x - 16y + 64 = 0$ from the parabola $y^2 = 4x$, find the value of d^2.)

P-1 | Q-6

৬. $x^2 = 4y$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু O এবং Q পরাবৃত্তটির ওপর যেকোনো একটি বিন্দু। P বিন্দুটি OQ রেখাংশকে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। P বিন্দুর সঞ্চারপথ একটি কনিক C হলে, C এর যে জ্যা-টি $(1, 2)$ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয় তার সমীকরণ নির্ণয় করো। (O is the vertex of the parabola $x^2 = 4y$ and Q is any point on the parabola. The point P divides the segment OQ internally in the ratio 2 : 3. If the locus of P is a conic C, find the equation of the chord of C that is bisected at the point $(1, 2)$.)

P-1 | Q-7

৭. x-অক্ষের ওপর A একটি বিন্দু। A হতে $x^2 + y^2 = 8$ বৃত্ত এবং $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের ওপর সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করা হলো। একটি স্পর্শক উভয় বক্ররেখাকে যথাক্রমে Q এবং R বিন্দুতে স্পর্শ করলে, $(QR)^2$ এর মান নির্ণয় করো। (A is a point on the x-axis. From A, a common tangent is drawn to the circle $x^2 + y^2 = 8$ and the parabola $y^2 = 16x$. If this tangent touches the two curves at points Q and R respectively, find the value of $(QR)^2$.)

P-1 | Q-8

৮. $y - x = 1$ রেখাটি $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ উপবৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। উপবৃত্তের কেন্দ্রে AB রেখাংশ দ্বারা উৎপন্ন কোণের মান নির্ণয় করো। (The line $y - x = 1$ intersects the ellipse $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ at points A and B. Find the angle subtended by the segment AB at the center of the ellipse.)

P-1 | Q-9

৯. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় S এবং S′। প্রথম চতুর্ভাগে উপবৃত্তটির ওপর $P(\alpha, \beta)$ একটি বিন্দু। যদি $(SP)^2 + (S'P)^2 - SP \cdot S'P = 37$ হয়, তবে $\alpha^2 + \beta^2$ এর মান নির্ণয় করো। (S and S′ are the foci of the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. $P(\alpha, \beta)$ is a point on the ellipse in the first quadrant. If $(SP)^2 + (S'P)^2 - SP \cdot S'P = 37$, find the value of $\alpha^2 + \beta^2$.)

P-1 | Q-10

১০. $\alpha x + 4y = \sqrt{7}$ $(\alpha > 0)$ সরলরেখাটি $3x^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তকে প্রথম চতুর্ভাগের P বিন্দুতে স্পর্শ করে। α এর মান নির্ণয় করো। (The straight line $\alpha x + 4y = \sqrt{7}$ $(\alpha > 0)$ touches the ellipse $3x^2 + 4y^2 = 1$ at a point P in the first quadrant. Find the value of α.)

P-1 | Q-11

১১. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ উপবৃত্তের একটি জ্যা এর মধ্যবিন্দু $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ হলে, জ্যা-টির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (If the midpoint of a chord of the ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ is $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, find the length of the chord.)

P-1 | Q-12

১২. $2x + 3y - k = 0, (k > 0)$ রেখাটি x ও y-অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। AB-কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ $x^2 + y^2 - 3x - 2y = 0$। $x^2 + 9y^2 = k^2$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (The line $2x + 3y - k = 0, (k > 0)$ intersects the x-axis and y-axis at points A and B respectively. The circle drawn with AB as diameter has the equation $x^2 + y^2 - 3x - 2y = 0$. Find the length of the latus rectum of the ellipse $x^2 + 9y^2 = k^2$.)

P-1 | Q-13

১৩. $E_1 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ (a > b)$ এবং $E_2 : \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1\ (A < B)$ উপবৃত্তদ্বয়ের উভয়ের উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{4}{5}$। E_1 ও E_2 এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1, l_2 এবং $2l_1^2 = 9l_2$। E_1 এর উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 8 একক হলে, E_2 এর উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব নির্ণয় করো। ($E_1 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ (a > b)$ and $E_2 : \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1\ (A < B)$ are two ellipses, both with eccentricity $\frac{4}{5}$. The lengths of the latus rectum of E_1 and E_2 are l_1 and l_2 respectively, and $2l_1^2 = 9l_2$. If the distance between the foci of E_1 is 8 units, find the distance between the foci of E_2.)

P-1 | Q-14

১৪. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্তের একটি জ্যা এর মধ্যবিন্দু $\left(\sqrt{2}, \frac{4}{3}\right)$। জ্যা-টির দৈর্ঘ্য $\frac{2\sqrt{\alpha}}{3}$ হলে, α এর মান নির্ণয় করো। (If the midpoint of a chord of the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ is $\left(\sqrt{2}, \frac{4}{3}\right)$, and the length of the chord is $\frac{2\sqrt{\alpha}}{3}$, find the value of α.)

P-1 | Q-15

১৫. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের প্রথম চতুর্ভাগে P একটি বিন্দু। P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি অধিবৃত্তের দুইটি অসীমতটকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। যদি $OA^2 + OB^2 = 150$ হয়, তবে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং $\triangle OAB$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (P is a point in the first quadrant on the hyperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. The tangent drawn at P intersects the two asymptotes of the hyperbola at points A and B respectively. If $OA^2 + OB^2 = 150$, find the coordinates of P and the area of $\triangle OAB$.)

P-1 | Q-16

১৬. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্তের বাইরের অঞ্চলে প্রথম চতুর্ভাগে $P(h, k)$ একটি বিন্দু এবং $h - k = 1$। P হতে অধিবৃত্তে অঙ্কিত বাস্তব স্পর্শকদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক, স্পর্শজ্যা-এর সমীকরণ এবং পরস্পর লম্ব স্পর্শকের ছেদবিন্দুর সাধারণ সঞ্চারপথ নির্ণয় করো। ($P(h, k)$ is a point in the first quadrant, outside the hyperbola $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$, with $h - k = 1$. If the two real tangents drawn from P to the hyperbola are mutually perpendicular, find the coordinates of P, the equation of the chord of contact, and the general locus of the point of intersection of mutually perpendicular tangents.)

P-1 | Q-17

১৭. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের একটি উপকেন্দ্রিক জ্যা-এর প্রান্তদ্বয়ের পরামিতি t_1, t_2, যেখানে পরামিতিক বিন্দু $\left(\frac{4(1+t^2)}{1-t^2}, \frac{6t}{1-t^2}\right)$। প্রমাণ করো যে, জ্যা-টি ডানদিকের উপকেন্দ্রগামী হলে $t_1 t_2 = \frac{1-e}{1+e}$। একটি প্রান্তের পরামিতি $t_1 = \frac{1}{2}$ হলে, অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক ও জ্যা-টির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (The parameters of the two ends of a focal chord of the hyperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ are t_1, t_2, where a point on the hyperbola is parametrized as $\left(\frac{4(1+t^2)}{1-t^2}, \frac{6t}{1-t^2}\right)$. Prove that if the chord passes through the right focus, then $t_1 t_2 = \frac{1-e}{1+e}$. If the parameter of one end is $t_1 = \frac{1}{2}$, find the coordinates of the other end and the length of the chord.)

P-1 | Q-18

১৮. $xy = 16$ সমকোণী অধিবৃত্তের একটি জ্যা-এর মধ্যবিন্দু $(5, 5)$। জ্যা-টির সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। অতঃপর উক্ত জ্যা-এর প্রান্তদ্বয়ে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দু T হলে, T এর স্থানাঙ্ক এবং স্পর্শকদ্বয় ও জ্যা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (The midpoint of a chord of the rectangular hyperbola $xy = 16$ is $(5, 5)$. Find the equation and length of the chord. Then, if T is the point of intersection of the tangents drawn at the two ends of this chord, find the coordinates of T and the area of the triangle formed by the two tangents and the chord.)

P-1 | Q-19

১৯. $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$ অধিবৃত্তটির কেন্দ্র, উৎকেন্দ্রিকতা, অসীমতটদ্বয়, উপকেন্দ্রদ্বয়, নিয়ামক রেখাদ্বয় এবং অনুবন্ধী অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করো। অনুবন্ধী অধিবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতাও নির্ণয় করো। (Find the center, eccentricity, asymptotes, foci, directrices, and the equation of the conjugate hyperbola of the hyperbola $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$. Also find the eccentricity of the conjugate hyperbola.)

P-1 | Q-20

২০. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ অধিবৃত্ত এবং $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তের সাধারণ স্পর্শকগুলোর সমীকরণ নির্ণয় করো। প্রতিটি সাধারণ স্পর্শক স্পর্শবিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করো। (Find the equations of the common tangents to the hyperbola $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ and the parabola $y^2 = 4x$. Also find the distance between the points of tangency for each common tangent.)

Physics

২০০ নম্বর

P-1 | Q-21

২১. বিশুদ্ধ পানির সংনম্যতা (compressibility) $\beta = 4.96 \times 10^{-12}\ cm^2 dyne^{-1}$ এবং সমুদ্রের 8 km গভীরতায় পানির ঘনত্ব $1032.5\ kgm^{-3}$ পাওয়া গেল। এই ঘনত্বের পরিবর্তন সম্পূর্ণভাবে পানির সংনম্যতার কারণে ঘটেছে ধরে নিয়ে, সাধারণ (পৃষ্ঠের) অবস্থায় পানির ঘনত্ব নির্ণয় কর। (The compressibility of pure water is $\beta = 4.96 \times 10^{-12}\ cm^2 dyne^{-1}$. At a depth of 8 km in the ocean, the density of water is found to be $1032.5\ kgm^{-3}$. Assuming this density change arises entirely from the compressibility of water, find the density of water under normal (surface) conditions.)

P-1 | Q-22

২২. একটি সেকেন্ড দোলকের ববের ঘনত্ব $9000\ kgm^{-3}$। ববটিকে সম্পূর্ণভাবে (100%) একটি অজানা তরলে নিমজ্জিত করে দোলানো হলে দোলনকাল 5% বৃদ্ধি পায়। তরলটির ঘনত্ব নির্ণয় কর। (A bob has density $9000\ kgm^{-3}$. When fully (100%) submerged in an unknown liquid, the period increases by 5%. Find the density of the liquid.)

P-1 | Q-23

২৩. একটি সেকেন্ড দোলককে 3.2 km উঁচু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে ($R = 6400$ km) ঘড়িটি একদিনে কত সেকেন্ড কম সময় দেখাবে? (A seconds pendulum is taken to the top of a 3.2 km high mountain ($R = 6400$ km). How many seconds will it lose in one day?)

P-1 | Q-24

২৪. গ্লিসারিনে (ঘনত্ব 1260 kgm^{-3}, সান্দ্রতা 1.5 Pas) একটি বায়ুবুদবুদ (ব্যাসার্ধ 0.5 mm, বাতাসের ঘনত্ব উপেক্ষণীয়) উপরের দিকে উঠছে। স্টোকসের সূত্র ব্যবহার করে বুদবুদের প্রান্তিক (ঊর্ধ্বমুখী) বেগ নির্ণয় কর, এবং 20 cm গ্লিসারিন অতিক্রম করতে তার কত সময় লাগবে তা নির্ণয় কর। (An air bubble (radius 0.5 mm; density of air negligible) rises through glycerin (density 1260 kgm^{-3}, viscosity 1.5 Pas). Using Stokes' law, find the terminal (upward) velocity of the bubble, and the time it takes to rise through 20 cm of glycerin.)

P-1 | Q-25

২৫. 0.25 kg ভরের একটি কণা 0.1 m বিস্তারে স্পন্দিত হচ্ছে। সাম্যাবস্থান থেকে 0.06 m দূরত্বে এর গতিশক্তি 0.0288 J, প্রাথমিক দশা 90° ($\frac{\pi}{2}$)। নির্ণয় কর: (ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক ω, (খ) সরণের সমীকরণ $x(t)$, (গ) যে সরণে কণার দ্রুতি সর্বোচ্চ দ্রুতির অর্ধেক হবে। (A particle of mass 0.25 kg oscillates with amplitude 0.1 m. At 0.06 m from equilibrium its KE is 0.0288 J, with initial phase 90° ($\frac{\pi}{2}$). Find: (a) the angular frequency ω, (b) the displacement equation $x(t)$, (c) the displacement at which the speed equals half the maximum speed.)

P-1 | Q-26

২৬. $k_1 = 30\ Nm^{-1}$ ও $k_2 = 60\ Nm^{-1}$ ধ্রুবকের দুটি স্প্রিং সিরিজে যুক্ত করে ছাদ থেকে ঝুলানো, নিচে $m = 6$ kg ভরের ব্লক, এবং সিরিজ সমাবেশের সমান্তরালে $k_3 = 90\ Nm^{-1}$ এর স্প্রিং যুক্ত। ব্লকটিকে সাম্যাবস্থান থেকে $A = 4$ cm সরিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। ব্লকের সর্বোচ্চ দ্রুতি ও সর্বোচ্চ ত্বরণ নির্ণয় কর। (Springs $k_1 = 30\ Nm^{-1}$ and $k_2 = 60\ Nm^{-1}$ are connected in series and hung from a ceiling with a block $m = 6$ kg at the bottom, and a third spring $k_3 = 90\ Nm^{-1}$ is connected in parallel with the series combination. The block is displaced $A = 4$ cm from equilibrium and released. Find the block's maximum speed and maximum acceleration.)

P-1 | Q-27

২৭. একটি লিফট বা এলিভেটরের ভেতরে একটি পাত্রে পানি রাখা আছে, যাতে $r = 0.3$ mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নল ডোবানো আছে। পানির পৃষ্ঠটান $T = 7.2 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$ এবং সংস্পর্শ কোণ 0°। (ক) লিফট স্থির থাকলে পানি কত উচ্চতায় উঠবে? (খ) লিফট $a = 2\ ms^{-2}$ ত্বরণে উপরের দিকে উঠতে শুরু করলে নতুন উচ্চতা কত হবে? (গ) লিফট একই মানের ত্বরণে নিচের দিকে নামতে শুরু করলে (মুক্তপতনের চেয়ে কম ত্বরণে) নতুন উচ্চতা কত হবে? (A container of water is placed inside an elevator, with a capillary tube of radius $r = 0.3$ mm dipped into it. The surface tension of water is $T = 7.2 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$ and the angle of contact is 0°. (a) Find the height to which water rises when the elevator is stationary. (b) Find the new height if the elevator accelerates upward at $a = 2\ ms^{-2}$. (c) Find the new height if the elevator accelerates downward at the same magnitude (less than free-fall acceleration).)

P-1 | Q-28

২৮. $T = 2$ s এর একটি সেকেন্ড দোলককে 4 km উঁচু পর্বতের চূড়ায় নিয়ে যাওয়া হলো ($R = 6400$ km)। সেখানে দোলনকাল কত হবে এবং ঘড়িটি একদিনে কত সেকেন্ড কম সময় দেখাবে? (A seconds pendulum ($T = 2$ s) is taken to the top of a 4 km high mountain ($R = 6400$ km). Find its new period there, and how many seconds it will lose per day.)

P-1 | Q-29

২৯. অনুভূমিক ঘর্ষণবিহীন টেবিলের উপর $m = 4\,kg$ ভরের একটি ব্লক আছে। ব্লকটি $k_1 = 100\,Nm^{-1}$ ও $k_2 = 300\,Nm^{-1}$ ধ্রুবকের দুটি হালকা স্প্রিং দ্বারা দুটি দৃঢ় দেয়ালের সাথে যুক্ত, স্প্রিং দুটি ব্লকের গতিপথ (অনুভূমিক দিক) এর সাথে θ কোণে অবস্থিত। ব্লকটিকে অনুভূমিক দিক বরাবর সামান্য সরিয়ে ছেড়ে দিলে দোলনকাল $T = 1\,s$ করতে হলে θ কত হতে হবে? (ক্ষুদ্র সরণের জন্য গতিপথ বরাবর বলের উপাংশ বিবেচনা কর) (A block of mass $m = 4\,kg$ lies on a smooth horizontal table, connected to two rigid walls by light springs of constants $k_1 = 100\,Nm^{-1}$ and $k_2 = 300\,Nm^{-1}$, each making an angle θ with the block's direction of motion (horizontal). If the block is displaced slightly along the horizontal direction and released, what should θ be so that the period of oscillation is $T = 1\,s$? (For small displacement, consider only the component of restoring force along the direction of motion.))

P-1 | Q-30

৩০. দুটি অভিন্ন তার (প্রতিটির দৈর্ঘ্য L, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A, ইয়ং গুণাংক Y) একটি বিন্দু থেকে সমান্তরালে একটি ভার W বহন করছে। প্রমাণ কর যে, যদি তার দুটি ঠিক একই উপাদান ও একই মাত্রার হয়, তবে ভার যত বড়ই হোক প্রতিটি তার সমান বল বহন করবে। এরপর, যদি একটি তারে (দুর্ঘটনাক্রমে বা উৎপাদন ত্রুটির কারণে) সামান্য বেশি প্রাথমিক দৈর্ঘ্য ($L + e$, যেখানে e অত্যন্ত ক্ষুদ্র) থাকে, তবে ভার প্রয়োগের সময় কোন তারে বেশি বল পড়বে তা যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর এবং প্রাথমিক দৈর্ঘ্য পার্থক্য $e = 0.5\,mm$, $L = 2\,m$, $A = 1 \times 10^{-6}\,m^2$, $Y = 2 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$, $W = 100\,N$ হলে প্রতিটি তারে বলের মান নির্ণয় কর। (Two identical wires (each of length L, cross-sectional area A, Young's modulus Y) support a load W together in parallel from a single point. First show that if the wires are truly identical, each carries exactly half the load regardless of its magnitude. Then, if one wire happens to be slightly longer initially ($L + e$, with e very small — say due to a manufacturing tolerance), explain qualitatively which wire will carry more force when the load is applied, and compute the force in each wire for $e = 0.5\,mm$, $L = 2\,m$, $A = 1 \times 10^{-6}\,m^2$, $Y = 2 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$, $W = 100\,N$.)

P-1 | Q-31

৩১. একটি কণা $x = 4\sin\left(5t + \frac{\pi}{3}\right)$ সমীকরণ অনুসারে SHM সম্পন্ন করছে। কণাটির বেগ ও ত্বরণের সাংখ্যমান প্রথমবার কোন সময়ে সমান হবে, তা নির্ণয় কর। (A particle undergoes SHM according to $x = 4\sin\left(5t + \frac{\pi}{3}\right)$. Find the first (smallest positive) time at which the magnitudes of its velocity and acceleration become equal.)

P-1 | Q-32

৩২. একটি সমরূপ ধাতব রড (দৈর্ঘ্য $L = 0.6\,m$, ঘনত্ব $\rho = 7800\,kgm^{-3}$, ইয়ং গুণাংক $Y = 2 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$) এক প্রান্তে একটি উলম্ব অক্ষের সাথে আটকানো এবং অনুভূমিক তলে $\omega = 100\,rads^{-1}$ কৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান। কেন্দ্রাতিগ প্রভাবের কারণে রডে সৃষ্ট সর্বোচ্চ পীড়ন এবং রডের মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর। (A uniform metal rod (length $L = 0.6\,m$, density $\rho = 7800\,kgm^{-3}$, Young's modulus $Y = 2 \times 10^{11}\,Nm^{-2}$) is fixed at one end to a vertical axis and rotates in a horizontal plane at angular velocity $\omega = 100\,rads^{-1}$. Find the maximum stress developed in the rod due to the centrifugal effect, and the total elongation of the rod.)

P-1 | Q-33

৩৩. একটি গ্রহের কেন্দ্র দিয়ে এর ব্যাসের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি টানেল খনন করা হলো। গ্রহের ঘনত্ব $\rho = 4000\,kgm^{-3}$ (সমসত্ত্ব ধরা হলো) হলে, পাথরটি টানেলের এক প্রান্ত থেকে ছেড়ে দেওয়ার পর কেন্দ্রে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে? ($G = 6.674 \times 10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}$) (A tunnel is dug straight through the centre of a planet, from one end of a diameter to the other. If the planet's (uniform) density is $\rho = 4000\,kgm^{-3}$, how long will a stone take to reach the centre after being released from one end of the tunnel? ($G = 6.674 \times 10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}$))

P-1 | Q-34

৩৪. গ্লিসারিন (সান্দ্রতা 1.5 Pas) একটি কৈশিক নলের (দৈর্ঘ্য 10 cm, ব্যাসার্ধ 1 mm) মধ্য দিয়ে 4000 Pa চাপ পার্থক্যে প্রবাহিত হচ্ছে। পোয়াজোই সূত্র প্রয়োগ করে প্রবাহের হার এবং গড় বেগ নির্ণয় কর। (Glycerin (viscosity 1.5 Pas) flows through a capillary tube (length 10 cm, radius 1 mm) under a pressure difference of 4000 Pa. Using Poiseuille's equation, find the flow rate and the average velocity.)

P-1 | Q-35

৩৫. একটি পানির বড় ফোঁটা, যার ব্যাসার্ধ $R = 2$ mm, ভেঙে গিয়ে $n = 1000$টি সমান আকারের ক্ষুদ্র ফোঁটায় পরিণত হয়। পানির পৃষ্ঠটান $T = 7.2 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$, ঘনত্ব $\rho = 1000\ kgm^{-3}$, এবং আপেক্ষিক তাপ ধারণ ক্ষমতা $s = 4186\ Jkg^{-1}K^{-1}$ ধরে, এই প্রক্রিয়ায় পানির তাপমাত্রার পরিবর্তন (বৃদ্ধি না হ্রাস, তা যুক্তিসহ) নির্ণয় কর। (A large water drop of radius $R = 2$ mm breaks up into $n = 1000$ equal small droplets. Taking the surface tension of water as $T = 7.2 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$, density $\rho = 1000\ kgm^{-3}$, and specific heat capacity $s = 4186\ Jkg^{-1}K^{-1}$, find the resulting change in temperature of the water (state whether it increases or decreases, with reasoning).)

P-1 | Q-36

৩৬. একটি তরলে একটি ছোট গোলক একা পড়লে প্রান্তিক বেগ $v_0 = 2 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$ অর্জন করে। যদি অনুরূপ 8টি এমন গোলক একসাথে মিলিত হয়ে (একই তরলের ভেতরে, স্টোকসের সূত্র ছোট ও মিলিত উভয় গোলকের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য থাকে এই অনুমানে) একটি একক বড় গোলকে পরিণত হয়, তবে নতুন গোলকটির প্রান্তিক বেগ কত হবে? (A small sphere falling alone through a certain liquid attains terminal velocity $v_0 = 2 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$. If 8 such identical spheres merge together (within the same liquid, assuming Stokes' law remains valid for both the small and merged spheres) to form a single larger sphere, what will its terminal velocity be?)

P-1 | Q-37

৩৭. একটি সঠিক দোলক ঘড়ির দোলকের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ (শতকরা) বৃদ্ধি করলে ঘড়িটি একদিনে ঠিক 5 মিনিট কম সময় দেখাবে (ধীরে চলবে)? (By what percentage should the length of the pendulum of a correctly-running pendulum clock be increased so that the clock loses exactly 5 minutes in one day?)

P-1 | Q-38

৩৮. সমান বিস্তার ও কম্পাঙ্কে দুটি কণা সরল দোল গতি সম্পন্ন করছে। তারা যখন বিপরীত দিকে যাওয়ার সময় একে অপরকে অতিক্রম করে, তখন তাদের দশা পার্থক্য $\delta = 90°$ হলে, অতিক্রমের সময় সরণ বিস্তারের কত ভগ্নাংশ ছিল? (Two particles execute SHM with the same amplitude and frequency. While moving in opposite directions they cross each other, and the phase difference between them is $\delta = 90°$. What fraction of the amplitude was the crossing displacement?)

P-1 | Q-39

৩৯. দুটি সমকেন্দ্রিক (concentric) উলম্ব নল, ভেতরের নলের ব্যাসার্ধ $r_1 = 1$ mm ও বাইরের নলের অভ্যন্তরীণ ব্যাসার্ধ $r_2 = 1.5$ mm, একসাথে পানিতে ডুবানো হলো (অর্থাৎ দুই নলের মধ্যবর্তী বৃত্তাকার ফাঁকা স্থানে পানি প্রবেশ করতে পারে)। পানির পৃষ্ঠটান $T = 7.5 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$ এবং সংস্পর্শ কোণ $0°$ ধরে, দুই নলের মধ্যবর্তী স্থানে পানি কত উচ্চতা পর্যন্ত উঠবে তা নির্ণয় কর। (Two concentric vertical tubes, with the inner tube of radius $r_1 = 1$ mm and the inner radius of the outer tube $r_2 = 1.5$ mm, are dipped together into water (so water can enter the annular gap between them). Taking the surface tension of water as $T = 7.5 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$ and the angle of contact as $0°$, find the height to which water rises in the annular space between the two tubes.)

P-1 | Q-40

৪০. একটি সমতল সাবানের ফিল্ম থেকে (ব্যাসার্ধ প্রায় শূন্য থেকে শুরু করে) একটি সাবানের বুদবুদ ফুঁকে $R = 2\ cm$ ব্যাসার্ধ পর্যন্ত বড় করা হলো। সাবান দ্রবণের পৃষ্ঠটান $T = 2.5 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$ এবং বায়ুমণ্ডলীয় চাপ $P_0 = 1.013 \times 10^5\ Pa$। বুদবুদ তৈরি করতে মোট কাজ নির্ণয় কর। (A soap bubble is blown up from a flat film (starting from approximately zero radius) to a final radius $R = 2\ cm$. The soap solution's surface tension is $T = 2.5 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$, and atmospheric pressure is $P_0 = 1.013 \times 10^5\ Pa$. Find the total work done in creating the bubble.)

Chemistry

২০০ নম্বর

P-1 | Q-41

৪১. নিচের টেবিলে মৌল W, X, Y, Z-এর ধারাবাহিক আয়নীকরণ শক্তির মান (kJ/mol):
$W: E_1 = 403, E_2 = 2633, E_3 = 3900, E_4 = 5077, E_5 = 6850, E_6 = 8676$
$X: E_1 = 590, E_2 = 1145, E_3 = 4912, E_4 = 6491, E_5 = 8153, E_6 = 10496$
$Y: E_1 = 999, E_2 = 2251, E_3 = 3361, E_4 = 4564, E_5 = 7013, E_6 = 8495$
$Z: E_1 = 1086, E_2 = 2353, E_3 = 4620, E_4 = 6223, E_5 = 37831, E_6 = 47277$
প্রতিটি মৌলের যোজনী ইলেকট্রন সংখ্যা ও সম্ভাব্য গ্রুপ নির্ণয় করো। (The following data table shows successive ionization energies (kJ/mol) of elements W, X, Y, Z. Determine the number of valence electrons and possible group of each element.)

P-1 | Q-42

৪২. একটি মৌল V -এর কোয়ান্টাম সংখ্যা $n = 3, l = 1$ শেষ ইলেকট্রনে এবং এর ধারাবাহিক IE ডেটায় $E_6 \rightarrow E_7$-তে বিশাল লাফ পাওয়া যায়। V -এর ইলেকট্রন বিন্যাস, পারমাণবিক সংখ্যা ও সর্বোচ্চ জারণ সংখ্যা নির্ণয় করো। (An element V has its last electron with quantum numbers n=3, l=1, and its successive IE data shows a huge jump at E6→E7. Determine V's electron configuration, atomic number and maximum oxidation state.)

P-1 | Q-43

৪৩. Na-এর প্রথম আয়নীকরণ শক্তি $496\ kJ/mol$। $46\ g\ Na$ ধাতুর সব পরমাণুকে Na^+ আয়নে রূপান্তরিত করতে মোট কত শক্তি প্রয়োজন হবে এবং এই শক্তি eV এককে প্রতি পরমাণুতে কত হবে? (Na-এর আণবিক ভর = 23) (The first ionization energy of Na is 496 kJ/mol. How much total energy is required to convert all atoms in a 46 g sample of Na metal into Na+ ions, and what would this energy be in eV per atom? (Molar mass of Na = 23; 1 eV = 96.485 kJ/mol per mole))

P-1 | Q-44

৪৪. ৪র্থ পর্যায়ের মূল গ্রুপ মৌলগুলোর মধ্যে Ga-এর E_1 (579) প্রকৃতপক্ষে Al-এর E_1 (578)-এর প্রায় সমান হলেও Ca (590)-এর চেয়ে কম। ব্যাখ্যা করো কেন $Ga < Ca$ কিন্তু $Ga \approx Al$ — উভয় পর্যবেক্ষণ একসাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ কি না যুক্তি দাও। (Among the main group elements of period 4, Ga's E_1 (579) is nearly equal to Al's E_1 (578) but lower than Ca's E_1 (590). Explain why $Ga < Ca$ but $Ga \approx Al$ — argue whether both observations are consistent together.)

P-1 | Q-45

৪৫. একটি মৌলের প্রথম পাঁচটি আয়নীকরণ শক্তি I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 যথাক্রমে $z, 1.85z, 1.65z, 1.44z, 3.55z$ (প্রতিটির অনুপাত পূর্ববর্তীর সাপেক্ষে)। মৌলটির সম্ভাব্য গ্রুপ নির্ণয় করো এবং $I_1 = 1000\,kJ/mol$ হলে I_5-এর মান বের করো। (The first five ionization energies of an element I1, I2, I3, I4, I5 are z, 1.85z, 1.65z, 1.44z, 3.55z respectively (each ratio relative to the previous one). Determine the possible group of the element, and if I1=1000 kJ/mol, find the value of I5.)

P-1 | Q-46

৪৬. Sr ও Rb-এর দ্বিতীয় আয়নীকরণ শক্তি যথাক্রমে 1064 ও 2632 kJ/mol। এই পার্থক্য ব্যাখ্যা করো এবং Rb^+ ও Sr^+-এর ইলেকট্রন বিন্যাস দেখিয়ে যুক্তি প্রতিষ্ঠা করো। (The second ionization energies of Sr and Rb are respectively 1064 and 2632 kJ/mol. Explain this difference and establish the reasoning by showing the electron configurations of Rb+ and Sr+.)

P-1 | Q-47

৪৭. Cl, Br-এর ইলেকট্রন আসক্তি যথাক্রমে -349 ও $-325\,kJ/mol$ (মসৃণ হ্রাস), কিন্তু $F \rightarrow Cl$-এর পরিবর্তন ($-328 \rightarrow -349$) ব্যতিক্রমী বৃদ্ধি। উভয় পরিবর্তনের পেছনের ভিন্ন ভিন্ন নীতি ব্যাখ্যা করো। (The electron affinities of Cl, Br are respectively -349 and -325 kJ/mol (smooth decrease), but the change from F to Cl (-328→-349) is an anomalous increase. Explain the different principles behind both changes.)

P-1 | Q-48

৪৮. P ($[Ne]3s^23p^3$)-এর ইলেকট্রন আসক্তি প্রতিবেশী Si ও S অপেক্ষা কম কেন? N-এর ব্যতিক্রমের সাথে সংখ্যাসূচক তুলনা দাও ($P: -72, Si: -134, S: -200\,kJ/mol$)। (Why is P([Ne]3s2 3p3)'s electron affinity lower than neighboring Si and S? Give a numerical comparison with N's anomaly (N: 0 approximate, O: -141; P: -72, Si: -134, S: -200).)

P-1 | Q-49

৪৯. Cu-এর সম্ভাব্য জারণ সংখ্যা +1 ও +2। ব্যাখ্যা করো কেন কঠিন অবস্থায় Cu_2O (+1) স্থিতিশীল হতে পারে, কিন্তু জলীয় দ্রবণে Cu^+ অসামঞ্জস্যতা (disproportionation) দেখায়: $2Cu^+ \rightarrow Cu + Cu^{2+}$। (Cu has possible oxidation states +1 and +2. Explain why Cu2O (+1) can be stable in the solid state, but Cu+ shows disproportionation in aqueous solution: 2Cu+ → Cu + Cu2+.)

P-1 | Q-50

৫০. C, Si, Ge-এর ইলেকট্রন আসক্তি যথাক্রমে $-122, -134, -119\,kJ/mol$। এই অ-মসৃণ ক্রম ($Si > C > Ge$) ব্যাখ্যা করো। (The electron affinities of C, Si, Ge are respectively -122, -134, -119 kJ/mol. Explain this non-smooth (non-monotonic) order (Si>C>Ge).)

P-1 | Q-51

৫১. Tl (+1 ও +3 জারণ সংখ্যা সম্ভব)-এর ক্ষেত্রে নিষ্ক্রিয় জোড় প্রভাব In (+1 ও +3, কিন্তু +3 প্রধান)-এর চেয়ে বেশি প্রকট কেন? (Why is the inert pair effect more pronounced for Tl (+1 and +3 oxidation states possible) than for In (+1 and +3, but +3 predominant)?)

P-1 | Q-52

৫২. আইসোইলেকট্রনিক সিরিজ $P^{3-}, S^{2-}, Cl^{-}, K^{+}, Ca^{2+}, Sc^{3+}$ (প্রতিটিতে ইলেকট্রন সংখ্যা 18)-এর Z/e অনুপাত গণনা করে সম্পূর্ণ ব্যাসার্ধ ক্রম প্রতিষ্ঠা করো। (For the isoelectronic series P3-, S2-, Cl-, K+, Ca2+, Sc3+ (18 electrons each), calculate the Z/e ratio and establish the complete order of radius.)

P-1 | Q-53

৫৩. স্লেটারের নিয়ম প্রয়োগ করে K ($Z = 19, 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$)-এর 4s ইলেকট্রনের ওপর Z_{eff} গণনা করো এবং এই মান ব্যবহার করে $E_1(K)$-এর তাত্ত্বিক আনুমানিক মান নির্ণয় করো (বোর মডেলের শক্তি সূত্র $E = 13.6 \times \frac{Z_{eff}^2}{n^2}\ eV$, $n = 4$)। (Using Slater's rule, calculate Zeff on a 4s electron of K (Z=19, 1s2 2s2 2p6 3s2 3p6 4s1), and using this value determine the theoretical approximate value of E1(K) (using the Bohr model energy formula, n=4).)

P-1 | Q-54

৫৪. In ($Z = 49, [Kr]4d^{10}5s^2 5p^1$) ও Ga ($Z = 31, [Ar]3d^{10}4s^2 4p^1$)-এর E_1 যথাক্রমে 558 ও 579 kJ/mol— এখানে সাধারণ গ্রুপ-নিম্নগামী হ্রাস প্রবণতাই দেখা যাচ্ছে। এই দুই ভিন্ন পর্যবেক্ষণ ($Ga \approx Al$ কিন্তু $In < Ga$ স্বাভাবিকভাবে) সামঞ্জস্যপূর্ণ কি না ব্যাখ্যা করো। (The E1 of In (Z=49) and Ga (Z=31) are respectively 558 and 579 kJ/mol — here the normal group-descending decrease trend is seen. Explain whether these two different observations (Ga≈Al but In

P-1 | Q-55

৫৫. Br^{-}, Rb^{+} (একই ইলেকট্রন সংখ্যা 36) এবং Se^{2-}, Sr^{2+}-এর মধ্যে Z/e অনুপাতের পার্থক্য গণনা করে তুলনা করো। (For Br-, Rb+ (same electron count, 36) and Se2-, Sr2+, calculate the difference in Z/e ratio and compare.)

P-1 | Q-56

৫৬. Ce ($Z = 58$) থেকে Lu ($Z = 71$) পর্যন্ত ল্যান্থানাইড সিরিজে মোট আয়নিক ব্যাসার্ধ সংকোচন আনুমানিক $Ce^{3+} = 103\ pm$ থেকে $Lu^{3+} = 86.1\ pm$ পর্যন্ত ঘটে। গড় সংকোচন হার (প্রতি মৌলে) গণনা করো এবং এটি কেন সম্পূর্ণ রৈখিক নয় তা সংক্ষেপে ব্যাখ্যা করো। (For the lanthanide series (Ce→Lu), the total ionic radius contraction is approximately Ce3+=103 pm to Lu3+=86.1 pm (across 14 elements). Calculate the average contraction rate (per element) and briefly explain why it is not completely linear.)

P-1 | Q-57

৫৭. BeO (উভধর্মী, Al_2O_3-এর সাথে কর্ণ সম্পর্কযুক্ত)-এর HCl ও $NaOH$-এর সাথে বিক্রিয়ার সমীকরণ লেখো এবং MgO (সম্পূর্ণ ক্ষারীয়) এর সাথে এই পার্থক্যের কারণ ব্যাখ্যা করো। (Write the equations for the reaction of BeO (amphoteric, diagonally related to Al2O3) with HCl and NaOH, and explain the reason for this difference with MgO (fully basic).)

P-1 | Q-58

৫৮. F^-, Cl^-, Br^-, I^--এর হাইড্রেশন এনথালপি যথাক্রমে (আনুমানিক, kJ/mol) $-506, -364, -337, -296$। এই মান ব্যবহার করে ব্যাখ্যা করো কেন হ্যালাইড আয়নের জলীয় দ্রবণে পরিবাহিতার ক্রম গ্যাসীয় আয়নিক ব্যাসার্ধের বিপরীত হয়। (The hydration enthalpies of F-, Cl-, Br-, I- are respectively (approximate, kJ/mol) -506, -364, -337, -296. Using these values explain why the order of conductivity of halide ions in aqueous solution is opposite to the order of gaseous ionic radius.)

P-1 | Q-59

৫৯. N-এর অক্সাইড সিরিজ ($N_2O, NO, N_2O_3, NO_2, N_2O_5$)-এর জারণ সংখ্যা যথাক্রমে +1, +2, +3, +4, +5। কোনগুলো নিরপেক্ষ, কোনগুলো অম্লীয়, এবং কেন এই সিরিজে "ক্ষারীয়" কোনো সদস্য নেই তা ব্যাখ্যা করো। (N's oxide series (N2O, NO, N2O3, NO2, N2O5) has oxidation states +1, +2, +3, +4, +5 respectively. Explain which are neutral, which are acidic, and why there is no 'basic' member in this series.)

P-1 | Q-60

৬০. একটি জলীয় দ্রবণে Ca^{2+} ও Sr^{2+}-এর মোলার পরিবাহিতা তুলনা করার একটি পরীক্ষায় দেখা গেল Sr^{2+}-এর পরিবাহিতা বেশি। গ্যাসীয় আয়নিক ব্যাসার্ধ ($Ca^{2+} = 100\,pm, Sr^{2+} = 118\,pm$) ও হাইড্রেশন এনথালপি ($Ca^{2+} = -1577, Sr^{2+} = -1443\,kJ/mol$) একত্রে ব্যবহার করে সম্পূর্ণ ব্যাখ্যা দাও। (In an experiment comparing the molar conductivity of Ca2+ and Sr2+ in aqueous solution, it was found that Sr2+'s conductivity is higher. Using gaseous ionic radii (Ca2+=100 pm, Sr2+=118 pm) and hydration enthalpy (Ca2+=-1577, Sr2+=-1443 kJ/mol) together, give a complete explanation.)