Engineering Weekly Exam 02 [Home Practice] —

উত্তরমালা

সিলেবাসঃ বৃত্ত + গতিবিদ্যা + ভৌত জগৎ ও পরিমাপ + রাসায়নিক পরিবর্তন (বাফারসহ বাকি অংশ) + ল্যাবরেটরির নিরাপদ ব্যবহার

পূর্ণমান: ৬০০ **সময়:** ৩ ঘন্টা

১০

১. প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র $\left(-\frac{p}{2}, -\frac{q}{2}\right)$।

যেহেতু কেন্দ্রটি $ax - y = 3$ রেখার উপর অবস্থিত:

$a\left(-\frac{p}{2}\right) - \left(-\frac{q}{2}\right) = 3 \Rightarrow q - ap = 6$ **.....(i)**

বৃত্তটি $(0, -2)$ বিন্দুগামী হওয়ায়:

$0 + 4 + p(0) + q(-2) + 2 = 0 \Rightarrow 6 - 2q = 0 \Rightarrow q = 3$

বৃত্তটি $(-2, 0)$ বিন্দুগামী হওয়ায়:

$4 + 0 + p(-2) + q(0) + 2 = 0 \Rightarrow 6 - 2p = 0 \Rightarrow p = 3$

এখন p ও q এর মান **(i)** নং সমীকরণে বসিয়ে পাই:

$3 - a(3) = 6 \Rightarrow -3a = 3 \Rightarrow a = -1$

$\therefore a = -1, p = 3, q = 3$

১০

২. প্রদত্ত বৃত্ত: $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$

এর কেন্দ্র $C(4, 1)$ এবং ব্যাসার্ধ $R = \sqrt{4^2 + 1^2 - 4} = \sqrt{16 + 1 - 4} = \sqrt{13}$

যেহেতু $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি বৃত্তটিকে স্পর্শ করে, তাই কেন্দ্র $C(4, 1)$ হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হবে।

$\frac{|3(4)+k(1)-1|}{\sqrt{3^2+k^2}} = \sqrt{13}$

$\Rightarrow \frac{|11+k|}{\sqrt{9+k^2}} = \sqrt{13}$

উভয়পাশে বর্গ করে পাই:

$(11 + k)^2 = 13(9 + k^2)$

$\Rightarrow 121 + 22k + k^2 = 117 + 13k^2$

$\Rightarrow 12k^2 - 22k - 4 = 0$

$\Rightarrow 6k^2 - 11k - 2 = 0$

$\Rightarrow 6k^2 - 12k + k - 2 = 0 \Rightarrow 6k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$

$\Rightarrow (6k + 1)(k - 2) = 0 \Rightarrow k = 2, -\frac{1}{6}$

১০

৩. যেহেতু বৃত্তটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে, তাই এর কেন্দ্র (r, r) এবং ব্যাসার্ধ r হবে (যেখানে $r > 0$)।

$3x - 4y - 12 = 0$ রেখাটি বৃত্তটিকে স্পর্শ করে। সুতরাং কেন্দ্র (r, r) হতে এর লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধ r এর সমান হবে।

$\frac{|3r-4r-12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = r$

$\Rightarrow \frac{|-r-12|}{5} = r \Rightarrow |-r-12| = 5r$

$\Rightarrow -r-12 = 5r$ অথবা $-r-12 = -5r$

১ম ক্ষেত্রে: $6r = -12 \Rightarrow r = -2$ (যা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ $r > 0$)

২য় ক্ষেত্রে: $4r = 12 \Rightarrow r = 3$

সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্র $(3, 3)$ এবং ব্যাসার্ধ 3।

বৃত্তটির সমীকরণ: $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 3^2$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 = 9$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$

১০

৪. প্রদত্ত বৃত্ত: $x^2 + y^2 = 36$

এর কেন্দ্র $O(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 6$।

কেন্দ্র $O(0, 0)$ হতে প্রদত্ত জ্যা $3x + 4y - 15 = 0$ এর উপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্ব d হলে:

$d = \frac{|3(0)+4(0)-15|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|-15|}{5} = 3$

আমরা জানি, কেন্দ্র হতে জ্যা এর উপর লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, জ্যা-এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{R^2 - d^2}$

$\therefore$ জ্যা-এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{6^2 - 3^2} = 2\sqrt{36-9} = 2\sqrt{27} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\therefore$ জ্যাটির দৈর্ঘ্য $6\sqrt{3}$ একক।

১০

৫. প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ $S \equiv x^2 + y^2 - 64 = 0$

জ্যা-টির মধ্যবিন্দু $(x_1, y_1) \equiv (3, 4)$

আমরা জানি, কোনো বৃত্তের জ্যা-এর মধ্যবিন্দু দেওয়া থাকলে ঐ জ্যা-এর সমীকরণ হয় $T = S_1$

এখানে, $T = xx_1 + yy_1 - 64 = 3x + 4y - 64$

এবং $S_1 = x_1^2 + y_1^2 - 64 = 3^2 + 4^2 - 64 = 9 + 16 - 64 = 25 - 64 = -39$

মানগুলো বসালে সমীকরণ দাঁড়ায়:

$3x + 4y - 64 = -39$

$\Rightarrow 3x + 4y = 64 - 39 \Rightarrow 3x + 4y = 25$

$\therefore$ নির্ণেয় জ্যা-এর সমীকরণ $3x + 4y - 25 = 0$

১০

৬. প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 - 5mx + 12my = 0$

বৃত্তটির কেন্দ্র $C\left(\frac{5m}{2}, -6m\right)$। বৃত্তটিতে ধ্রুবকপদ নেই, তাই এটি মূলবিন্দু $O(0, 0)$ দিয়ে অতিক্রম করে।

যে ব্যাসটি মূলবিন্দু দিয়ে যায়, তা মূলবিন্দু O এবং কেন্দ্র C এর সংযোজক সরলরেখা।

এই ব্যাসের ঢাল, $m_1 = \frac{-6m-0}{\frac{5m}{2}-0} = \frac{-6m}{\frac{5m}{2}} = -\frac{12}{5}$

আমরা জানি, বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক ওই বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের (বা ব্যাসের) ওপর লম্ব হয়।

সুতরাং মূলবিন্দুতে স্পর্শকটির ঢাল m_2 হলে, $m_1 m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = \frac{5}{12}$

মূলবিন্দু $O(0, 0)$ দিয়ে যায় এবং $\frac{5}{12}$ ঢালবিশিষ্ট স্পর্শকের সমীকরণ:

$y - 0 = \frac{5}{12}(x - 0) \Rightarrow 12y = 5x \Rightarrow 5x - 12y = 0$

১০

৭. প্রদত্ত বৃত্ত: $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$

এর কেন্দ্র C $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ এবং ব্যাসার্ধ $R = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{50}{4} - \frac{40}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

ধরি, মূলবিন্দু $O(0, 0)$ গামী স্পর্শকের সমীকরণ $y = mx \Rightarrow mx - y = 0$

কেন্দ্র C হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হবে:

$\frac{\left|m\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{5}{2}\right|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$\Rightarrow \frac{\left|\frac{5|m-1|}{2}\right|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow 5|m - 1| = \sqrt{10}\sqrt{m^2 + 1}$

উভয়পাশে বর্গ করে পাই:

$25(m^2 - 2m + 1) = 10(m^2 + 1) \Rightarrow 5(m^2 - 2m + 1) = 2(m^2 + 1)$

$\Rightarrow 5m^2 - 10m + 5 = 2m^2 + 2 \Rightarrow 3m^2 - 10m + 3 = 0$

$\Rightarrow 3m^2 - 9m - m + 3 = 0 \Rightarrow 3m(m - 3) - 1(m - 3) = 0$

$\Rightarrow (3m - 1)(m - 3) = 0 \Rightarrow m = 3, \frac{1}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ: $y = 3x \Rightarrow 3x - y = 0$

এবং $y = \frac{1}{3}x \Rightarrow x - 3y = 0$

১০

৮. বৃত্তটি x-অক্ষকে $(2, 0)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে। সুতরাং এর কেন্দ্রের ভুজ 2 এবং ব্যাসার্ধ কোটির সাংখ্যিক মানের সমান।

ধরি, কেন্দ্র $(2, k)$ এবং ব্যাসার্ধ $|k|$।

বৃত্তটির সমীকরণ: $(x - 2)^2 + (y - k)^2 = k^2$

বৃত্তটি $(3, -1)$ বিন্দুগামী হওয়ায়:

$(3 - 2)^2 + (-1 - k)^2 = k^2 \Rightarrow 1 + (1 + k)^2 = k^2$

$\Rightarrow 1 + 1 + 2k + k^2 = k^2 \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1$

$\therefore$ বৃত্তটির সমীকরণ: $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$

ধরি, মূলবিন্দুগামী অপর স্পর্শকের সমীকরণ $y = mx \Rightarrow mx - y = 0$

কেন্দ্র $(2, -1)$ হতে এই রেখার দূরত্ব ব্যাসার্ধ 1 এর সমান হবে।

$\frac{|2m - (-1)|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 1 \Rightarrow |2m + 1| = \sqrt{m^2 + 1}$

বর্গ করে পাই: $4m^2 + 4m + 1 = m^2 + 1 \Rightarrow 3m^2 + 4m = 0 \Rightarrow m(3m + 4) = 0$

$\Rightarrow m = 0, -\frac{4}{3}$

$m = 0$ হলে সমীকরণ $y = 0$ (যা x-অক্ষ নিজেই)।

$\therefore$ মূলবিন্দুগামী অপর স্পর্শকটি হলো $y = -\frac{4}{3}x \Rightarrow 4x + 3y = 0$

১০

৯. প্রথমে বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় করি: $S_1 - S_2 = 0$

$\Rightarrow (x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36) - (x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43) = 0$

$\Rightarrow (-4x + 5x) + (6y - 8y) + (-36 + 43) = 0 \Rightarrow x - 2y + 7 = 0$

১ম বৃত্ত $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$ এর কেন্দ্র $C_1(2, -3)$

এবং ব্যাসার্ধ $R_1 = \sqrt{2^2 + (-3)^2 - (-36)} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7$

কেন্দ্র $C_1(2, -3)$ হতে সাধারণ জ্যা $x - 2y + 7 = 0$ এর লম্ব দূরত্ব d হলে:

$d = \frac{|2 - 2(-3) + 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|2 + 6 + 7|}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$

জ্যা-এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{R_1^2 - d^2} = 2\sqrt{7^2 - (3\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{49 - 45} = 2\sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$

$\therefore$ সাধারণ জ্যা-এর দৈর্ঘ্য 4 একক।

১০. প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দু $O(0,0)$ এবং ব্যাসার্ধ a।
সমবাহু ত্রিভুজটি বৃত্তের অন্তর্লিখিত হওয়ায় এর পরিবৃত্তের কেন্দ্র হবে $O(0,0)$। সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র **(Centroid)** একই বিন্দুতে অবস্থান করে।
ত্রিভুজটির একটি শীর্ষবিন্দু $A(a,0)$। ধরি, A এর বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু D।
ভরকেন্দ্র $O(0,0)$ মধ্যমা AD-কে $2:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
$\therefore \frac{AO}{OD} = \frac{2}{1} \Rightarrow OD = \frac{AO}{2} = \frac{a}{2}$
যেহেতু A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(a,0)$ এবং $O(0,0)$, তাই D বিন্দুটি x-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে অবস্থান করবে (কারণ O বিন্দু A ও D এর মাঝে অবস্থিত)।
$\therefore$ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{a}{2}, 0\right)$।
সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ভূমির ওপর লম্ব হয়। অর্থাৎ বিপরীত বাহুটি x-অক্ষের ওপর লম্ব এবং $\left(-\frac{a}{2}, 0\right)$ বিন্দুগামী।
$\therefore$ নির্ণয় বিপরীত বাহুর সমীকরণ: $x = -\frac{a}{2} \Rightarrow 2x + a = 0$

১১. প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $A(1,1)$ এবং $B(2,2)$। AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু $M\left(\frac{1+2}{2}, \frac{1+2}{2}\right) \equiv \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$।
জ্যা-এর দৈর্ঘ্য $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$
অর্ধ-জ্যা $AM = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
বৃত্তের ব্যাসার্ধ $R = 1$। কেন্দ্র C হতে জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্ব $CM = d$ হলে:
$$d = \sqrt{R^2 - AM^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
AB রেখার ঢাল $m_{AB} = \frac{2-1}{2-1} = 1$
কেন্দ্র C এবং মধ্যবিন্দু M এর সংযোজক লম্ব রেখার ঢাল $m_{CM} = -1$
CM রেখা বরাবর একক ভেক্টর $\hat{n} = \pm\frac{1}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}(\hat{i} - \hat{j}) = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} - \hat{j})$
কেন্দ্র C এর স্থানাঙ্ক M হতে লম্ব বরাবর $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$ দূরত্বে অবস্থিত:
$$C = \left(\frac{3}{2} \pm d\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \frac{3}{2} \mp d\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) = \left(\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \mp \frac{1}{2}\right)$$
(+) নিয়ে কেন্দ্র $C_1(2,1)$ এবং (−) নিয়ে কেন্দ্র $C_2(1,2)$।
$\therefore$ বৃত্তদ্বয়ের সমীকরণ:
$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$
$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$

১২. প্রদত্ত বৃত্ত: $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$
কেন্দ্র $C(3,2)$ এবং ব্যাসার্ধ $R = \sqrt{3^2 + 2^2 - 9} = \sqrt{9 + 4 - 9} = 2$
ধরি, মূলবিন্দু $(0,0)$ গামী স্পর্শকের সমীকরণ $y = mx \Rightarrow mx - y = 0$
কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হবে:
$\frac{|m(3)-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{|3m-2|}{\sqrt{m^2+1}} = 2$
বর্গ করে পাই:
$(3m-2)^2 = 4(m^2+1) \Rightarrow 9m^2 - 12m + 4 = 4m^2 + 4$
$\Rightarrow 5m^2 - 12m = 0 \Rightarrow m(5m-12) = 0 \Rightarrow m = 0, \frac{12}{5}$
স্পর্শকদ্বয়ের ঢাল $m_1 = 0$ এবং $m_2 = \frac{12}{5}$
এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে: $\tan\theta = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right| = \left|\frac{\frac{12}{5} - 0}{1 + 0}\right| = \frac{12}{5}$
$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$

১০

১৩. প্রদত্ত স্থির বৃত্ত $S \equiv x^2 + y^2 = 9$ এর কেন্দ্র $O(0, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ $r_1 = 3$
নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র $C(3, 4)$ এবং ধরি এর ব্যাসার্ধ r_2
কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = OC = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5$
বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে:
কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল
$\Rightarrow d = r_1 + r_2 \Rightarrow 5 = 3 + r_2 \Rightarrow r_2 = 2$
বৃত্তের সমীকরণ: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 4$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$
অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে:
কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তরফল
$\Rightarrow d = |r_1 - r_2| \Rightarrow |3 - r_2| = 5 \Rightarrow 3 - r_2 = 5$ অথবা $3 - r_2 = -5$
$r_2 = -2$ (গ্রহণযোগ্য নয়), এবং $r_2 = 8$
বৃত্তের সমীকরণ: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 8^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 64$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$
$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ: $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ এবং $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$

১০

১৪. প্রদত্ত বৃত্ত ও সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী যেকোনো বৃত্তের সমীকরণ:
$S + kL = 0$
$\Rightarrow (x^2 + y^2 - 10x) + k(2x - y) = 0$
$\Rightarrow x^2 + y^2 + (2k - 10)x - ky = 0$ **.....(i)**
বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{2k-10}{2}, -\frac{-k}{2}\right) \equiv \left(5 - k, \frac{k}{2}\right)$
যেহেতু কেন্দ্রটি $y = 2x$ রেখার ওপর অবস্থিত, তাই:
$\frac{k}{2} = 2(5 - k)$
$\Rightarrow \frac{k}{2} = 10 - 2k \Rightarrow k = 20 - 4k \Rightarrow 5k = 20 \Rightarrow k = 4$
$k = 4$ মানটি **(i)** নং সমীকরণে বসিয়ে পাই:
$x^2 + y^2 + (8 - 10)x - 4y = 0$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$
$\therefore$ নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

১৫. প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র $C(3,-2)$ এবং ব্যাসার্ধ $R = \sqrt{3^2+(-2)^2-(-12)} = \sqrt{9+4+12} = 5$

$4x+3y-1=0$ রেখার সমান্তরাল যেকোনো স্পর্শকের সমীকরণ ধরি:

$4x+3y+k=0$ **.....(i)**

স্পর্শকের শর্তানুসারে, কেন্দ্র $C(3,-2)$ হতে **(i)** নং রেখার লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হবে।

$\therefore \frac{|4(3)+3(-2)+k|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 5$

$\Rightarrow \frac{|6+k|}{5} = 5 \Rightarrow 6+k = \pm 25$

$\Rightarrow k = 19$ অথবা $k = -31$

$\therefore$ স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ: $4x+3y+19=0$ এবং $4x+3y-31=0$

স্পর্শবিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্ব স্পর্শকের ওপর লম্ব এবং কেন্দ্রগামী হয়। ধরি অভিলম্বের সমীকরণ:

$3x-4y+c=0$

রেখাটি $C(3,-2)$ বিন্দুগামী হওয়ায়, $3(3)-4(-2)+c=0 \Rightarrow 9+8+c=0 \Rightarrow c=-17$

$\therefore$ অভিলম্বের সমীকরণ: $3x-4y-17=0$

স্পর্শবিন্দুগুলো হলো এই অভিলম্ব ও স্পর্শকগুলোর ছেদবিন্দু।

প্রথম স্পর্শবিন্দু: $4x+3y+19=0$ ও $3x-4y-17=0$ সমাধান করে পাই $(-1,-5)$

দ্বিতীয় স্পর্শবিন্দু: $4x+3y-31=0$ ও $3x-4y-17=0$ সমাধান করে পাই $(7,1)$

[যাচাই: কেন্দ্র হতে উভয় বিন্দুর দূরত্ব $\sqrt{16+9} = 5 = R$]

$\therefore$ স্পর্শকদ্বয় $4x+3y+19=0$, $4x+3y-31=0$ এবং স্পর্শবিন্দুদ্বয় $(-1,-5)$ ও $(7,1)$।

১৬. প্রদত্ত বৃত্ত: $x^2+y^2-8x-6y+16=0$

এর কেন্দ্র $C(4,3)$ এবং ব্যাসার্ধ $R = \sqrt{4^2+3^2-16} = \sqrt{16+9-16} = 3$

মূলবিন্দু $O(0,0)$ হতে বৃত্তটিতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য L:

$L = \sqrt{0^2+0^2-8(0)-6(0)+16} = \sqrt{16} = 4$ একক

[যেহেতু মান ধনাত্মক, তাই মূলবিন্দুটি বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু।]

ধরি, স্পর্শবিন্দুদ্বয় A ও B। তাহলে OACB চতুর্ভুজটি $\triangle OAC$ ও $\triangle OBC$ — এই দুটি সর্বসম সমকোণী ত্রিভুজ দ্বারা গঠিত (কারণ স্পর্শবিন্দুতে ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপর লম্ব)।

প্রতিটি ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় স্পর্শকের দৈর্ঘ্য L এবং ব্যাসার্ধ R।

একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times L \times R = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ বর্গ একক

$\therefore$ সম্পূর্ণ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= 2 \times 6 = 12$ বর্গ একক

$\therefore$ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 4 একক এবং চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 12 বর্গ একক।

১৭. ধরি, জ্যা-এর মধ্যবিন্দু $M(x_1, y_1)$

আমরা জানি, $S = 0$ বৃত্তের কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দু (x_1, y_1) হলে ঐ জ্যা-এর সমীকরণ $T = S_1$

এখানে $S \equiv x^2 + y^2 - 16$

$\therefore T = xx_1 + yy_1 - 16$ এবং $S_1 = x_1^2 + y_1^2 - 16$

সুতরাং জ্যা-এর সমীকরণ:

$xx_1 + yy_1 - 16 = x_1^2 + y_1^2 - 16$

$\Rightarrow xx_1 + yy_1 = x_1^2 + y_1^2$

যেহেতু প্রতিটি জ্যা নির্দিষ্ট বিন্দু $(2, -3)$ দিয়ে অতিক্রম করে, তাই বিন্দুটি জ্যা-এর সমীকরণকে সিদ্ধ করবে।

x-এর স্থলে 2 এবং y-এর স্থলে -3 বসিয়ে পাই:

$2x_1 - 3y_1 = x_1^2 + y_1^2$

$\Rightarrow x_1^2 + y_1^2 - 2x_1 + 3y_1 = 0$

সঞ্চারপথের সমীকরণ পেতে (x_1, y_1) কে (x, y) দ্বারা প্রতিস্থাপন করে পাই:

$x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সঞ্চারপথ একটি বৃত্ত: $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$, যার কেন্দ্র $\left(1, -\frac{3}{2}\right)$ অর্থাৎ মূলবিন্দু ও প্রদত্ত বিন্দুর সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দু।

১৮. প্রদত্ত রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার শীর্ষবিন্দুগুলো: $O(0, 0)$, $A(12, 0)$ এবং $B(0, 5)$

ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য:

A কোণের বিপরীত বাহু $a = OB = 5$

B কোণের বিপরীত বাহু $b = OA = 12$

O কোণের বিপরীত বাহু $c = AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

অন্তঃকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (h, k) হলে,

$h = \frac{ax_A + bx_B + cx_O}{a+b+c} = \frac{5(12)+12(0)+13(0)}{5+12+13} = \frac{60}{30} = 2$

$k = \frac{ay_A + by_B + cy_O}{a+b+c} = \frac{5(0)+12(5)+13(0)}{30} = \frac{60}{30} = 2$

যেহেতু অন্তঃবৃত্তটি x ও y উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে, তাই ব্যাসার্ধ $r = |h| = |k| = 2$

[যাচাই: সমকোণী ত্রিভুজে $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{5+12-13}{2} = 2$]

$\therefore$ অন্তঃবৃত্তের সমীকরণ: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2^2$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = 4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

১৯. C_1 বৃত্তের কেন্দ্র $O_1(0,0)$, ব্যাসার্ধ $R_1 = 1$
C_2 বৃত্তের কেন্দ্র $O_2(10,0)$, ব্যাসার্ধ $R_2 = 7$
কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব, $d = 10$। যেহেতু $d > R_1 + R_2 = 8$, তাই বৃত্তদ্বয় পরস্পর বহিঃস্থ এবং এদের 4টি সাধারণ স্পর্শক আছে।
সরল সাধারণ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{d^2 - (R_1 - R_2)^2} = \sqrt{10^2 - (1-7)^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$ একক।
সরল সাধারণ স্পর্শকদ্বয় কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে বহিঃস্থভাবে $R_1 : R_2 = 1 : 7$ অনুপাতে বিভক্ত করে।
বহিঃস্থ ছেদবিন্দু $P = \left(\frac{1(10)-7(0)}{1-7}, \frac{1(0)-7(0)}{1-7}\right) = \left(-\frac{5}{3}, 0\right)$
ধরি, $P\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ বিন্দুগামী স্পর্শকের ঢাল m
স্পর্শকের সমীকরণ: $y - 0 = m\left(x + \frac{5}{3}\right)$
$\Rightarrow 3mx - 3y + 5m = 0$
$O_1(0,0)$ হতে এই রেখার লম্ব দূরত্ব $R_1 = 1$ এর সমান হবে:
$\frac{|3m(0)-3(0)+5m|}{\sqrt{9m^2+9}} = 1$
$\Rightarrow 5|m| = 3\sqrt{m^2+1}$
$\Rightarrow 25m^2 = 9m^2 + 9 \Rightarrow 16m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm\frac{3}{4}$
m-এর মান বসিয়ে পাই: $4y = \pm(3x + 5)$
$\therefore$ নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ: $3x - 4y + 5 = 0$ এবং $3x + 4y + 5 = 0$
[যাচাই: $O_2(10,0)$ হতে $3x - 4y + 5 = 0$ এর দূরত্ব $= \frac{|30+5|}{5} = 7 = R_2$]

২০. প্রদত্ত স্থির বৃত্ত: $x^2 + y^2 - 8y = 0 \Rightarrow x^2 + (y-4)^2 = 16$
এর কেন্দ্র $C_1(0,4)$ এবং ব্যাসার্ধ $R_1 = 4$
ধরি, চলমান বৃত্তের কেন্দ্র $C_2(h,k)$ এবং ব্যাসার্ধ R_2।
যেহেতু বৃত্তটি $y = -4$ রেখাকে স্পর্শ করে, তাই কেন্দ্র হতে রেখাটির লম্ব দূরত্বই ব্যাসার্ধ।
$\therefore R_2 = |k + 4| = k + 4$ [চিত্রানুযায়ী $k > -4$ বিবেচনায়]
আবার চলমান বৃত্তটি স্থির বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করায় কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফলের সমান হবে।
$\therefore C_1C_2 = R_1 + R_2$
$\Rightarrow \sqrt{(h-0)^2 + (k-4)^2} = 4 + (k+4)$
$\Rightarrow \sqrt{h^2 + k^2 - 8k + 16} = k + 8$
উভয়পাশে বর্গ করে পাই:
$h^2 + k^2 - 8k + 16 = k^2 + 16k + 64$
$\Rightarrow h^2 = 24k + 48$
$\Rightarrow h^2 = 24(k + 2)$
সঞ্চারপথের সমীকরণের জন্য (h,k) কে (x,y) দ্বারা প্রতিস্থাপন করি:
$\therefore$ নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ: $x^2 = 24(y + 2)$, যা একটি পরাবৃত্ত।

২১. প্রাথমিক বেগের অভিমুখে লম্ব হওয়ার শর্ত হলো $t = \frac{u}{g\sin\theta}$।
এখানে $u = 40\ ms^{-1}$, $\theta = 60°$।
$t = \frac{40}{10\sin 60°} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 4.62$ s।
উড্ডয়নকাল $T = \frac{2u\sin\theta}{g} = 4\sqrt{3} \approx 6.93$ s হওয়ায় এটি অবতরণের আগেই ঘটে।

২২. t সময় পর মিলিত হলে, ওপরের পাথরের অতিক্রান্ত দূরত্ব $y_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$।
নিচের পাথরের উচ্চতা $y_2 = ut - \frac{1}{2}gt^2 = 30t - 5t^2$।
মোট উচ্চতা $y_1 + y_2 = 150 \Rightarrow 5t^2 + 30t - 5t^2 = 150 \Rightarrow 30t = 150 \Rightarrow t = 5$ s।
ভূমি থেকে উচ্চতা, $h = 30(5) - 5(5^2) = 150 - 125 = 25$ m।

২৩. t সময়ে আনুভূমিক দূরত্ব $x = ut = 20t$ এবং উল্লম্ব পতন $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$।
ঢালু ভূমিতে আঘাত করার শর্ত $\frac{y}{x} = \tan 45^\circ = 1$।
অতএব, $\frac{5t^2}{20t} = 1 \Rightarrow \frac{t}{4} = 1 \Rightarrow t = 4$ s।

২৪. সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সম্পূর্ণ অনুভূমিক, $v = u\cos 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ ms^{-1}।
অভিকর্ষজ ত্বরণ g কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হিসেবে কাজ করে।
বক্রতার ব্যাসার্ধ $R = \frac{v^2}{g} = \frac{(15\sqrt{3})^2}{10} = \frac{675}{10} = 67.5$ m।

২৫. $v = 0$ হলে $8t - 2t^2 = 0 \Rightarrow t = 4$ s। অর্থাৎ, কণাটি 4 s এ দিক পরিবর্তন করে।
0 থেকে 4 s পর্যন্ত দূরত্ব: $4t^2 - \frac{2t^3}{3}$ থেকে $= 64 - \frac{128}{3} = \frac{64}{3}$ m।
4 থেকে 5 s পর্যন্ত সরণ: $\left(100 - \frac{250}{3}\right) - \frac{64}{3} = \frac{50}{3} - \frac{64}{3} = -\frac{14}{3}$ m।
দূরত্ব সর্বদা ধনাত্মক, তাই মোট দূরত্ব $= \frac{64}{3} + \frac{14}{3} = \frac{78}{3} = 26$ m।

২৬. প্রাথমিক দূরত্ব x হলে, t সময়ে যাত্রীর অতিক্রান্ত দূরত্ব = ট্রেনের দূরত্ব + x।
$15t = x + \frac{1}{2}(3)t^2 \Rightarrow 1.5t^2 - 15t + x = 0$।
t এর বাস্তব মানের জন্য নিশ্চায়ক $D \geq 0$ হতে হবে।
$(-15)^2 - 4(1.5)(x) \geq 0 \Rightarrow 225 - 6x \geq 0 \Rightarrow x \leq 37.5$ m।

২৭. অবিস্ফোরিত পাল্লা $R = \frac{u^2 \sin 120^\circ}{g} = \frac{1600 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 80\sqrt{3}$ m।
বিস্ফোরণ অভ্যন্তরীণ বল হওয়ায় ভরকেন্দ্র ঠিক R দূরত্বেই মাটি স্পর্শ করবে।
প্রথম খণ্ড সর্বোচ্চ বিন্দুর ঠিক নিচে অর্থাৎ $x_1 = \frac{R}{2} = 40\sqrt{3}$ m এ পড়ে।
ভরকেন্দ্র: $\frac{x_1 + x_2}{2} = R \Rightarrow 40\sqrt{3} + x_2 = 160\sqrt{3} \Rightarrow x_2 = 120\sqrt{3}$ m ≈ 207.8 m।

২৮. কোনো বিন্দু (x, y) এ পৌঁছানোর ন্যূনতম বেগ $u_{min}^2 = g\left(y + \sqrt{x^2 + y^2}\right)$ থেকে পাওয়া যায়।
এখানে $x = 60$, $y = 25$।
$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3600 + 625} = \sqrt{4225} = 65$।
$u_{min}^2 = 10(25 + 65) = 10(90) = 900 \Rightarrow u_{min} = 30$ ms^{-1}।

২৯. মোট পাল্লা $R = 40 + 80 = 120$ m।
প্রক্ষেপকের গতিপথের সমীকরণ: $y = x\tan\theta\left(1 - \frac{x}{R}\right)$।
এখানে $\theta = 45^\circ$, $x = 40$ m এবং $R = 120$ m।
$y = 40 \times 1 \times \left(1 - \frac{40}{120}\right) = 40\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 40 \times \frac{2}{3} = \frac{80}{3} \approx 26.67$ m।

৩০. ঢালু তলে ঊর্ধ্বমুখী সর্বোচ্চ পাল্লার জন্য অনুভূমিকের সঙ্গে সর্বোত্তম নিক্ষেপ কোণ $\theta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$, যেখানে α হলো ঢালের কোণ।
এখানে $\alpha = 37^\circ$, তাই $\theta = 45^\circ + 18.5^\circ = 63.5^\circ$।

৩১. একই পাল্লা প্রদানকারী পরিপূরক কোণের জন্য সাধারণ সূত্র হলো: $t_1 \times t_2 = \frac{2R}{g}$।
এখানে $t_1 \times t_2 = \frac{2 \times 120}{10} = 24$।
$t_1 = 4$ s হলে, $4 \times t_2 = 24 \Rightarrow t_2 = 6$ s।

৩২. দেওয়া আছে $H = \frac{R}{3}$।
আমরা জানি, $H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$ এবং $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$।
সুতরাং, $\frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{1}{3} \times \frac{u^2(2\sin\theta\cos\theta)}{g} \Rightarrow \frac{\sin\theta}{2} = \frac{2\cos\theta}{3} \Rightarrow \tan\theta = \frac{4}{3}$।
অতএব, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53.1^\circ$।

৩৩. প্রতিক্রিয়া দূরত্ব $d_1 = v \times t_r = 30 \times 0.5 = 15$ m।
ব্রেকিং দূরত্ব $d_2 = \frac{v^2}{2a} = \frac{30^2}{2\times6} = \frac{900}{12} = 75$ m।
মোট দূরত্ব $= 15 + 75 = 90$ m।

৩৪. $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$।
শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta g}{g} \times 100\% = \left(\frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T}\right) \times 100\% = \left(\frac{0.1}{80.0} + 2 \times \frac{0.03}{1.80}\right) \times 100\% = 0.125\% + 3.333\% \approx 3.46\%$।

৩৫. ট্রেনের বেগ $v = 90 \times \frac{5}{18} = 25\ ms^{-1}$।
সম্পূর্ণ অতিক্রমে মোট দূরত্ব = ট্রেনের দৈর্ঘ্য + টানেলের দৈর্ঘ্য $= 250 + 850 = 1100$ m।
প্রয়োজনীয় সময় $t = \frac{1100}{25} = 44$ s।

৩৬. স্থির অবস্থা থেকে পতনশীল বস্তুর n-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_n = \frac{g}{2}(2n-1)$ এর সমানুপাতিক।
২য় সেকেন্ডে $s_2 \propto (2 \times 2 - 1) = 3$।
৪র্থ সেকেন্ডে $s_4 \propto (2 \times 4 - 1) = 7$।
অনুপাত $= 3 : 7$।

৩৭. উড্ডয়নকাল $T = 6\ s \Rightarrow T = \frac{2u}{g} \Rightarrow u = \frac{6\times9.8}{2} = 29.4\ ms^{-1}$।
সর্বোচ্চ উচ্চতা $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(29.4)^2}{2\times9.8} = 44.1$ m।

৩৮. স্থির অবস্থা থেকে চললে $s = \frac{1}{2}at^2$।
$t = 3$ s এ $s = 45$ m বসিয়ে, $45 = \frac{1}{2}a(3^2) \Rightarrow 45 = 4.5a \Rightarrow a = 10\ ms^{-2}$।
$t = 5$ s এ বেগ $v = u + at = 0 + (10 \times 5) = 50\ ms^{-1}$।

৩৯. কম্পাঙ্ক $f = \frac{30}{12} = 2.5$ Hz।
কৌণিক বেগ $\omega = 2\pi f = 2\pi(2.5) = 5\pi\ rads^{-1}$।
কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $a = \omega^2 r = (5\pi)^2 \times 2 = 25\pi^2 \times 2 = 50\pi^2 \approx 50 \times 10 = 500\ ms^{-2}$।

৪০. বেগ, $v = \dfrac{ds}{dt} = 40 - 10t$
প্রাথমিক বেগ, $u = 40\ m\ s^{-1}$
যেহেতু $K \propto v^2$, তাই $K = \dfrac{1}{4}K_0$ হলে $v^2 = \dfrac{1}{4}u^2$
$|v| = 20\ m\ s^{-1}$
অতএব, $40 - 10t = 20$ অথবা $40 - 10t = -20$
প্রথমটি থেকে, $t = 2$ s
দ্বিতীয়টি থেকে, $t = 6$ s
উত্তর: $t = 2$ s ও $t = 6$ s

৪১. বিউটেনের আণবিক ভর $= 4 \times 12 + 10 \times 1 = 58\ gmol^{-1}$।
5.8 g বিউটেনের মোল সংখ্যা $= \frac{5.8}{58} = 0.1$ mol।
1 mol দহনে তাপ নির্গত হয় 2658 kJ, তাই 0.1 mol-এ তাপ $= 0.1 \times 2658 = 265.8$ kJ।
নির্গত তাপ $= 265.8$ kJ।

৪২. HNO_3 প্রবল এসিড, সম্পূর্ণ বিয়োজিত হয়: $[H^+] = 0.005\ M = 5 \times 10^{-3}\ M$।
$pH = -\log(5 \times 10^{-3}) = 2.30$।
$pH \approx 2.30$।

৪৩. $[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2.6} = 2.51 \times 10^{-3}\ M$।
সাম্যাবস্থায় $[C_6H_5COO^-] = [H^+] = 2.51 \times 10^{-3}\ M$ এবং $[C_6H_5COOH] \approx 0.15 - 2.51 \times 10^{-3} \approx 0.1475\ M$।
$K_a = \frac{(2.51\times10^{-3})^2}{0.1475} \approx 4.3 \times 10^{-5}$।
$K_a \approx 4.3 \times 10^{-5}$।

৪৪. কাঙ্ক্ষিত বিক্রিয়া = বিক্রিয়া **(1)** − বিক্রিয়া **(2),** তাই $\Delta H = \Delta H_1 - \Delta H_2$।
$\Delta H = (-393.5) - (-395.4) = +1.9\ kJmol^{-1}$।
$\Delta H = +1.9\ kJmol^{-1}$।

৪৫. দুর্বল ক্ষারের জন্য $[OH^-] = \sqrt{K_b \times C} = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0.05} = \sqrt{1 \times 10^{-6}} = 1 \times 10^{-3}\ M$।
$pOH = -\log(1 \times 10^{-3}) = 3$।
$pH = 14 - 3 = 11$।
$pH = 11$।

৪৬. ধরি $Br - Br$ বন্ধন শক্তি $= x$।
$\Delta H = [(H - H) + x] - [2 \times (H - Br)] = (436 + x) - 732$।
$-72 = 436 + x - 732 = x - 296$।
$x = -72 + 296 = 224$।
$Br - Br$ বন্ধন শক্তি $= 224\ kJmol^{-1}$।

৪৭. $K_a \times K_b = K_w$।
$K_a = \frac{K_w}{K_b} = \frac{1\times10^{-14}}{4.4\times10^{-4}} = 2.27 \times 10^{-11}$।
$K_a = 2.27 \times 10^{-11}$।

৪৮. $Ca(OH)_2$ প্রবল ক্ষার, প্রতি মোলে $2\ mol\ OH^-$ দেয়: $[OH^-] = 2 \times 0.005 = 0.01\ M$।
$pOH = -\log(0.01) = 2$।
$pH = 14 - 2 = 12$।
$pH = 12$।

৪৯. দুটি বিক্রিয়া যোগ করলে $\frac{3}{2}O_2(g)$ বাতিল হয়ে যায় এবং কাঙ্ক্ষিত বিক্রিয়াটি পাওয়া যায়।
$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = (-1676) + 824 = -852\ kJmol^{-1}$।
$\Delta H = -852\ kJmol^{-1}$।

৫০. যোগকৃত $NaOH$, $HCOOH$-এর সাথে বিক্রিয়া করে: $HCOOH + OH^- \rightarrow HCOO^- + H_2O$।
নতুন **mol** $HCOOH = 0.4 - 0.1 = 0.3$; নতুন **mol** $HCOO^- = 0.6 + 0.1 = 0.7$।
$pH = pK_a + \log\left(\frac{0.7}{0.3}\right) = 3.745 + \log(2.333) = 3.745 + 0.368$।
নতুন $pH \approx 4.11$।

৫১. $CaCO_3$-এর আণবিক ভর $= 40 + 12 + 3 \times 16 = 100\ gmol^{-1}$।
$50\ g\ CaCO_3$-এর মোল সংখ্যা $= \frac{50}{100} = 0.5\ mol$।
$1\ mol$ বিয়োজনে তাপ শোষিত হয় $178\ kJ$, তাই $0.5\ mol$-এ তাপ $= 0.5 \times 178 = 89\ kJ$।
শোষিত তাপ $= 89\ kJ$।

৫২. দুর্বল এসিডের জন্য $[H^+] = \sqrt{K_a \times C} = \sqrt{1 \times 10^{-5} \times 0.01} = \sqrt{1 \times 10^{-7}} = 3.16 \times 10^{-4}\ M$।
$pH = -\log(3.16 \times 10^{-4}) = 3.5$।
$pH \approx 3.5$।

৫৩. কাঙ্ক্ষিত বিক্রিয়া: $3C(s) + 4H_2(g) \rightarrow C_3H_8(g)$, $\Delta H_f = 3 \times \Delta H_1 + 4 \times \Delta H_2 - \Delta H_3$।
$\Delta H_f = 3(-393.5) + 4(-285.8) - (-2220) = -1180.5 - 1143.2 + 2220 = -103.7\,\text{kJmol}^{-1}$।
$\Delta H_f(C_3H_8) = -103.7\,\text{kJmol}^{-1}$।

৫৪. $pK_a = -\log(1.8 \times 10^{-4}) = 3.745$।
$pH = pK_a + \log\left(\frac{[\text{লবণ}]}{[\text{এসিড}]}\right) = 3.745 + \log\left(\frac{0.6}{0.4}\right) = 3.745 + 0.176$।
$pH \approx 3.92$।

৫৫. বিশুদ্ধ পানিতে $[H^+] = [OH^-] = \sqrt{K_w} = \sqrt{5.1 \times 10^{-13}} = 7.14 \times 10^{-7}\,\text{M}$।
$pH = -\log(7.14 \times 10^{-7}) = 6.15$।
$pH \approx 6.15$ (তবুও পানি নিরপেক্ষ, কারণ $[H^+] = [OH^-]$)।

৫৬. C_2H_4-তে 4টি $C-H$ ও 1টি $C=C$ বন্ধন আছে; C_2H_6-তে 6টি $C-H$ ও 1টি $C-C$ বন্ধন আছে। ধরি $C=C$ বন্ধন শক্তি $= x$।
ভাঙা বন্ধন: $x + 4(413) + 436 = x + 1652 + 436 = x + 2088$।
গঠিত বন্ধন: $6(413) + 347 = 2478 + 347 = 2825$।
$\Delta H = (x + 2088) - 2825 = x - 737$, তাই $-137 = x - 737$।
$x = 737 - 137 = 600$।
$C=C$ বন্ধন শক্তি $= 600\,\text{kJmol}^{-1}$।

৫৭. সমতুল্য বিন্দুতে আয়তন $= 30 + 30 = 60\,\text{mL}$; $HCOONa$-এর মোল $= 0.15 \times 0.03 = 0.0045$, নতুন ঘনমাত্রা $C = \frac{0.0045}{0.060} = 0.075\,\text{M}$।
$K_b = \frac{K_w}{K_a} = \frac{1\times10^{-14}}{1.8\times10^{-4}} = 5.56 \times 10^{-11}$।
$[OH^-] = \sqrt{K_b \times C} = \sqrt{5.56 \times 10^{-11} \times 0.075} = \sqrt{4.17 \times 10^{-12}} = 2.04 \times 10^{-6}\,\text{M}$।
$pOH = -\log(2.04 \times 10^{-6}) = 5.69$; $pH = 14 - 5.69 = 8.31$।
$pH \approx 8.31$।

৫৮. দুর্বল এসিড HA পানিতে আংশিকভাবে বিয়োজিত হয়: $HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$, এবং নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় $K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$ ধ্রুবক থাকে।
দ্রবণ লঘু করলে (পানি যোগ করে ঘনমাত্রা কমালে), K_a-এর মান অপরিবর্তিত রাখতে হলে বিয়োজনের মাত্রা বাড়াতে হয়; অর্থাৎ লঘুকরণের সাথে বিয়োজনের মাত্রা বৃদ্ধি পায় (**Ostwald**-এর লঘুকরণ সূত্র অনুযায়ী বিয়োজনের মাত্রা $\propto \frac{1}{\sqrt{\text{ঘনমাত্রা}}}$)।
এটি লা-শাতেলিয়ার নীতির সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ, কারণ লঘুকরণ দ্রবণে মোট আয়ন-ঘনমাত্রা কমিয়ে দেয়; সাম্যাবস্থা তখন আরও বিয়োজন ঘটিয়ে এই পরিবর্তনকে প্রতিরোধ করার চেষ্টা করে, যাতে সিস্টেমটি নতুন সাম্যাবস্থায় পৌঁছাতে পারে।

৫৯. জৈব দ্রাবক সাধারণত উদ্বায়ী ও দাহ্য প্রকৃতির হওয়ায় এদের বাষ্প সহজেই আগুন ধরিয়ে দিতে পারে, তাই নিচের সতর্কতাগুলো মেনে চলা জরুরি:
দ্রাবক নিয়ে কাজ করার সময় আশেপাশে কোনো খোলা শিখা (যেমন বার্নার) বা স্ফুলিঙ্গ সৃষ্টিকারী যন্ত্র রাখা যাবে না, কারণ দাহ্য বাষ্প সহজেই জ্বলে উঠতে পারে।
ফিউম হুড (**fume hood**)-এর ভেতরে কাজ করতে হবে, যাতে উদ্বায়ী বাষ্প শ্বাসের মাধ্যমে শরীরে প্রবেশ না করে এবং বদ্ধ স্থানে জমে ঝুঁকি তৈরি না করে।
দ্রাবকের পাত্র ব্যবহারের পরপরই ঢাকনা লাগিয়ে বন্ধ রাখতে হবে, যাতে বাষ্পীভবনের হার কমে।
পর্যাপ্ত বায়ুচলাচল ব্যবস্থাসহ কক্ষে কাজ করতে হবে এবং কাছাকাছি অগ্নিনির্বাপক যন্ত্র (**fire extinguisher**) প্রস্তুত রাখতে হবে।

৬০. প্রয়োজনীয় বিক্রিয়া, $H_2O(l) \rightarrow H_2O(g)$

Hess-এর সূত্র অনুযায়ী, $\Delta H_{vap} = \Delta H_2 - \Delta H_1$

$\Delta H_{vap} = (-241.8) - (-285.8)$

$\Delta H_{vap} = +44.0\,kJ\ mol^{-1}$

Liquid ও **gaseous water-**এর **enthalpy** ভিন্ন **(**উপরের দুটি সমীকরণেই তা স্পষ্ট**),** তাই **thermochemical equation-**এ **physical state** উল্লেখ না করলে ΔH-এর মান অস্পষ্ট বা ভুল হয়ে যাবে — একই বিক্রিয়ক থেকে ভিন্ন অবস্থার উৎপাদ পেলে ΔH-এর মানও ভিন্ন হয়, যেমন এখানে দেখানো হলো