Mathematics

২০০ নম্বর

P-1 | Q-1

১. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ হলে, এমন একটি ভেক্টর $\vec{r}$ নির্ণয় করো যেন $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{b}$ এবং $\vec{r} \cdot \vec{c} = 3$ হয়। (Given $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, find a vector $\vec{r}$ such that $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{b}$ and $\vec{r} \cdot \vec{c} = 3$.)

P-1 | Q-2

২. একটি চতুস্তলকের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে $A(1, 2, 3)$, $B(-1, -1, 0)$ এবং $C(2, 1, -2)$। যদি চতুস্তলকটির ভরকেন্দ্র মূলবিন্দু $O(0, 0, 0)$ হয়, তবে এর চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো এবং চতুস্তলকটির আয়তন কত তা বের করো। (The three vertices of a tetrahedron are $A(1, 2, 3)$, $B(-1, -1, 0)$ and $C(2, 1, -2)$. If the centroid of the tetrahedron is the origin $O(0, 0, 0)$, find the coordinates of its fourth vertex D and determine the volume of the tetrahedron.)

P-2 | Q-3

৩. $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$। $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\overrightarrow{AD}$ ভেক্টরের মান (দৈর্ঘ্য) নির্ণয় করো। (The position vectors of the vertices of $\triangle ABC$ are $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{c} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$. If the bisector of $\angle A$ meets side BC at point D, find the magnitude (length) of $\overrightarrow{AD}$.)

P-2 | Q-4

৪. একটি ভেক্টর $\vec{v}$ এর মান $5\sqrt{2}$ একক। ভেক্টরটি z-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এবং $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ ও $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের সাথে একই সমতলে অবস্থান করে। ভেক্টর $\vec{v}$ নির্ণয় করো। (A vector $\vec{v}$ has magnitude $5\sqrt{2}$ units. It makes a 45° angle with the positive z-axis and lies in the same plane as $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ and $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$. Find the vector $\vec{v}$.)

P-3 | Q-5

৫. একটি সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ এবং একটি সমতলের সমীকরণ $x + 2y + z = 6$। সমতলটির ওপর উক্ত সরলরেখাটির লম্ব অভিক্ষেপ রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো। (A straight line has the equation $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ and a plane has the equation $x + 2y + z = 6$. Find the equation of the orthogonal projection of the line onto the plane.)

P-3 | Q-6

৬. দুটি গতিশীল কণার সঞ্চারপথের সমীকরণ যথাক্রমে $L_1 : \vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + t(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ এবং $L_2 : \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + s(\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$। কণা দুটির সঞ্চারপথের মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করো। (The paths of two moving particles are $L_1 : \vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + t(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $L_2 : \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + s(\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$. Find the minimum distance between their paths.)

P-4 | Q-7

৭. ধরি $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ তিনটি পরস্পর লম্ব একক ভেক্টর। একটি ভেক্টর $\vec{A} = a\hat{u} + b\hat{v} + c\hat{w}$ হলে, $\vec{B} = (\vec{A} \times \hat{u}) + (\vec{A} \times \hat{v}) + (\vec{A} \times \hat{w})$ ভেক্টরের মান a, b, c এর মাধ্যমে প্রকাশ করো। (Let $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ be three mutually perpendicular unit vectors, and $\vec{A} = a\hat{u} + b\hat{v} + c\hat{w}$. Express the magnitude of $\vec{B} = (\vec{A} \times \hat{u}) + (\vec{A} \times \hat{v}) + (\vec{A} \times \hat{w})$ in terms of a, b, c.)

P-4 | Q-8

৮. $(2x - \frac{1}{2x^2})^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি নির্ণয় করো এবং তার মান বের করো। (Find the term independent of x in the expansion of $(2x - \frac{1}{2x^2})^{15}$ and determine its value.)

P-5 | Q-9

৯. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদের সহগগুলো সমান্তর প্রগমনে থাকলে n এর মান নির্ণয় করো। (If the coefficients of the 2nd, 3rd and 4th terms in the expansion of $(1 + x)^n$ are in arithmetic progression, find the value of n.)

P-5 | Q-10

১০. $(1 - 2x + 3x^2)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ নির্ণয় করো। (Find the coefficient of x^3 in the expansion of $(1 - 2x + 3x^2)^5$.)

P-6 | Q-11

১১. $1 + \frac{3}{6} + \frac{3\cdot5}{6\cdot12} + \frac{3\cdot5\cdot7}{6\cdot12\cdot18} + \ldots \infty$ অসীম ধারাটির যোগফল নির্ণয় করো। (Find the sum of the infinite series $1 + \frac{3}{6} + \frac{3\cdot5}{6\cdot12} + \frac{3\cdot5\cdot7}{6\cdot12\cdot18} + \ldots \infty$.)

P-6 | Q-12

১২. $(1 + 3x)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এবং x^{r+1} এর সহগ পরস্পর সমান হলে, r এর মান নির্ণয় করো। (If the coefficients of x^r and x^{r+1} in the expansion of $(1 + 3x)^{15}$ are equal, find the value of r.)

P-7 | Q-13

১৩. $(3-2x)^8$ এর বিস্তৃতিতে $x = 1$ হলে, সাংখ্যিক মান অনুযায়ী বৃহত্তম পদটি নির্ণয় করো। (In the expansion of $(3-2x)^8$, when $x = 1$, find the numerically greatest term.)

P-7 | Q-14

১৪. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে প্রমাণ করো যে, $C_0 - \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} - \frac{C_3}{4} + \cdots + (-1)^n \frac{C_n}{n+1} = \frac{1}{n+1}$ (যেখানে $C_r = \binom{n}{r}$) (Using the binomial theorem, prove that $C_0 - \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} - \frac{C_3}{4} + \cdots + (-1)^n \frac{C_n}{n+1} = \frac{1}{n+1}$ (where $C_r = \binom{n}{r}$).)

P-8 | Q-15

১৫. প্রমাণ করো যে, $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $\frac{1}{2}[1-\frac{1}{3^{n+1}}]$। (Prove that the coefficient of x^n in the expansion of $\frac{1}{(1-x)(3-x)}$ is $\frac{1}{2}[1-\frac{1}{3^{n+1}}]$.)

P-8 | Q-16

১৬. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে বিজোড় স্থানীয় পদসমূহের সহগের সমষ্টি 512 হলে, n এর মান নির্ণয় করো এবং বিস্তৃতিটির মধ্যপদ বা মধ্যপদসমূহ নির্ণয় করো। (If the sum of the coefficients of the odd-positioned terms in the expansion of $(1+x)^n$ is 512, find n and determine the middle term(s) of the expansion.)

P-9 | Q-17

১৭. প্রমাণ করো যে, $(1+x)^p(1+\frac{1}{x})^q$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান $\binom{p+q}{q}$। (Prove that the term independent of x in the expansion of $(1+x)^p(1+\frac{1}{x})^q$ is $\binom{p+q}{q}$.)

P-9 | Q-18

১৮. $(\frac{x+1}{x^{2/3}-x^{1/3}+1}-\frac{x-1}{x-x^{1/2}})^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি নির্ণয় করো, যেখানে $x > 1$। (Find the term independent of x in the expansion of $(\frac{x+1}{x^{2/3}-x^{1/3}+1}-\frac{x-1}{x-x^{1/2}})^{15}$, where $x > 1$.)

P-10 | Q-19

১৯. $(\alpha x^2 - 2x + 1)^{35}$ এর বিস্তৃতিতে সহগসমূহের সমষ্টি এবং $(x - \alpha y)^{35}$ এর বিস্তৃতিতে সহগসমূহের সমষ্টি পরস্পর সমান হলে, α এর মান নির্ণয় করো। (If the sum of the coefficients in the expansion of $(\alpha x^2 - 2x + 1)^{35}$ equals that of $(x - \alpha y)^{35}$, find the value of α.)

P-10 | Q-20

২০. $\frac{1}{(1-x)(1-2x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ নির্ণয় করো। (Find the coefficient of x^n in the expansion of $\frac{1}{(1-x)(1-2x)}$.)

P-11 | Q-21

২১. একটি গ্রহের ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের দ্বিগুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর তিনগুণ। পৃথিবীতে মুক্তিবেগ $11.2\ \text{kms}^{-1}$ হলে, ঐ নতুন গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ কত হবে? (A planet has twice Earth's density and three times its radius. If Earth's escape velocity is $11.2\ \text{kms}^{-1}$, find the escape velocity on the new planet.)

P-11 | Q-22

২২. $1000\ \text{kg}$ ভরের তিনটি অভিন্ন বস্তু $2\ \text{m}$ বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিন শীর্ষবিন্দুতে রাখা আছে। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য $4\ \text{m}$ এ উন্নীত করতে বাহ্যিক বল দ্বারা কত কাজ করতে হবে? ($G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$) (Three identical $1000\ \text{kg}$ masses are placed at the vertices of an equilateral triangle of side $2\ \text{m}$. Find the work done by an external force to increase the side length to $4\ \text{m}$. ($G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$))

P-12 | Q-23

২৩. x-অক্ষ বরাবর চলমান 2 kg ভরের একটি বস্তুর বিভব শক্তি $U(x) = (4x^2 - x^4)$ J দ্বারা প্রকাশ করা যায়। বস্তুটিকে $x = 0.5$ m অবস্থান থেকে স্থির অবস্থায় ছেড়ে দেওয়া হলে, এর সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত হবে? (The potential energy of a 2 kg object along the x-axis is $U(x) = (4x^2 - x^4)$ J. If released from rest at $x = 0.5$ m, find its maximum kinetic energy.)

P-12 | Q-24

২৪. 3 m ব্যাসার্ধ এবং 15 m গভীরতার একটি কুয়া সম্পূর্ণ পানিপূর্ণ। একটি 5 HP মোটর কুয়ার প্রথম অর্ধেক পানি T_1 মিনিটে এবং বাকি অর্ধেক পানি T_2 মিনিটে তুলে ফেলে। মোটরের কর্মদক্ষতা 60% হলে, মোট সময় $(T_1 + T_2)$ এবং T_1 ও T_2 এর অনুপাত নির্ণয় কর। (পানির ঘনত্ব $\rho = 1000\ \text{kgm}^{-3}$, $1\ \text{HP} = 746\ \text{W}$, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$) (A well of radius 3 m and depth 15 m is completely full of water. A 5 HP motor pumps out the first half of the water in T_1 minutes and the remaining half in T_2 minutes. If the motor's efficiency is 60%, find the total time $(T_1 + T_2)$ and the ratio $T_1 : T_2$.)

P-13 | Q-25

২৫. পৃথিবী তার নিজ অক্ষের চারদিকে ঘুরছে। পৃথিবীকে কত কৌণিক বেগে ঘুরলে 30° অক্ষাংশে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তি ওজনহীনতা অনুভব করবেন? ($g = 9.8\ ms^{-2}$, $R = 6400\ km$) (At what angular velocity should Earth rotate so a person standing at 30° latitude feels weightless? ($g = 9.8\ ms^{-2}$, $R = 6400\ km$))

P-13 | Q-26

২৬. 5000 kg ভরের একটি উল্কা পৃথিবীর দিকে ধেয়ে আসছে। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে 5R (R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) দূরত্বে উল্কাটির বেগ $2\ kms^{-1}$। বায়ুর বাধা উপেক্ষা করলে, ভূপৃষ্ঠে আঘাত করার ঠিক আগে এর বেগ কত হবে? ($R = 6400\ km$, $M_E = 5.97 \times 10^{24}\ kg$) (A 5000 kg meteor moves toward Earth. At 5R from Earth's center its speed is $2\ kms^{-1}$. Neglecting air resistance, find its speed just before hitting the surface.)

P-14 | Q-27

২৭. একজন মানুষের হৃদপিণ্ড প্রতি স্পন্দনে 75 cm^3 রক্ত 12 cmHg চাপে পাম্প করে। রক্ত 30 cms^{-1} বেগে ধমনীতে প্রবেশ করে। হৃদপিণ্ড প্রতি মিনিটে 72 বার স্পন্দিত হলে, গতিশক্তির পরিবর্তন হিসাব করে হৃদপিণ্ডের মোট গড় ক্ষমতা নির্ণয় কর। (রক্তের ঘনত্ব = 1050 kgm^{-3}, পারদের ঘনত্ব = 13600 kgm^{-3}) (A human heart pumps 75 cm^3 of blood per beat at 12 cmHg pressure, ejected at 30 cms^{-1}. At 72 beats/min, find the heart's average power including kinetic energy.)

P-14 | Q-28

২৮. একটি বলকে 20 m উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হলো। প্রতিবার মাটিতে আঘাত করার পর এটি তার যান্ত্রিক শক্তির 36% হারায়। বলটি সম্পূর্ণ স্থির হওয়ার আগে মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করবে এবং মোট কত সময় নেবে? ($g = 9.8\ ms^{-2}$) (A ball is dropped from 20 m, losing 36% of its mechanical energy on each bounce. Find the total distance traveled and total time taken before it comes to rest.)

P-15 | Q-29

২৯. 'm' ভরের একটি উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে $2R$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে। একটি booster engine চালু করে এটিকে $4R$ ব্যাসার্ধের নতুন বৃত্তাকার কক্ষপথে নেওয়া হলো। এই প্রক্রিয়ায় প্রয়োজনীয় বাহ্যিক কাজ G, M_E, m এবং R এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। (A satellite of mass 'm' orbits Earth in a circular orbit of radius $2R$. A booster moves it to a new circular orbit of radius $4R$. Express the external work required in terms of G, M_E, m, and R.)

P-15 | Q-30

৩০. 5 kg ভরের একটি বস্তু 0.2 গতিক ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বিশিষ্ট একটি অমসৃণ অনুভূমিক তলে $6\ ms^{-1}$ বেগে চলছে। এটি $400\ Nm^{-1}$ spring constant বিশিষ্ট একটি আদর্শ স্প্রিংকে আঘাত করে। স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সংকোচন নির্ণয় কর। ($g = 9.8\ ms^{-2}$) (A 5 kg block moves at $6\ ms^{-1}$ on a rough surface with friction coefficient 0.2, and hits a spring of constant $400\ Nm^{-1}$. Find the maximum compression.)

P-16 | Q-31

৩১. M এবং $4M$ ভরের দুটি গ্রহ পরস্পর থেকে d দূরত্বে অবস্থিত। এদের মধ্যবর্তী neutral point-এ m ভরের একটি বস্তু রাখা হলো। বস্তুটিকে M ভরের গ্রহের দিকে সামান্য সরণ ঘটালে, বস্তুটির গতির প্রকৃতি কেমন হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। (Two planets of mass M and $4M$ are separated by distance d. A mass m is placed at the neutral point between them. If displaced slightly toward the planet of mass M, analyze the nature of its resulting motion mathematically.)

P-16 | Q-32

৩২. পৃথিবীর ঘূর্ণনের কারণে কোনো একটি নির্দিষ্ট অক্ষাংশে অবস্থিত বিন্দুর রৈখিক বেগ বিষুবরেখায় অবস্থিত বিন্দুর রৈখিক বেগের অর্ধেক। অক্ষাংশের মান এবং ঐ স্থানে কার্যকর মহাকর্ষজ ত্বরণ g' নির্ণয় কর। ($g = 9.8\,ms^{-2}$) (Due to Earth's rotation, the tangential velocity at a certain latitude is half that at the equator. Find the latitude and the effective gravitational acceleration g' there.)

P-17 | Q-33

৩৩. 3×10^{30} kg এবং 6×10^{30} kg ভরের দুটি নক্ষত্র মহাকর্ষীয় বলের প্রভাবে তাদের সাধারণ ভরকেন্দ্রের চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব 10^{12} m হলে, এই নক্ষত্র ব্যবস্থার আবর্তনকাল T নির্ণয় কর। (Two stars of mass 3×10^{30} kg and 6×10^{30} kg revolve around their common center of mass, separated by 10^{12} m. Find the orbital period T of the system.)

P-17 | Q-34

৩৪. x-অক্ষ বরাবর চলমান 3 kg ভরের একটি বস্তুর অবস্থান সময়ের সাথে $x(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4$ সমীকরণ দ্বারা পরিবর্তিত হয়। প্রথম 2 s সেকেন্ডে বস্তুর উপর লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় কর। (The position of a 3 kg object along the x-axis varies as $x(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4$ (meters, seconds). Find the work done by the net force during the first 2 s.)

P-18 | Q-35

৩৫. একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ (Geostationary satellite) 24 ঘণ্টায় পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করে। G, M_E এবং R_E এর মান ব্যবহার করে ভূপৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা এবং এর রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। (A geostationary satellite completes one orbit in 24 hours. Using G, M_E, and R_E, find its height above Earth's surface and its linear orbital velocity.)

P-18 | Q-36

৩৬. স্পেস স্যুট পরিহিত একজন নভোচারী পৃথিবীতে 200 J আদি গতিশক্তিতে উল্লম্বভাবে লাফ দিয়ে 0.5 m উচ্চতায় পৌঁছাতে পারেন। একই নভোচারী যদি পৃথিবীর মহাকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{3}$ ভাগ ত্বরণ বিশিষ্ট কোনো গ্রহে 300 J গতিশক্তিতে লাফ দেন, তবে তিনি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় পৌঁছাবেন? (An astronaut jumps with 200 J initial kinetic energy on Earth, reaching 0.5 m. If the same astronaut jumps with 300 J on a planet where gravity is $\frac{1}{3}$ of Earth's, what maximum height is reached?)

P-19 | Q-37

৩৭. 'a' বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের চার কোণায় 'M' ভরের চারটি অভিন্ন বস্তু স্থির অবস্থায় রাখা আছে। বর্গের কেন্দ্র থেকে 'm' ভরের একটি কণাকে ন্যূনতম কত বেগে নিক্ষেপ করলে তা অসীমে চলে যাবে? (Four identical masses 'M' are fixed at the corners of a square of side 'a'. Find the minimum velocity needed to project a mass 'm' from the center so it escapes to infinity.)

P-19 | Q-38

৩৮. পৃথিবীর অভ্যন্তরে একটি সোজা সুড়ঙ্গ খনন করা হলো যা ভূপৃষ্ঠের দুটি বিন্দুকে যুক্ত করে এবং পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $\frac{R}{2}$ লম্ব দূরত্ব দিয়ে যায়। সুড়ঙ্গের এক প্রান্ত থেকে m ভরের একটি কণাকে স্থির অবস্থা থেকে ছেড়ে দেওয়া হলো। পৃথিবীকে সুষম গোলক ধরে এবং ঘর্ষণ উপেক্ষা করে প্রমাণ কর যে কণাটির গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন (SHM) এবং অন্য প্রান্তে পৌঁছাতে প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় কর। (A straight tunnel through Earth connects two surface points at a perpendicular distance $\frac{R}{2}$ from the center. A mass m is released from rest at one end. Assuming a uniform Earth and no friction, prove the motion is SHM and find the time to reach the other end.)

P-20 | Q-39

৩৯. 2 m ব্যাসার্ধ এবং 6 m উচ্চতা বিশিষ্ট একটি উল্টানো শঙ্কু (inverted cone) আকৃতির ট্যাংক 1200 kgm^{-3} ঘনত্বের তরল দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ। একটি motorized pump ব্যবহার করে তরলটিকে ট্যাংকের ঠিক উপরের প্রান্ত দিয়ে বের করা হচ্ছে। ক্যালকুলাস (Integration) ব্যবহার করে পাম্প দ্বারা সম্পূর্ণ তরল বের করতে মোট কৃতকাজের পরিমাণ সঠিকভাবে নির্ণয় কর। ($g = 9.8\ ms^{-2}$) (An inverted conical tank has base radius 2 m and height 6 m, filled with liquid of density 1200 kgm^{-3}. A pump empties it over the top edge. Using integration, find the exact total work done against gravity.)

P-20 | Q-40

৪০. একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে R_0 ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে V_0 বেগে ঘুরছে। হঠাৎ একটি অভ্যন্তরীণ বিস্ফোরণের ফলে উপগ্রহটি তার স্পর্শকীয় বেগ অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে $\frac{V_0}{2}$ পরিমাণের একটি অতিরিক্ত ব্যাসার্ধমুখী বেগ লাভ করে। শক্তির নিত্যতা এবং কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি প্রয়োগ করে, নতুন উপবৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে উপগ্রহটির সর্বোচ্চ দূরত্ব (Apogee) নির্ণয় কর। (A satellite orbits Earth in a circular orbit of radius R_0 with speed V_0. An explosion gives it an additional outward radial velocity of $\frac{V_0}{2}$ while its tangential velocity stays unchanged. Using conservation of energy and angular momentum, find the apogee distance in the new elliptical orbit.)

P-21 | Q-41

৪১. হাইড্রোজেন পরমাণুর একটি ইলেকট্রনের দ্য ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য তার বোর কক্ষপথের পরিধির $\frac{1}{5}$ অংশের সমান। (ক) কক্ষপথটির প্রধান কোয়ান্টাম সংখ্যা নির্ণয় কর। (খ) $r_n = 0.529n^2$ Å ব্যবহার করে কক্ষপথটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (গ) ঐ অবস্থা থেকে পরমাণুটিকে আয়নিত করতে প্রয়োজনীয় শক্তি নির্ণয় কর। **(An electron in a hydrogen atom is known to have a de Broglie wavelength equal to the circumference of its Bohr orbit divided by 5. a) Determine the principal quantum number of the orbit. b) Calculate the radius of that orbit using $r_n = 0.529n^2$ Å. c) Calculate the energy required to ionize the atom from that state.)**

P-21 | Q-42

৪২. "ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের চারদিকে একটি সুনির্দিষ্ট বৃত্তাকার পথে ঘোরে"—এই বক্তব্য বোর মডেলে গ্রহণযোগ্য হলেও কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞানের মডেলে কেন গ্রহণযোগ্য নয়? ইলেকট্রনের তরঙ্গ ধর্ম, সম্ভাব্যতা ও অরবিটাল ধারণার সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। **(Why is the statement "an electron travels around the nucleus in a sharply defined circular path" acceptable in Bohr's model but not in the quantum mechanical model? Discuss using the ideas of wave nature, probability and orbital.)**

P-22 | Q-43

৪৩. $^{12}_{6}A$, $^{13}_{6}B$, $^{14}_{7}C$ এবং $^{14}_{6}D$ নিউক্লাইডগুলো বিবেচনা কর। (ক) সব সমস্থানিক জোড়া নির্ণয় কর। (খ) কোনো সমভারী জোড়া থাকলে নির্ণয় কর। (গ) নিউট্রন সংখ্যা ব্যবহার করে আইসোটোন জোড়া, থাকলে, নির্ণয় কর। **(Consider the nuclides $^{12}_{6}A$, $^{13}_{6}B$, $^{14}_{7}C$, and $^{14}_{6}D$. a) Identify all isotope pairs. b) Identify any isobaric pair. c) Determine which pair, if any, is isotonic and justify using neutron number.)**

P-22 | Q-44

৪৪. একটি গবেষণাগারে অতিবেগুনি (UV), অবলোহিত (IR) এবং MRI যন্ত্র আছে। একজন প্রযুক্তিবিদ নোটের জাল-প্রতিরোধী ফ্লুরোসেন্ট চিহ্ন শনাক্তে MRI এবং রোগীর কোমল কলার ছবি তোলায় UV ব্যবহারের প্রস্তাব দিল। প্রস্তাবের ভুলগুলো ব্যাখ্যা করে প্রতিটি যন্ত্রের উপযুক্ত ব্যবহার নির্ণয় কর। **(A security laboratory has three instruments: a UV source, an IR source, and an MRI system. A technician proposes using MRI to detect fluorescent security marks on banknotes and UV radiation for imaging soft tissues inside a patient. Explain the errors in the proposal and match each technique with an appropriate application described in the chapter.)**

P-23 | Q-45

৪৫. দুই শিক্ষার্থী শুধু K_{sp}-এর সাংখ্যিক মান তুলনা করে AgCl ও SrF_2-এর দ্রাব্যতা তুলনা করল। এই পদ্ধতি কেন ভুল সিদ্ধান্তে নিয়ে যেতে পারে তা ব্যাখ্যা কর এবং উভয় লবণের K_{sp} ও মোলার দ্রাব্যতার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। (Two students compare the solubility of AgCl and SrF_2 only by comparing their numerical K_{sp}. Explain why this method can give a wrong conclusion. Derive the relationship between K_{sp} and molar solubility for both salts.)

P-23 | Q-46

৪৬. 100 g পানিতে 80°C-এ 40 g লবণ A ও 30 g লবণ B দ্রবীভূত আছে। এদের দ্রাব্যতা নিচের সারণিতে দেওয়া হলো, ধরে নাও কোনো পানি বাষ্পীভূত হয় না:

তাপমাত্রা (Temperature)	লবণ A (Salt A), g/100 g পানি (Water)	লবণ B (Salt B), g/100 g পানি (Water)
80°C	60	35
20°C	10	28

(ক) 20°C-এ A ও B-এর কত ভর কেলাসিত হবে তা নির্ণয় কর। (খ) সংগৃহীত কেলাসের আনুমানিক গঠন নির্ণয় কর। (গ) দ্বিতীয়বার কেলাসন করলে বিশুদ্ধতা কেন বাড়তে পারে তা ব্যাখ্যা কর। (A mixture contains 40 g of salt A and 30 g of salt B in 100 g of water at 80°C, with solubilities as shown in the table above. Assume no water is lost. a) Calculate the mass of each salt expected to crystallize at 20°C. b) Determine the approximate composition of the collected crystals. c) Explain how a second recrystallization could improve purity.)

P-24 | Q-47

৪৭. 100 mL জলীয় দ্রবণে 1.20 g একটি দ্রব আছে। একটি জৈব দ্রাবক ও পানির মধ্যে এর বণ্টন সহগ $K_D = \frac{C_{organic}}{C_{water}} = 4.0$। দ্রবণটিকে দুইবার, প্রতিবার 25.0 mL তাজা জৈব দ্রাবক দিয়ে নিষ্কাশন করা হয়। দ্বিতীয় নিষ্কাশনের পরে জলীয় দশায় অবশিষ্ট দ্রবের ভর নির্ণয় কর। (A 100 mL aqueous solution contains 1.20 g of a solute. Its distribution coefficient between an organic solvent and water is $K_D = \frac{C_{organic}}{C_{water}} = 4.0$. The solution is extracted twice, each time with 25.0 mL fresh organic solvent. Calculate the mass of solute remaining in the aqueous phase after the second extraction.)

P-24 | Q-48

৪৮. একটি অজানা দ্রবণে Cl^-, SO_4^{2-} ও CO_3^{2-}-এর এক বা একাধিক আয়ন থাকতে পারে; $AgNO_3$, $Ba(NO_3)_2$, লঘু HCl এবং NH_4OH দেওয়া আছে। (ক) তিনটি আয়ন আলাদা করে শনাক্ত করার একটি পর্যবেক্ষণ-ভিত্তিক ক্রম তৈরি কর। (খ) প্রধান অধঃক্ষেপণ বিক্রিয়াগুলো লেখ। (গ) লঘু HCl-এর প্রতি আচরণ কীভাবে $BaCO_3$ ও $BaSO_4$-কে আলাদা করে তা ব্যাখ্যা কর। (An unknown solution may contain Cl^-, SO_4^{2-}, and CO_3^{2-}. You are given $AgNO_3$, $Ba(NO_3)_2$, dilute HCl, and NH_4OH. a) Design an observation-based sequence to distinguish the three ions. b) Write the key precipitation reactions. c) Explain how the behaviour toward dilute HCl distinguishes $BaCO_3$ from $BaSO_4$.)

P-25 | Q-49

৪৯. সমান আয়তনের 2.0×10^{-3} M $AgNO_3$ এবং 3.0×10^{-3} M NaCl মেশানো হলো; $K_{sp}(AgCl) = 1.7 \times 10^{-10}$। অধঃক্ষেপণ হবে কি না নির্ণয় কর, এবং প্রায় সম্পূর্ণ অধঃক্ষেপণের পরে অতিরিক্ত থেকে যাওয়া আয়নের আনুমানিক ঘনমাত্রা নির্ণয় কর। (Equal volumes of 2.0×10^{-3} M $AgNO_3$ and 3.0×10^{-3} M NaCl are mixed. Given $K_{sp}(AgCl) = 1.7 \times 10^{-10}$, determine whether precipitation occurs and calculate the approximate concentration of the ion left in stoichiometric excess after essentially complete precipitation.)

P-25 | Q-50

৫০. একটি চুল্লিতে 3.00×10^{20}টি বিভাজন ঘটে; প্রতিটি বিভাজনে 200 MeV শক্তি নির্গত হয়। মোট নির্গত শক্তি জুল ও কিলোওয়াট-ঘণ্টায় নির্ণয় কর; ধরে নাও $1\ eV = 1.602 \times 10^{-19}$ J এবং $1\ kWh = 3.6 \times 10^6$ J। (A reactor undergoes 3.00×10^{20} fission events. Each fission releases 200 MeV. Calculate the total released energy in joule and in kWh. Use $1\ eV = 1.602 \times 10^{-19}$ J and $1\ kWh = 3.6 \times 10^6$ J.)

P-26 | Q-51

৫১. একটি শক্তিস্তর সর্বোচ্চ 32টি ইলেকট্রন ধারণ করতে পারে। এর প্রধান কোয়ান্টাম সংখ্যা, মোট অরবিটাল সংখ্যা এবং সম্ভাব্য উপস্তরগুলো নির্ণয় কর। **(A shell can accommodate a maximum of 32 electrons. Determine its principal quantum number, total number of orbitals and the possible subshells.)**

P-26 | Q-52

৫২. একটি নমুনা সোনালি-হলুদ শিখা দেয়। এটি কোন আয়ন নির্দেশ করে, এবং শিখা পরীক্ষাকে কেন একেবারে চূড়ান্ত নয় বরং একটি প্রাথমিক পরীক্ষা হিসেবে বিবেচনা করা উচিত তা ব্যাখ্যা কর। **(A sample gives a golden-yellow flame. Which ion is indicated, and why should the flame test still be regarded as a preliminary rather than an absolutely conclusive test?)**

P-27 | Q-53

৫৩. হাইড্রোজেনের শক্তিস্তর সংক্রান্ত তথ্য নিচে দেওয়া আছে:

n	শক্তি (Energy), eV
1	−13.60
2	−3.40
3	−1.51
4	−0.85

এই তথ্য ব্যবহার করে $n = 4 \rightarrow n = 2$ স্থানান্তরের ফোটন তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর; ধরে নাও $hc = 1240\ eV \cdot nm$। (For hydrogen, the energy levels are shown in the table above. Using the table, calculate the photon wavelength for the $n = 4 \rightarrow n = 2$ transition. Use $hc = 1240\ eV \cdot nm$.)

P-27 | Q-54

৫৪. বিভিন্ন যোগকৃত ক্লোরাইড ঘনমাত্রায় AgCl-এর দ্রাব্যতা পরিমাপ করা হলো:

যোগকৃত $[Cl^-]$ (Added $[Cl^-]$) (M)	আনুমানিক AgCl দ্রাব্যতা (Approximate AgCl Solubility) (M)
0	1.30×10^{-5}
1.0×10^{-3}	1.7×10^{-7}
1.0×10^{-2}	1.7×10^{-8}
1.0×10^{-1}	1.7×10^{-9}

এই তথ্য ব্যবহার করে 0.010 M ক্লোরাইডের পরীক্ষণ থেকে K_{sp} নির্ণয় কর এবং প্রথম সারি থেকে নির্ণীত বিশুদ্ধ পানির K_{sp}-এর সাথে তুলনা কর। (The solubility of AgCl was measured in solutions having different added chloride concentrations, as shown in the table above. Use the data to estimate K_{sp} from the 0.010 M chloride experiment and compare it with the pure-water value inferred from the first row.)

P-28 | Q-55

৫৫. একটি শিখা-নিঃসরণ তালিকায় নিচের তথ্য দেওয়া আছে:

নমুনা (Sample)	প্রধান পর্যবেক্ষণ (Main Observation)
A	সোনালি-হলুদ (Golden Yellow)
B	ইটরঙা লাল (Brick Red)
C	বেগুনি (Purple)
D	নীলচে-সবুজ (Bluish Green)

Na^+, Ca^{2+}, K^+ এবং Cu^{2+}-এর মধ্যে সম্ভাব্য আয়নগুলো শনাক্ত কর, এবং শিখার বর্ণ কেন ইলেকট্রনের শক্তিস্তর-পার্থক্যের সাথে সম্পর্কিত তা ব্যাখ্যা কর। (A flame-emission chart gives the data shown in the table above. Identify the most likely ions among Na^+, Ca^{2+}, K^+, and Cu^{2+}. Then explain why emission colour is related to electronic energy-level differences.)

P-28 | Q-56

৫৬. সমান আয়তনের দ্রাবক দিয়ে ক্রমিক নিষ্কাশনের পরে জলীয় দশায় দ্রবের অবশিষ্ট ভগ্নাংশ নিচে দেওয়া হলো:

নিষ্কাশন সংখ্যা(Extraction Number)	অবশিষ্ট ভগ্নাংশ(Residual Fraction)
0	1.000
1	0.400
2	0.160
3	0.064

গাণিতিক প্যাটার্নটি ব্যাখ্যা কর এবং চতুর্থ নিষ্কাশনের পরে অবশিষ্ট ভগ্নাংশ নির্ণয় কর। এই প্রবণতা ক্রমিক নিষ্কাশন সম্পর্কে কী প্রমাণ করে তা বল। (The fraction of a solute remaining in water after successive equal-volume extractions is shown in the table above. Explain the mathematical pattern and predict the fraction remaining after the fourth extraction. What does the trend demonstrate about repeated extraction?)

P-29 | Q-57

৫৭. একটি তড়িৎ-বিশ্লেষণ পরীক্ষায় 0.540 g রূপা তৈরি হলো। ধরে নাও 108 g রূপা এক মোল ইলেকট্রনের সমতুল্য এবং $N_A = 6.022 \times 10^{23}$। মোট 482.5 C আধান পাস করা হলে, একটি ইলেকট্রনের আধান আনুমানিক নির্ণয় কর। (In an electrolysis experiment, 0.540 g of silver is deposited. Assume 108 g of Ag corresponds to one mole of electrons and $N_A = 6.022 \times 10^{23}$. If the total charge passed was 482.5 C, estimate the charge of one electron.)

P-29 | Q-58

৫৮. n, l, m_l ও m_s কোয়ান্টাম সংখ্যাগুলো একসাথে কীভাবে একটি ইলেকট্রনের অবস্থা নির্ধারণ করে তা ব্যাখ্যা কর। $n = 3$, $l = 3$, $m_l = 0$, $m_s = +\frac{1}{2}$ সেটটি প্রতিটি মান আলাদাভাবে যুক্তিসঙ্গত মনে হলেও কেন অসম্ভব তা ব্যাখ্যা কর। (Explain how the quantum numbers n, l, m_l, and m_s collectively specify an electron state. Why is the set $n = 3$, $l = 3$, $m_l = 0$, $m_s = +\frac{1}{2}$ impossible even though each number individually looks reasonable?)

P-30 | Q-59

৫৯. একটি M_3X_2 লবণের পানিতে মোলার দ্রাব্যতা 2.0×10^{-4} M। এর K_{sp} নির্ণয় কর। (A salt M_3X_2 has a molar solubility of 2.0×10^{-4} M in pure water. Calculate its K_{sp}.)

P-30 | Q-60

৬০. একটি অ্যাজিওট্রোপিক মিশ্রণকে সাধারণ আংশিক পাতন দিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিশুদ্ধ উপাদানে আলাদা করা যায় না কেন? পাঠ্যাংশে আলোচিত ইথানল-পানি ব্যবস্থা ব্যবহার করে, এবং পানি-অপসারণ বা অ্যাজিওট্রোপ-ভাঙার মতো বাড়তি প্রক্রিয়ার উদ্দেশ্য ব্যাখ্যা কর। (Why can an azeotropic mixture not be completely separated into its pure components by ordinary fractional distillation? Use the ethanol-water system discussed in the chapter and explain the purpose of an additional treatment such as water removal or azeotrope breaking.)