## Mathematics

২০০ নম্বর

১. ধরি, নির্ণেয় ভেক্টরটি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

দেওয়া আছে, $\vec{r} \cdot \vec{c} = 3$

$\Rightarrow (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 3$

$\Rightarrow x - y + z = 3$ **.....(i)**

আবার দেওয়া আছে, $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{b}$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

$\Rightarrow \hat{i}(y - z) - \hat{j}(x - z) + \hat{k}(x - y) = 0\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

উভয়পাশের $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ এর সহগ সমীকৃত করে পাই:

$y - z = 0 \Rightarrow y = z$ **.....(ii)**

$-(x - z) = 1 \Rightarrow x = z - 1$ **.....(iii)**

এখন **(ii)** ও **(iii)** হতে $x$ ও $y$ এর মান **(i)** নং সমীকরণে বসিয়ে পাই:

$(z - 1) - z + z = 3$

$\Rightarrow z = 4$

$z = 4$ হলে, **(ii)** হতে পাই $y = 4$ এবং **(iii)** হতে পাই $x = 4 - 1 = 3$

$\therefore x = 3, y = 4, z = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় ভেক্টর $\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$

২. ধরি, চতুর্থ শীর্ষবিন্দু $D(x, y, z)$।

চতুস্তলকের ভরকেন্দ্রের সূত্রানুসারে, $\left(\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}, \frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4}, \frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4}\right) = (0, 0, 0)$

$\therefore \frac{1-1+2+x}{4} = 0 \Rightarrow x = -2$

$\frac{2-1+1+y}{4} = 0 \Rightarrow y = -2$

$\frac{3+0-2+z}{4} = 0 \Rightarrow z = -1$

$\therefore$ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-2, -2, -1)$

চতুস্তলকের আয়তন $V = \frac{1}{6}|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}]|$

ভেক্টরগুলো নির্ণয় করি:

$\overrightarrow{AB} = -2\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$

$\overrightarrow{AC} = \hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$

$\overrightarrow{AD} = -3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$

স্কেলার ত্রিগুণন:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = \begin{vmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 1 & -1 & -5 \\ -3 & -4 & -4 \end{vmatrix}$$

$= -2(4 - 20) - (-3)(-4 - 15) + (-3)(-4 - 3)$

$= -2(-16) + 3(-19) - 3(-7)$

$= 32 - 57 + 21 = -4$

$\therefore$ আয়তন $V = \frac{1}{6}|-4| = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ঘন একক।

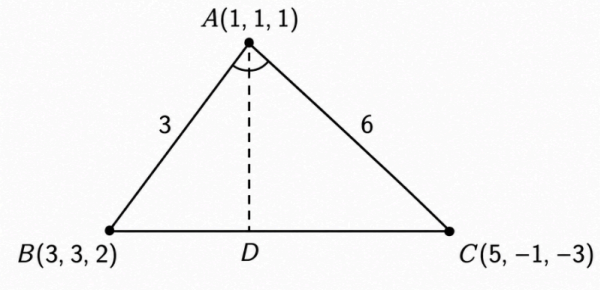
৩. প্রথমে $\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টর ও তাদের মান নির্ণয় করি:

$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$\therefore |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

$\overrightarrow{AC} = \vec{c} - \vec{a} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k}$

$\therefore |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = 6$




অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখণ্ডকের উপপাদ্য অনুসারে, D বিন্দু BC বাহুকে সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাতে বিভক্ত করে।

অর্থাৎ, $BD : DC = |\overrightarrow{AB}| : |\overrightarrow{AC}| = 3 : 6 = 1 : 2$

$\therefore$ D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর:

$\vec{d} = \frac{2\vec{b}+1\vec{c}}{1+2} = \frac{2(3\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})+(5\hat{i}-\hat{j}-3\hat{k})}{3} = \frac{11\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}}{3}$

এখন, $\overrightarrow{AD} = \vec{d} - \vec{a} = \frac{8}{3}\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} - \frac{2}{3}\hat{k}$

$\therefore |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(\frac{8}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2 + (-\frac{2}{3})^2} = \sqrt{\frac{64+4+4}{9}} = 2\sqrt{2}$ একক

৪. যেহেতু $\vec{v}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ এর সমতলীয়, তাই এটিকে এদের লিনিয়ার কম্বিনেশন হিসেবে লেখা যায়:

$\vec{v} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \alpha\hat{i} + (\alpha + \beta)\hat{j} + \beta\hat{k}$

ভেক্টরটি z-অক্ষের সাথে $\gamma = 45°$ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore \vec{v} \cdot \hat{k} = |\vec{v}| \cos 45°$

$\Rightarrow \beta = (5\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}) \Rightarrow \beta = 5$

দেওয়া আছে, $|\vec{v}| = 5\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + (\alpha + \beta)^2 + \beta^2} = 5\sqrt{2}$

বর্গ করে এবং $\beta = 5$ বসিয়ে পাই:

$\alpha^2 + (\alpha + 5)^2 + 25 = 50$

$\Rightarrow 2\alpha^2 + 10\alpha = 0 \Rightarrow 2\alpha(\alpha + 5) = 0$

$\therefore \alpha = 0$ অথবা $\alpha = -5$

$\alpha = 0$ হলে, $\vec{v} = 5\hat{j} + 5\hat{k}$

$\alpha = -5$ হলে, $\vec{v} = -5\hat{i} + 5\hat{k}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভেক্টরটি হলো $5\hat{j} + 5\hat{k}$ অথবা $-5\hat{i} + 5\hat{k}$

**৫.** প্রদত্ত সরলরেখা L এর দিক নির্দেশক ভেক্টর, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$

প্রদত্ত সমতল $\Pi$ এর অভিলম্ব ভেক্টর, $\vec{n} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

ধাপ **১:** রেখা ও সমতলের ছেদবিন্দু নির্ণয়

$x = 1 + 2t, \quad y = -1 - t, \quad z = 3 + 4t$

বিন্দুটি সমতলে অবস্থিত হলে:

$(1 + 2t) + 2(-1 - t) + (3 + 4t) = 6$

$\Rightarrow 4t + 2 = 6 \Rightarrow t = 1$

ছেদবিন্দু $P = (3, -2, 7)$

ধাপ **২:** অভিক্ষেপ রেখার দিক ভেক্টর নির্ণয়

অভিক্ষেপ রেখার দিক ভেক্টর, $\vec{v} = \vec{n} \times (\vec{b} \times \vec{n})$

$$\vec{b} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -9\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{v} = \vec{n} \times (\vec{b} \times \vec{n}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ -9 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 8\hat{i} - 14\hat{j} + 20\hat{k}$$

সরলীকৃত দিক ভেক্টর, $\vec{d} = 4\hat{i} - 7\hat{j} + 10\hat{k}$

ধাপ **৩:** অভিক্ষেপ রেখার সমীকরণ

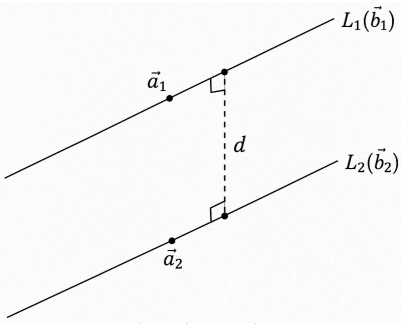
$\therefore$ অভিক্ষেপ রেখার সমীকরণ: $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z-7}{10}$

**৬.** $\vec{a}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

$\vec{a}_2 = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b}_2 = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

উভয় রেখার ওপর লম্ব ভেক্টর, $\vec{n} = \vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -3\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$

সরলীকৃত লম্ব ভেক্টর, $\vec{m} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $|\vec{m}| = \sqrt{3}$




$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$

ন্যূনতম দূরত্ব, $d = \frac{|(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot \vec{m}|}{|\vec{m}|} = \frac{|1-1+4|}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ন্যূনতম দূরত্ব $\frac{4}{\sqrt{3}}$ একক।

**৭.** যেহেতু $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ পরস্পর লম্ব একক ভেক্টর, এরা $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ এর মতো একটি অর্থোগোনাল ভিত্তি তৈরি করে।
$\hat{u} \times \hat{v} = \hat{w}$, $\hat{v} \times \hat{w} = \hat{u}$, $\hat{w} \times \hat{u} = \hat{v}$
$\vec{A} \times \hat{u} = c\hat{v} - b\hat{w}$
$\vec{A} \times \hat{v} = a\hat{w} - c\hat{u}$
$\vec{A} \times \hat{w} = -a\hat{v} + b\hat{u}$
সবগুলো যোগ করে পাই:
$\vec{B} = (b-c)\hat{u} + (c-a)\hat{v} + (a-b)\hat{w}$
যেহেতু $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ পরস্পর লম্ব একক ভেক্টর, তাই:
$|\vec{B}| = \sqrt{(b-c)^2 + (c-a)^2 + (a-b)^2}$

**৮.** প্রদত্ত দ্বিপদী: $(2x - \frac{1}{2x^2})^{15}$
সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{15}{r}(2x)^{15-r}(-\frac{1}{2x^2})^r = \binom{15}{r}(-1)^r 2^{15-2r} x^{15-3r}$
পদটি $x$ বর্জিত হওয়ার শর্তানুসারে, $x$ এর ঘাত শূন্য হবে।
$\therefore 15 - 3r = 0 \Rightarrow r = 5$
সুতরাং, ৬ষ্ঠ পদটি $x$ বর্জিত পদ।
$x$ বর্জিত পদের মান $= \binom{15}{5}(-1)^5 2^{15-2(5)} = -3003 \times 32 = -96096$
$\therefore x$ বর্জিত পদটি ৬ষ্ঠ পদ এবং এর মান $-96096$

**৯.** আমরা জানি, $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r}x^r$
২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদের সহগগুলো হলো যথাক্রমে $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$ এবং $\binom{n}{3}$
যেহেতু সহগগুলো সমান্তর প্রগমনে আছে, তাই: $2 \cdot \binom{n}{2} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3}$
$\Rightarrow n(n-1) = n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$
যেহেতু $n \geq 3$, উভয়পক্ষকে $n$ দ্বারা ভাগ করে পাই:
$n - 1 = 1 + \frac{(n-1)(n-2)}{6}$
$\Rightarrow 6n - 6 = n^2 - 3n + 8$
$\Rightarrow n^2 - 9n + 14 = 0 \Rightarrow (n-7)(n-2) = 0$
$\therefore n = 7$ অথবা $n = 2$
কিন্তু $n \geq 3$ হওয়ায়, $n = 2$ গ্রহণযোগ্য নয়।
$\therefore n$ এর নির্ণেয় মান 7

**১০.** প্রদত্ত রাশি: $(1 + (-2x + 3x^2))^5$
দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $x^3$ ঘাত পর্যন্ত বিস্তৃত করি:
$= 1 + 5(-2x + 3x^2) + 10(-2x + 3x^2)^2 + 10(-2x + 3x^2)^3 + \ldots$
১ম অংশ: এতে $x^3$ এর কোনো পদ নেই।
২য় অংশ: $10(-2x + 3x^2)^2 = 10(4x^2 - 12x^3 + 9x^4)$, এখান থেকে $x^3$ এর পদ $= -120x^3$
৩য় অংশ: $10(-2x + 3x^2)^3$ এ $(-2x)^3 = -8x^3$ পদ থেকে $x^3$ এর পদ $= -80x^3$
মোট $x^3$ এর পদ $= -120x^3 - 80x^3 = -200x^3$
$\therefore x^3$ এর সহগ $-200$

**১১.** প্রদত্ত ধারাটিকে $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dots$ এর সাথে তুলনা করি।

**১ম পদ:** $nx = \frac{1}{2}$ **.....(i)**

**২য় পদ:** $\frac{n(n-1)}{2!}x^2 = \frac{5}{24}$ **.....(ii)**

**(i)** থেকে $x = \frac{1}{2n}$। এই মান **(ii)** তে বসিয়ে পাই:

$\frac{n-1}{8n} = \frac{5}{24} \Rightarrow 24(n-1) = 40n \Rightarrow n = -\frac{3}{2}$

n এর মান **(i)** নং এ বসালে: $x = -\frac{1}{3}$

$\therefore S = (1+x)^n = (1-\frac{1}{3})^{-3/2} = (\frac{2}{3})^{-3/2} = (\frac{3}{2})^{3/2} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

**১২.** সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{15}{r}3^r x^r$

$x^r$ এর সহগ $= \binom{15}{r}3^r$, $x^{r+1}$ এর সহগ $= \binom{15}{r+1}3^{r+1}$

প্রশ্নমতে, $\binom{15}{r}3^r = \binom{15}{r+1}3^{r+1}$

$\Rightarrow \binom{15}{r} = 3 \cdot \binom{15}{r+1}$

$\Rightarrow \frac{1}{15-r} = \frac{3}{r+1}$

$\Rightarrow r + 1 = 45 - 3r$

$\Rightarrow 4r = 44 \Rightarrow r = 11$

$\therefore$ r এর নির্ণেয় মান 11

**১৩.** প্রদত্ত দ্বিপদী: $(3-2x)^8 = 3^8(1-\frac{2x}{3})^8$

বৃহত্তম পদের শর্ত: $\frac{n-r+1}{r}|y| \geq 1$, এখানে $n = 8$, $|y| = \frac{2}{3}$

$\frac{9-r}{r} \cdot \frac{2}{3} \geq 1 \Rightarrow 18 - 2r \geq 3r \Rightarrow r \leq 3.6$

যেহেতু r পূর্ণসংখ্যা, তাই $r = 3$, অর্থাৎ বৃহত্তম পদটি 4র্থ পদ।

$T_4 = \binom{8}{3}3^{8-3}(-2)^3 = 56 \times 243 \times (-8) = -108864$

$\therefore$ সাংখ্যিক মান অনুযায়ী বৃহত্তম পদটি ৪র্থ পদ এবং এর সাংখ্যিক মান 108864

**১৪.** দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে: $(1-x)^n = C_0 - C_1x + C_2x^2 - C_3x^3 + \dots + (-1)^n C_n x^n$

উভয়পক্ষকে x এর সাপেক্ষে 0 থেকে 1 সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে পাই:

বামপক্ষ: $\int_0^1 (1-x)^n dx = [\frac{(1-x)^{n+1}}{-(n+1)}]_0^1 = \frac{1}{n+1}$

ডানপক্ষ: $[C_0x - C_1\frac{x^2}{2} + C_2\frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^n C_n \frac{x^{n+1}}{n+1}]_0^1$

$x = 1$ বসালে: $C_0 - \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} - \frac{C_3}{4} + \dots + (-1)^n \frac{C_n}{n+1}$

$x = 0$ বসালে মান শূন্য।

উভয়পক্ষের মান সমান করে পাই:

$C_0 - \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} - \frac{C_3}{4} + \dots + (-1)^n \frac{C_n}{n+1} = \frac{1}{n+1}$ **(প্রমাণিত)**

**১৫.** আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করি: $\frac{1}{(1-x)(3-x)} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{3-x}$

$1 = A(3-x) + B(1-x)$

$x = 1$: $2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

$x = 3$: $-2B = 1 \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$

রাশিটি হলো: $\frac{1}{2}(1-x)^{-1} - \frac{1}{6}(1-\frac{x}{3})^{-1}$

$(1-x)^{-1}$ এ $x^n$ এর সহগ 1, এবং $(1-\frac{x}{3})^{-1}$ এ $x^n$ এর সহগ $\frac{1}{3^n}$

সম্পূর্ণ রাশিতে $x^n$ এর সহগ $= \frac{1}{2} - \frac{1}{6\cdot 3^n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\cdot 3^{n+1}} = \frac{1}{2}[1 - \frac{1}{3^{n+1}}]$ **(প্রমাণিত)**

**১৬.** বিস্তৃতিতে বিজোড় ও জোড় স্থানীয় পদগুলোর সহগের সমষ্টি পরস্পর সমান হয় এবং প্রত্যেকের মান $2^{n-1}$।
প্রশ্নমতে, $2^{n-1} = 512 = 2^9$
$\Rightarrow n - 1 = 9 \Rightarrow n = 10$
যেহেতু $n = 10$ জোড় সংখ্যা, তাই মোট পদসংখ্যা 11 (বিজোড়)।
সুতরাং মধ্যপদ একটি এবং তা $(\frac{10}{2} + 1)$ তম বা ৬ষ্ঠ পদ।
$T_6 = \binom{10}{5}x^5 = 252x^5$
$\therefore$ n এর মান 10 এবং মধ্যপদটি হলো $252x^5$

**১৭.** প্রদত্ত রাশি: $(1+x)^p(1+\frac{1}{x})^q = (1+x)^p\frac{(x+1)^q}{x^q} = \frac{(1+x)^{p+q}}{x^q}$
এই রাশিতে x বর্জিত পদ ($x^0$ এর সহগ) পেতে হলে $(1+x)^{p+q}$ এর বিস্তৃতি থেকে $x^q$ এর সহগটি নিতে হবে, কারণ $x^q \times \frac{1}{x^q} = 1$
আমরা জানি, $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $x^r$ এর সহগ $\binom{n}{r}$
সুতরাং $(1+x)^{p+q}$ এর বিস্তৃতিতে $x^q$ এর সহগ $\binom{p+q}{q}$
$\therefore$ x বর্জিত পদের মান $\binom{p+q}{q}$ (প্রমাণিত)

**১৮.** ১ম অংশ: $\frac{x+1}{x^{2/3}-x^{1/3}+1} = \frac{(x^{1/3}+1)(x^{2/3}-x^{1/3}+1)}{x^{2/3}-x^{1/3}+1} = x^{1/3} + 1$
২য় অংশ: $\frac{x-1}{x-x^{1/2}} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = 1 + x^{-1/2}$
সম্পূর্ণ রাশিটি দাঁড়ায়: $(x^{1/3} + 1 - 1 - x^{-1/2})^{15} = (x^{1/3} - x^{-1/2})^{15}$
সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{15}{r}(-1)^r x^{\frac{15-r}{3}-\frac{r}{2}}$
x বর্জিত হওয়ার শর্ত: $\frac{15-r}{3} - \frac{r}{2} = 0 \Rightarrow 30 - 5r = 0 \Rightarrow r = 6$
$\therefore$ বর্জিত পদের মান $= \binom{15}{6}(-1)^6 = 5005$

**১৯.** $x = 1$ বসালে ১ম রাশির সহগসমূহের সমষ্টি: $S_1 = (\alpha - 2 + 1)^{35} = (\alpha - 1)^{35}$
$x = 1, y = 1$ বসালে ২য় রাশির সহগসমূহের সমষ্টি: $S_2 = (1 - \alpha)^{35}$
প্রশ্নমতে, $S_1 = S_2 \Rightarrow (\alpha - 1)^{35} = (1 - \alpha)^{35}$
যেহেতু ঘাত 35 বিজোড়, তাই $(1 - \alpha)^{35} = -(\alpha - 1)^{35}$
$\Rightarrow (\alpha - 1)^{35} = -(\alpha - 1)^{35} \Rightarrow 2(\alpha - 1)^{35} = 0 \Rightarrow \alpha = 1$
$\therefore$ $\alpha$ এর নির্ণেয় মান 1

**২০.** আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করি: $\frac{1}{(1-x)(1-2x)} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{1-2x}$
$1 = A(1 - 2x) + B(1 - x)$
$x = 1$: $-A = 1 \Rightarrow A = -1$
$x = \frac{1}{2}$: $\frac{1}{2}B = 1 \Rightarrow B = 2$
রাশিটি হলো: $2(1 - 2x)^{-1} - (1 - x)^{-1}$
$(1 - 2x)^{-1}$ এ $x^n$ এর সহগ $2^n$, এবং $(1 - x)^{-1}$ এ $x^n$ এর সহগ 1
সম্পূর্ণ রাশিতে $x^n$ এর সহগ $= 2(2^n) - 1 = 2^{n+1} - 1$
$\therefore$ নির্ণেয় সহগ $2^{n+1} - 1$

## Physics

২০০ নম্বর

**২১.** মুক্তিবেগ, $v = \sqrt{2gR}$
আবার, $g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$
সুতরাং, $v = \sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho R^2}$
অতএব, $v \propto R\sqrt{\rho}$
প্রশ্নমতে, $\frac{v_p}{v_e} = \frac{R_p}{R_e}\sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_e}} = 3\sqrt{2}$
সুতরাং, $v_p = 11.2 \times 3\sqrt{2}\,\text{kms}^{-1}$
অতএব, $v_p \approx 47.52\,\text{kms}^{-1}$

**২২.** তিনটি ভরের মধ্যে মোট ৩টি জোড়া থাকবে, তাই মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি, $U = -\frac{3GM^2}{r}$

এখানে, $M = 1000\,\text{kg}$, $r_1 = 2\,\text{m}$

প্রাথমিক বিভব শক্তি, $U_i = -\frac{3\times6.67\times10^{-11}\times(1000)^2}{2} = -1.0005\times10^{-4}\,\text{J}$

চূড়ান্ত অবস্থায়, $r_2 = 4\,\text{m}$

$U_f = -\frac{3\times6.67\times10^{-11}\times(1000)^2}{4} = -5.0025\times10^{-5}\,\text{J}$

বাহ্যিক বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = U_f - U_i = -5.0025\times10^{-5} - (-1.0005\times10^{-4})$

অতএব, $W = 5.0025\times10^{-5}\,\text{J}$

**২৩.** বস্তুটি স্থির অবস্থায় শুরু করে, তাই মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = U(0.5) = 4(0.5)^2 - (0.5)^4 = 1 - 0.0625 = 0.9375\,\text{J}$

বিভব শক্তির চরম মানের জন্য, $\frac{dU}{dx} = 8x - 4x^3 = 0$

অতএব, $x = 0$ অথবা $x = \sqrt{2}$

এখানে, $U(0) = 0\,\text{J}$ **(স্থানীয় ন্যূনতম)** এবং $U(\sqrt{2}) = 4(2) - 4 = 4\,\text{J}$ **(স্থানীয় সর্বোচ্চ)**

যেহেতু মোট শক্তি মাত্র $0.9375\,\text{J}$, তাই কণাটি $x = \sqrt{2}$ পর্যন্ত পৌঁছাতে পারবে না; এটি $x = 0.5\,\text{m}$ থেকে $x = 0$ এর দিকে দোদুল্যমান হবে, যেখানে বিভব শক্তি সর্বনিম্ন।

শক্তি সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী, সর্বোচ্চ গতিশক্তি $K_{max} = E - U_{min} = 0.9375 - 0$

অতএব, $K_{max} = 0.9375\,\text{J}$

**২৪.** কুয়ার মোট আয়তন, $V = \pi R^2 h = \pi(3)^2(15) = 135\pi \approx 424.115\,\text{m}^3$

মোট পানির ভর, $M = \rho V = 1000\times424.115 = 424115\,\text{kg}$

মোটরের ইনপুট ক্ষমতা, $P_{in} = 5\times746 = 3730\,\text{W}$

কার্যকর ক্ষমতা, $P_{eff} = 0.6\times3730 = 2238\,\text{W}$

পানি উপরের প্রান্ত দিয়ে তোলা হয়, তাই প্রথম অর্ধেক **(উপরের অর্ধেক)** পানির ভরকেন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে $\frac{h}{4} = 3.75\,\text{m}$ গভীরে এবং দ্বিতীয় অর্ধেক **(নিচের অর্ধেক)** পানির ভরকেন্দ্র $\frac{3h}{4} = 11.25\,\text{m}$ গভীরে থাকে।

অর্ধেক পানির ভর, $m = \frac{M}{2} = 212057.5\,\text{kg}$

প্রথম অর্ধেক তুলতে কাজ, $W_1 = mg\times3.75 = 212057.5\times9.8\times3.75 \approx 7.793\times10^6\,\text{J}$

$T_1 = \frac{W_1}{P_{eff}} = \frac{7.793\times10^6}{2238} \approx 3482.2\,\text{s} \approx 58.04\,\text{min}$

দ্বিতীয় অর্ধেক তুলতে কাজ, $W_2 = mg\times11.25 = 212057.5\times9.8\times11.25 \approx 2.338\times10^7\,\text{J}$

$T_2 = \frac{W_2}{P_{eff}} = \frac{2.338\times10^7}{2238} \approx 10447.0\,\text{s} \approx 174.12\,\text{min}$

মোট সময়, $T_1 + T_2 \approx 232.16\,\text{min}$

অনুপাত, $T_1 : T_2 = 3.75 : 11.25 = 1 : 3$

**২৫.** $30°$ অক্ষাংশে কার্যকর মহাকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

ওজনহীনতার জন্য $g' = 0$, তাই $g = \omega^2 R\cos^2\lambda$

অতএব, $\omega = \sqrt{\frac{g}{R\cos^2\lambda}}$

এখানে, $\lambda = 30°$, $\cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, তাই $\cos^2 30° = \frac{3}{4}$

এবং $R = 6400\,\text{km} = 6.4\times10^6\,\text{m}$

সুতরাং, $\omega = \sqrt{\frac{9.8}{6.4\times10^6\times\frac{3}{4}}} = \sqrt{\frac{9.8}{4.8\times10^6}}$

অতএব, $\omega \approx 1.428\times10^{-3}\,\text{rads}^{-1}$

**২৬.** শক্তি সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী, $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_E m}{5R} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GM_E m}{R}$
উভয় পাশে $m$ দিয়ে ভাগ করে, $v_2^2 = v_1^2 + 2GM_E\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{5R}\right) = v_1^2 + \frac{8GM_E}{5R}$
এখানে, $v_1 = 2000\,ms^{-1}$, $R = 6.4 \times 10^6\,m$, $G = 6.67 \times 10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}$
প্রথমে, $\frac{GM_E}{R} = \frac{6.67\times10^{-11}\times5.97\times10^{24}}{6.4\times10^6} \approx 6.222 \times 10^7\,m^2s^{-2}$
তাই, $\frac{8GM_E}{5R} \approx 9.956 \times 10^7\,m^2s^{-2}$
অতএব, $v_2^2 = (2000)^2 + 9.956 \times 10^7 \approx 1.0356 \times 10^8$
$v_2 \approx 10176\,ms^{-1}$
ভূপৃষ্ঠে আঘাত করার ঠিক আগের বেগ $\approx 10.18\,kms^{-1}$

**২৭.** চাপ, $P = \rho_{Hg}gh = 13600 \times 9.8 \times 0.12 \approx 15993.6\,Pa$
প্রতি স্পন্দনে রক্তের আয়তন, $V = 75\,cm^3 = 75 \times 10^{-6}\,m^3$
চাপ-আয়তন কাজ, $W_P = PV = 15993.6 \times 75 \times 10^{-6} \approx 1.1995\,J$
প্রতি স্পন্দনে রক্তের ভর, $m = \rho_{blood}V = 1050 \times 75 \times 10^{-6} = 0.07875\,kg$
রক্তের বেগ, $v = 30\,cms^{-1} = 0.3\,ms^{-1}$
প্রতি স্পন্দনে গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.07875)(0.3)^2 \approx 0.003544\,J$
প্রতি স্পন্দনে মোট শক্তি, $E = W_P + K \approx 1.1995 + 0.003544 \approx 1.2031\,J$
প্রতি সেকেন্ডে স্পন্দন সংখ্যা $= \frac{72}{60} = 1.2\,s^{-1}$
গড় ক্ষমতা, $P_{avg} = E \times 1.2 \approx 1.2031 \times 1.2$
অতএব, $P_{avg} \approx 1.44\,W$

**২৮.** প্রতিবার আঘাতের পর অবশিষ্ট শক্তি $= 64\% = 0.64$
যেহেতু বিভব শক্তি উচ্চতার সমানুপাতিক, তাই উচ্চতার অনুপাত $r = 0.64$ প্রতিটি বাউন্সে।
প্রাথমিক উচ্চতা, $h_0 = 20\,m$; উচ্চতাগুলো: $h_0, h_0r, h_0r^2, \ldots$
মোট দূরত্ব, $D = h_0 + 2h_0\sum_{n=1}^{\infty} r^n = h_0 + \frac{2h_0r}{1-r}$
$D = 20 + \frac{2\times20\times0.64}{0.36} = 20 + 71.11$
অতএব, $D \approx 91.11\,m$
প্রথমবার পড়ার সময়, $t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{40}{9.8}} \approx 2.0203\,s$
প্রতিটি বাউন্সের উচ্চতার অনুপাত $= r = 0.64$, তাই সময়ের অনুপাত (প্রতি বাউন্সে) $= \sqrt{r} = 0.8$
মোট সময়, $T = t_0 + 2t_0\sum_{n=1}^{\infty}(0.8)^n = t_0 + 2t_0\left(\frac{0.8}{0.2}\right) = t_0(1+8) = 9t_0$
$T = 9 \times 2.0203$
অতএব, $T \approx 18.18\,s$

**২৯.** বৃত্তাকার কক্ষপথে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = -\frac{GM_E m}{2r}$
প্রাথমিক কক্ষপথের জন্য $(r_1 = 2R)$, $E_1 = -\frac{GM_E m}{4R}$
চূড়ান্ত কক্ষপথের জন্য $(r_2 = 4R)$, $E_2 = -\frac{GM_E m}{8R}$
প্রয়োজনীয় বাহ্যিক কাজ, $W = E_2 - E_1 = -\frac{GM_E m}{8R} - \left(-\frac{GM_E m}{4R}\right)$
অতএব, $W = \frac{GM_E m}{8R}$

**৩০.** শক্তি সংরক্ষণ ও ঘর্ষণ কাজ বিবেচনায়, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \mu mgx$

এখানে, $m = 5\,kg$, $v = 6\,ms^{-1}$, $k = 400\,Nm^{-1}$, $\mu = 0.2$

$\frac{1}{2}(5)(36) = \frac{1}{2}(400)x^2 + 0.2(5)(9.8)x$

$90 = 200x^2 + 9.8x$

$200x^2 + 9.8x - 90 = 0$

দ্বিঘাত সমীকরণের সূত্র অনুযায়ী, $x = \frac{-9.8 \pm \sqrt{(9.8)^2 + 4(200)(90)}}{2(200)}$

$x = \frac{-9.8 \pm \sqrt{72096.04}}{400} = \frac{-9.8 \pm 268.51}{400}$

ধনাত্মক মান গ্রহণ করে, $x = \frac{258.71}{400}$

অতএব, $x \approx 0.647\,m$ অথবা $64.7\,cm$

**৩১.** ধরি, M ভরের গ্রহ থেকে **neutral point**-এর দূরত্ব x। **Neutral point**-এ দুই মহাকর্ষীয় বল সমান:

$\frac{GMm}{x^2} = \frac{G(4M)m}{(d-x)^2}$

$(d-x)^2 = 4x^2 \Rightarrow d - x = 2x \Rightarrow x = \frac{d}{3}$

এখন বস্তুটিকে M ভরের গ্রহের দিকে y পরিমাণ ($y \ll d$) সরানো হলো। নতুন অবস্থান, $x' = \frac{d}{3} - y$

M ভরের গ্রহের আকর্ষণ, $F_1 = \frac{GMm}{\left(\frac{d}{3}-y\right)^2}$

4M ভরের গ্রহের আকর্ষণ, $F_2 = \frac{4GMm}{\left(\frac{2d}{3}+y\right)^2}$

লব্ধি বল (**M**-এর দিকে ধনাত্মক ধরে), $F = F_1 - F_2$

y খুবই ক্ষুদ্র বিধায় **binomial expansion** প্রয়োগ করে প্রথম-**order** পর্যন্ত রাখলে দেখা যায় যে, $F \propto +y$, অর্থাৎ লব্ধি বল সরণের দিকেই (**M** এর দিকেই) কাজ করে, সরণের বিপরীতে নয়।

**SHM**-এর শর্ত হলো পুনরুদ্ধারকারী বল $F = -ky$ (সরণের বিপরীতমুখী), কিন্তু এখানে $F = +ky$ পাওয়া যায়।

অতএব এই সাম্যাবস্থা **SHM** সৃষ্টি করে না; এটি একটি অস্থির সাম্যাবস্থা **(unstable equilibrium)**।

বস্তুটি সামান্য সরানো হলে তা আর **neutral point**-এ ফিরে আসবে না, বরং ক্রমাগত M ভরের গ্রহের দিকে ত্বরান্বিত হয়ে চলে যাবে।

**৩২.** বিষুবরেখায় রৈখিক বেগ, $v_E = \omega R$

$\lambda$ অক্ষাংশে রৈখিক বেগ, $v_\lambda = \omega R \cos\lambda$

প্রশ্নমতে, $v_\lambda = \frac{1}{2}v_E \Rightarrow \cos\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = 60°$

কার্যকর মহাকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

পৃথিবীর জন্য, $\omega \approx 7.27 \times 10^{-5}\,rads^{-1}$, $R = 6.4 \times 10^6\,m$

$\omega^2 R \approx 0.0338\,ms^{-2}$

$\cos^2 60° = \frac{1}{4}$

$g' = 9.8 - 0.0338 \times \frac{1}{4} = 9.8 - 0.00845$

অতএব, $g' \approx 9.79\,ms^{-2}$

**৩৩.** দুই-ভরবিশিষ্ট সিস্টেমের জন্য, $T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{G(m_1+m_2)}}$

এখানে, $m_1 = 3 \times 10^{30}\,kg$, $m_2 = 6 \times 10^{30}\,kg$, $d = 10^{12}\,m$

$m_1 + m_2 = 9 \times 10^{30}\,kg$

$G(m_1 + m_2) = 6.67 \times 10^{-11} \times 9 \times 10^{30} = 6.003 \times 10^{20}$

$\frac{d^3}{G(m_1+m_2)} = \frac{10^{36}}{6.003\times10^{20}} \approx 1.666 \times 10^{15}$

$T = 2\pi\sqrt{1.666 \times 10^{15}} = 2\pi \times 4.082 \times 10^7$

অতএব, $T \approx 2.56 \times 10^8\,s$

বছরে রূপান্তর করলে, $T \approx 8.13$ বছর

**৩৪.** বেগ, $v(t) = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 6t$

$t = 0$ তে, $v(0) = 0\,ms^{-1}$

$t = 2\,s$ তে, $v(2) = 6(2)^2 - 6(2) = 24 - 12 = 12\,ms^{-1}$

কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী, $W = \frac{1}{2}m\left(v(2)^2 - v(0)^2\right) = \frac{1}{2}(3)(144 - 0)$

অতএব, $W = 216\,J$

**৩৫.** আবর্তনকাল, $T = 24\,hr = 86400\,s$

বৃত্তাকার কক্ষপথের জন্য, $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_E}$, অতএব $r^3 = \frac{GM_E T^2}{4\pi^2}$

এখানে, $G = 6.67 \times 10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}$, $M_E = 5.97 \times 10^{24}\,kg$

$GM_E \approx 3.982 \times 10^{14}$

$r^3 = \frac{3.982\times10^{14}\times(86400)^2}{4\pi^2} \approx 7.53 \times 10^{22}$

$r \approx 4.226 \times 10^7\,m$

ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h = r - R_E \approx 4.226 \times 10^7 - 6.378 \times 10^6$

অতএব, $h \approx 3.585 \times 10^7\,m \approx 35850\,km$

রৈখিক বেগ, $v = \omega r = \frac{2\pi}{T}r = \frac{2\pi}{86400} \times 4.226 \times 10^7$

অতএব, $v \approx 3073\,ms^{-1} \approx 3.07\,kms^{-1}$

**৩৬.** পৃথিবীতে শক্তি সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী, $KE_1 = mgh_1 \Rightarrow mg = \frac{200}{0.5} = 400\,N$

নতুন গ্রহে মহাকর্ষীয় ত্বরণ $g' = \frac{g}{3}$, তাই ওজন $mg' = \frac{mg}{3} = \frac{400}{3}\,N$

নতুন গ্রহে, $KE_2 = mg'h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{KE_2}{mg'} = \frac{300}{\frac{400}{3}} = \frac{300\times3}{400}$

অতএব, $h_2 = 2.25\,m$

**৩৭.** বর্গের কেন্দ্র থেকে প্রতিটি কোণের দূরত্ব, $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$

কেন্দ্রে থাকা কণার বিভব শক্তি (চারটি ভরের কারণে), $U_i = -\frac{4GMm}{r} = -\frac{4GMm}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = -\frac{4\sqrt{2}\,GMm}{a}$

অসীম দূরত্বে, $U_f = 0$ এবং ন্যূনতম **escape velocity**-এর ক্ষেত্রে $K_f = 0$

শক্তি সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী, $K_i + U_i = K_f + U_f$

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{4\sqrt{2}\,GMm}{a} = 0$

$m$ বাদ দিয়ে, $v^2 = \frac{8\sqrt{2}\,GM}{a}$

অতএব, $v = \sqrt{\frac{8\sqrt{2}\,GM}{a}}$

**৩৮.** সুষম গোলকের অভ্যন্তরে কেন্দ্র থেকে $r$ দূরত্বে মহাকর্ষীয় বল সর্বদা কেন্দ্রমুখী এবং এর মান, $F(r) = \frac{GM_E r}{R^3}$

সুড়ঙ্গের মধ্যবিন্দু (কেন্দ্র থেকে লম্ব পাদবিন্দু) থেকে কণার সরণ $s$ ধরলে, কণার কেন্দ্র থেকে দূরত্ব $r = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + s^2}$

সুড়ঙ্গ বরাবর বলের উপাংশ, $F_s = F(r) \times \frac{s}{r} = \frac{GM_E r}{R^3} \times \frac{s}{r} = \frac{GM_E}{R^3}s$

এই উপাংশ লম্ব দূরত্বের উপর নির্ভর করে না এবং সর্বদা $s$-এর বিপরীতমুখী:

$F_s = -\frac{GM_E}{R^3}s = -m\omega^2 s$, যেখানে $\omega^2 = \frac{GM_E}{R^3}$

যেহেতু $g = \frac{GM_E}{R^2}$, তাই $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$

এটি সরল ছন্দিত স্পন্দনের ($F = -m\omega^2 s$) সমীকরণের অনুরূপ, তাই কণাটির গতি **SHM**।

কণাটি সুড়ঙ্গের এক চরম বিস্তার থেকে বিপরীত চরম বিস্তারে পৌঁছাতে অর্ধেক পর্যায়কাল সময় নেয়।

পূর্ণ পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega}$, তাই কাঙ্ক্ষিত সময়, $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$

অতএব, $t = \pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ (এই সময় সুড়ঙ্গের লম্ব দূরত্বের উপর নির্ভর করে না)

**৩৯.** ধরি, শঙ্কুর শীর্ষবিন্দু (নিচের **apex**) থেকে $y$ উচ্চতায় $dy$ পুরুত্বের একটি পাতলা তরল স্তর নেওয়া হলো।
সদৃশ ত্রিভুজ থেকে, স্তরটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{6}y = \frac{y}{3}$
পাতলা স্তরটির আয়তন, $dV = \pi r^2\,dy = \pi\left(\frac{y}{3}\right)^2 dy = \frac{\pi y^2}{9}\,dy$
তরল স্তরটির ভর, $dm = \rho\,dV = 1200 \times \frac{\pi y^2}{9}\,dy = \frac{400\pi}{3}y^2\,dy$
এই স্তরটিকে ট্যাংকের উপরের প্রান্তে ($y = 6$) তুলতে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (6 - y)$
ক্ষুদ্র কাজ, $dW = dm \cdot g \cdot (6 - y) = \frac{400\pi}{3}(9.8)\,y^2(6 - y)\,dy$
মোট কাজ, $W = \frac{400\pi \times 9.8}{3}\int_0^6 y^2(6 - y)\,dy$
সমাকলন করে, $\int_0^6 (6y^2 - y^3)\,dy = \left[2y^3 - \frac{y^4}{4}\right]_0^6 = 2(216) - \frac{1296}{4} = 432 - 324 = 108$
তাই, $W = \frac{400\pi \times 9.8}{3} \times 108 \approx 4104.87 \times 108$
অতএব, $W \approx 4.43 \times 10^5$ J

**৪০.** বিস্ফোরণের পূর্বে বৃত্তাকার কক্ষপথে, $r_1 = R_0$, স্পর্শকীয় বেগ $v_t = V_0$, ব্যাসার্ধমুখী বেগ $v_r = 0$, এবং $V_0^2 = \frac{GM_E}{R_0}$
বিস্ফোরণের পর, $r = R_0$ তে $v_t = V_0$ (অপরিবর্তিত) এবং $v_r = \frac{V_0}{2}$
মোট বেগের বর্গ, $v^2 = v_t^2 + v_r^2 = V_0^2 + \frac{V_0^2}{4} = \frac{5V_0^2}{4}$
একক ভরের শক্তি, $\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM_E}{R_0} = \frac{5V_0^2}{8} - V_0^2 = -\frac{3V_0^2}{8}$
কৌণিক ভরবেগ (একক ভরের), শুধুমাত্র স্পর্শকীয় বেগের অবদান থাকে: $h = R_0V_0$
**Apogee** ($r = r_a$) তে ব্যাসার্ধমুখী বেগ শূন্য, তাই $v_a = \frac{h}{r_a} = \frac{R_0V_0}{r_a}$
শক্তি সংরক্ষণ থেকে, $\frac{1}{2}\left(\frac{R_0V_0}{r_a}\right)^2 - \frac{GM_E}{r_a} = -\frac{3V_0^2}{8}$
$GM_E = V_0^2R_0$ প্রতিস্থাপন করে এবং উভয় পাশে $V_0^2$ দিয়ে ভাগ করে, $u = \frac{R_0}{r_a}$ ধরলে:
$\frac{1}{2}u^2 - u = -\frac{3}{8}$
$4u^2 - 8u + 3 = 0$
$u = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{8} = \frac{8 \pm 4}{8}$
অতএব, $u = 1.5$ অথবা $u = 0.5$
$u = 1.5$ থেকে $r = \frac{R_0}{1.5} = \frac{2R_0}{3}$ (**perigee**, ছোট মান), এবং $u = 0.5$ থেকে $r_a = \frac{R_0}{0.5} = 2R_0$ (**apogee**, বড় মান)
নতুন উপবৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে উপগ্রহটির সর্বোচ্চ দূরত্ব (**Apogee**) $= 2R_0$

## Chemistry

২০০ নম্বর

**৪১.** বোর এর **quantization** ও দ্য ব্রগলি সম্পর্ক থেকে, $2\pi r = n\lambda$
প্রশ্নমতে, $\lambda = \frac{2\pi r}{5}$
তাই, $2\pi r = n\frac{2\pi r}{5}$
অতএব, $n = 5$
ব্যাসার্ধ, $r_5 = 0.529(5)^2 = 13.225\,\text{Å}$
$n = 5$-এ শক্তি, $E_5 = -\frac{13.6}{25} = -0.544$ eV
সেখান থেকে অসীমে নিতে প্রয়োজনীয় শক্তি $0.544$ eV।

**৪২.** বোর মডেল ইলেকট্রনকে মূলত নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধের স্থির বৃত্তাকার কক্ষপথে চলমান কণা হিসেবে বিবেচনা করে।
কিন্তু দ্য ব্রগলি এর মতে ইলেকট্রনের তরঙ্গ ধর্ম রয়েছে, $\lambda = \frac{h}{mv}$।
কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান মডেলে ইলেকট্রনের যথাযথ পথ নির্দিষ্ট করা হয় না। শ্রোডিঙার এর তরঙ্গ অপেক্ষক $\psi$ ব্যবহার করে ইলেকট্রনের অবস্থানের সম্ভাব্যতা বর্ণনা করা হয় এবং $|\psi|^2$ কোনো অঞ্চলে ইলেকট্রন পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্দেশ করে। তাই কক্ষপথ হলো নির্দিষ্ট **trajectory**, কিন্তু অরবিটাল হলো নিউক্লিয়াসের চারপাশের এমন ত্রিমাত্রিক অঞ্চল যেখানে ইলেকট্রন পাওয়ার সম্ভাবনা বেশি। কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান এর দৃষ্টিতে সুনির্দিষ্টভাবে সংজ্ঞায়িত বৃত্তাকার পথ এর ধারণা উপযুক্ত নয়।

**৪৩.** সমস্থানিক এ পারমাণবিক সংখ্যা একই কিন্তু ভরসংখ্যা ভিন্ন।
**A, B, D**-এর প্রত্যেকের Z = 6, তাই এদের মধ্যে গঠিত জোড়া গুলো (A-B, A-D, B-D) সমস্থানিক।
সমভারী এর ভরসংখ্যা একই কিন্তু পারমাণবিক সংখ্যা ভিন্ন।
$^{14}_{7}C$ ও $^{14}_{6}D$-এর ভরসংখ্যা উভয়ই 14, তাই এরা সমভারী।
নিউট্রন সংখ্যা, $N = A - Z$
**A:** $12 - 6 = 6$
**B:** $13 - 6 = 7$
**C:** $14 - 7 = 7$
**D:** $14 - 6 = 8$
তাই **B** এবং **C**-এর নিউট্রন সংখ্যা উভয়ই 7। সুতরাং **B** ও **C** আইসোটোন।

**৪৪.** প্রস্তাবটি ভুল।
ফ্লুরোসেন্ট নিরাপত্তা **ink** সাধারণত **UV** বিকিরণ শোষণ করে দৃশ্যমান **fluorescence** সৃষ্টি করে। তাই জাল নোট বা **passport**-এর নিরাপত্তা চিহ্ন পরীক্ষায় **UV** উপযুক্ত।
**IR** বিকিরণ এর বিভিন্ন অঞ্চল চিকিৎসা ও তাপীয়/নিদানমূলক প্রয়োগে ব্যবহৃত হতে পারে।
**MRI** শক্তিশালী **magnetic field** এবং **radio**-কম্পাঙ্ক তড়িৎচুম্বকীয় বিকিরণ ব্যবহার করে শরীরের অভ্যন্তরের কোমল কলা এর উচ্চমানের **image** তৈরি করে। এতে **X-ray**-এর মতো **ionizing** বিকিরণ ব্যবহৃত হয় না।
তাই উপযুক্ত মিল: নোটের নিরাপত্তা চিহ্ন পরীক্ষায় **UV;** নির্দিষ্ট তাপীয়/**IR** নিদানমূলক প্রয়োগে **IR;** কোমল কলা তথা **internal organ** চিত্রায়ণ এ **MRI** ব্যবহৃত হয়।

**৪৫.** **AgCl**-এর জন্য, $AgCl \rightleftharpoons Ag^+ + Cl^-$
যদি মোলার দ্রাব্যতা s হয়, $[Ag^+] = [Cl^-] = s$
তাই, $K_{sp} = s^2$
কিন্তু, $SrF_2 \rightleftharpoons Sr^{2+} + 2F^-$
তাই, $[Sr^{2+}] = s$, $[F^-] = 2s$
অতএব, $K_{sp} = s(2s)^2 = 4s^3$
যেহেতু ভিন্ন **stoichiometry**-এর লবণ এর ক্ষেত্রে $K_{sp}$ ও s-এর সম্পর্ক ভিন্ন ঘাত অনুসরণ করে, তাই সাংখ্যিক $K_{sp}$ সরাসরি দ্রাব্যতা এর সমানুপাতিক নয়। আগে $K_{sp}$-কে সংশ্লিষ্ট s-এর সাথে সম্পর্কিত করে তুলনা করতে হবে।

**৪৬.** 20°C-এ 100 g পানিতে **A** সর্বোচ্চ 10 g দ্রবীভূত থাকবে।
তাই **A** কেলাস: $40 - 10 = 30$ g
**B** সর্বোচ্চ 28 g দ্রবীভূত থাকবে।
তাই **B** কেলাস: $30 - 28 = 2$ g
মোট কেলাস: 32 g
**A**-এর শতকরা পরিমাণ: $\frac{30}{32} \times 100 = 93.75\%$
**B**-এর পরিমাণ: 6.25%
অতএব প্রথম **crop** প্রায় 93.75% **A**।
দ্বিতীয় পুনঃকেলাসন এ তাপমাত্রা নির্ভর দ্রাব্যতা পার্থক্য আবার কাজে লাগিয়ে অধিকাংশ **B mother liquor**-এ রেখে **A**-কে পুনরায় কেলাসিত হবে করা যায়, ফলে বিশুদ্ধতা বাড়ে।

**৪৭.** একবার নিষ্কাশন এর পরে জলীয় দশা এ অবশিষ্ট ভগ্নাংশ, $f = \frac{V_w}{V_w + K_D V_o}$
$f = \frac{100}{100+(4)(25)} = \frac{1}{2}$
প্রথম নিষ্কাশন এর পর: $1.20 \times \frac{1}{2} = 0.60$ g
দ্বিতীয় নিষ্কাশন এর পর: $0.60 \times \frac{1}{2} = 0.30$ g
অতএব, দ্বিতীয় নিষ্কাশন এর পরে জলীয় দশা এ 0.30 g দ্রব থাকবে।

৪৮. $Cl^-$-এর জন্য **acidified** অবস্থায় $AgNO_3$ দিলে সাদা AgCl অধঃক্ষেপ হয়: $Ag^+ + Cl^- \rightarrow AgCl(s)$
AgCl, $NH_4OH$-এ দ্রবীভূত হতে পারে, যা $Cl^-$-এর উপস্থিতি নিশ্চিত করে।
$CO_3^{2-}$ ও $SO_4^{2-}$-এর ক্ষেত্রে $Ba(NO_3)_2$ দিলে উভয়েই সাদা অধঃক্ষেপ দিতে পারে:
$Ba^{2+} + CO_3^{2-} \rightarrow BaCO_3(s)$
$Ba^{2+} + SO_4^{2-} \rightarrow BaSO_4(s)$
এরপর লঘু **HCl** যোগ করলে $BaCO_3$ দ্রবীভূত হয়ে $CO_2$ উৎপন্ন করে:
$BaCO_3 + 2HCl \rightarrow BaCl_2 + CO_2 + H_2O$
কিন্তু $BaSO_4$ লঘু **HCl**-এ অদ্রবণীয় থেকে যায়। এই পার্থক্যেই $CO_3^{2-}$ ও $SO_4^{2-}$ শনাক্ত করা হয়।

৪৯. সমান আয়তন মেশালে ঘনমাত্রা অর্ধেক হয়।
$[Ag^+]_0 = 1.0 \times 10^{-3}\ M$
$[Cl^-]_0 = 1.5 \times 10^{-3}\ M$
প্রাথমিক আয়নিক গুণফল, $Q = (1.0 \times 10^{-3})(1.5 \times 10^{-3}) = 1.5 \times 10^{-6}$
এটি $K_{sp} = 1.7 \times 10^{-10}$ থেকে অনেক বড়, তাই অধঃক্ষেপণ হবে।
বিক্রিয়া 1 : 1, তাই $Ag^+$ **limiting** বিকারক।
প্রায় সম্পূর্ণ অধঃক্ষেপণ এর পরে অতিরিক্ত ক্লোরাইড:
$1.5 \times 10^{-3} - 1.0 \times 10^{-3} = 5.0 \times 10^{-4}\ M$
সাম্যাবস্থা এ সামান্য $Ag^+$ থাকবে:
$[Ag^+] \approx \frac{1.7\times10^{-10}}{5.0\times10^{-4}} = 3.4 \times 10^{-7}\ M$

৫০. প্রতি বিভাজন এর শক্তি, $200 \times 10^6 \times 1.602 \times 10^{-19} = 3.204 \times 10^{-11}\ J$
মোট, $E = (3.00 \times 10^{20})(3.204 \times 10^{-11}) = 9.612 \times 10^9\ J$
**kWh**-এ, $\frac{9.612\times10^9}{3.6\times10^6} \approx 2.67 \times 10^3\ kWh$

৫১. $2n^2 = 32 \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4$
মোট অরবিটাল সংখ্যা, $n^2 = 16$
$n = 4$-এ, $l = 0, 1, 2, 3$
অতএব সম্ভাব্য উপস্তর: 4s, 4p, 4d, 4f

৫২. সোনালি হলুদ শিখা সাধারণত $Na^+$ নির্দেশ করে।
কিন্তু শিখা পরীক্ষা **contamination** দ্বারা প্রভাবিত হতে পারে। বিশেষত সোডিয়াম এর নিঃসরণ খুব তীব্র হওয়ায় সামান্য সোডিয়াম **contamination**-ও অন্য আয়নের বর্ণ ঢেকে দিতে পারে।
তাই শিখা বর্ণ **useful** ইঙ্গিত দিলেও নিশ্চিতকারী রাসায়নিক পরীক্ষা ছাড়া পরম **conclusion** দেওয়া উচিত নয়।

৫৩. $\Delta E = E_4 - E_2 = (-0.85) - (-3.40) = 2.55\ eV$ (এটি একটি দৃশ্যমান **Balmer** রেখা)
$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240}{2.55} \approx 486\ nm$

৫৪. $0.010\ M$ ক্লোরাইড এ, $[Ag^+] \approx 1.7 \times 10^{-8}\ M$, $[Cl^-] \approx 1.0 \times 10^{-2}\ M$
$K_{sp} \approx (1.7 \times 10^{-8})(1.0 \times 10^{-2}) = 1.7 \times 10^{-10}$
বিশুদ্ধ পানি এ, $s = 1.30 \times 10^{-5}\ M$
$K_{sp} = s^2 = (1.30 \times 10^{-5})^2 = 1.69 \times 10^{-10}$
দুটি ফলাফল প্রায় একই, যা সাম্যাবস্থা মডেলের **consistency** দেখায়।

৫৫. মিল: **A** $\rightarrow Na^+$, **B** $\rightarrow Ca^{2+}$, **C** $\rightarrow K^+$, **D** $\rightarrow Cu^{2+}$
শিখা এর তাপে ইলেকট্রন উচ্চ শক্তিস্তরে উত্তেজিত হয়। পরে নিম্ন **level**-এ নামার সময় $\Delta E = h\nu$ শক্তির ফোটন নির্গত হয়।
প্রতিটি মৌলের **allowed** শক্তিস্তর পার্থক্য ভিন্ন, তাই বৈশিষ্ট্যসূচক তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও শিখা বর্ণ পাওয়া যায়।

**৫৬.** প্রতি নিষ্কাশন এর পরে পূর্বের পরিমাণের 0.4 অংশ অবশিষ্ট থেকে যাচ্ছে।
অর্থাৎ, $f_n = (0.4)^n$
চতুর্থ নিষ্কাশন এর পরে, $f_4 = (0.4)^4 = 0.0256$
অতএব, মাত্র 2.56% জলীয় দশা এ থাকবে।
এটি দেখায় যে তাজা দ্রাবক দিয়ে পুনরাবৃত্ত নিষ্কাশন করলে দ্রব জ্যামিতিক হারে কমতে থাকে এবং পৃথকীকরণ **efficiency** দ্রুত বাড়ে।

**৫৭.** 108 g Ag-এর জন্য 1 mol ইলেকট্রন প্রয়োজন।
0.540 g-এর জন্য ইলেকট্রনের মোল সংখ্যা: $\frac{0.540}{108} = 0.00500\,\text{mol}$
ইলেকট্রন সংখ্যা, $N = 0.00500 \times 6.022 \times 10^{23} = 3.011 \times 10^{21}$
এক ইলেকট্রনের আধান এর মান, $e = \frac{482.5}{3.011 \times 10^{21}} = 1.60 \times 10^{-19}\,\text{C}$
ঋণাত্মক ইলেকট্রনের আধান: $-1.60 \times 10^{-19}\,\text{C}$

**৫৮.** n শক্তিস্তর বা প্রধান শক্তিস্তর নির্দেশ করে।
l উপস্তর ও অরবিটালের **shape**-এর সাথে সম্পর্কিত।
$m_l$ অরবিটালের **orientation** নির্দেশ করে।
$m_s$ ইলেকট্রনের স্পিন নির্দেশ করে।
শর্ত হলো, $l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$
$n = 3$ হলে, $l = 0, 1, 2$ মাত্র সম্ভব।
কিন্তু দেওয়া আছে $l = 3$। তাই **set**-টি অসম্ভব, যদিও $m_l = 0$ এবং $m_s = +\frac{1}{2}$ আলাদাভাবে বৈধ।

**৫৯.** $M_3X_2 \rightleftharpoons 3M^{2+} + 2X^{3-}$
যদি দ্রাব্যতা s হয়,
$[M^{2+}] = 3s$, $[X^{3-}] = 2s$
তাই, $K_{sp} = (3s)^3(2s)^2 = 108s^5$
$= 108(2.0 \times 10^{-4})^5$
$(2.0 \times 10^{-4})^5 = 3.2 \times 10^{-19}$
তাই, $K_{sp} = 108 \times 3.2 \times 10^{-19} = 3.46 \times 10^{-17}$

**৬০.** সাধারণ আংশিক পাতন সফল হয় যখন বাষ্প **phase** ও তরল **phase**-এর গঠন ভিন্ন হয়। আংশিক পাতন স্তম্ভ এর পুনরাবৃত্ত সাম্যাবস্থা এর মাধ্যমে **more** উদ্বায়ী উপাদান ক্রমে সমৃদ্ধ হয়।
কিন্তু অ্যাজিওট্রোপিক গঠন এ নির্দিষ্ট তাপমাত্রা এ তরল এবং বাষ্প এর গঠন একই হয়ে যায়। ফলে আরও **fractionation** করলেও গঠন পরিবর্তিত হয় না।
ইথানল পানি তন্ত্র এ প্রায় 95.6% ইথানল গঠন এ এই সীমা দেখা যায়।
তাই নির্জল ইথানল পেতে পানি **chemically remove** করা বা এমন অতিরিক্ত **component**/প্রক্রিয়া ব্যবহার করতে হয় যা মূল অ্যাজিওট্রোপিক আচরণ ভেঙে দেয়।