P-1 | Q-1

১. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি যথাক্রমে $\left(ab, \frac{2}{ab}\right)$, $\left(bc, \frac{2}{bc}\right)$ এবং $\left(ca, \frac{2}{ca}\right)$। যেখানে a, b, c হলো $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$ সমীকরণের তিনটি মূল। ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (The three vertices of a triangle are respectively $\left(ab, \frac{2}{ab}\right)$, $\left(bc, \frac{2}{bc}\right)$, and $\left(ca, \frac{2}{ca}\right)$, where a, b, c are the three roots of the equation $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$. Find the coordinates of the centroid of the triangle.)

P-1 | Q-2

২. মূলবিন্দু হতে $x \sec\theta + y \operatorname{cosec}\theta = p$ এবং $x \cos\theta - y \sin\theta = p \cos 2\theta$ সরলরেখাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে 4 এবং 3 একক হলে, p এর ধনাত্মক মান নির্ণয় করো। (The perpendicular distances from the origin to the lines $x \sec\theta + y \operatorname{cosec}\theta = p$ and $x \cos\theta - y \sin\theta = p \cos 2\theta$ are 4 and 3 units respectively. Find the positive value of p.)

P-2 | Q-3

৩. একটি সরলরেখার অক্ষদ্বয় দ্বারা খণ্ডিত অংশ মূলবিন্দু হতে অঙ্কিত লম্ব দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়। মূলবিন্দু হতে উক্ত রেখার লম্ব দূরত্ব 5 একক হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো। **(The portion of a straight line intercepted between the coordinate axes is bisected by the perpendicular drawn from the origin. If the perpendicular distance of the origin from the line is 5 units, find the equation of the straight line.)**

P-2 | Q-4

৪. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি যথাক্রমে $(p\cos t, p\sin t)$, $(q\sin t, -q\cos t)$ এবং $(2, -1)$। যেখানে p ও q ধ্রুবক এবং t একটি পরিবর্তনশীল প্যারামিটার। ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। **(The vertices of a triangle are $(p\cos t, p\sin t)$, $(q\sin t, -q\cos t)$ and $(2, -1)$, where p and q are constants and t is a variable parameter. Find the equation of the locus of the centroid of the triangle.)**

P-3 | Q-5

৫. 10 cm দৈর্ঘ্যের একটি দণ্ড স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের উপর দিয়ে পিছলে চলে। দণ্ডটির উপরিস্থিত একটি বিন্দু $P(x, y)$ দণ্ডটিকে x-অক্ষ হতে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। P বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। (A rod of length 10 cm slides along the coordinate axes. A point $P(x, y)$ on the rod divides it in the ratio 2 : 3 from the end on the x-axis. Find the equation of the locus of point P.)

P-3 | Q-6

৬. দুটি বিন্দু $A(1, 2)$ এবং $B(5, 6)$। একটি বিন্দু $P(x, y)$ এমনভাবে অবস্থান করে যেন $PA = PB$ হয় এবং ΔPAB এর ক্ষেত্রফল 8 বর্গ একক হয়। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (Given two points $A(1, 2)$ and $B(5, 6)$. A point $P(x, y)$ is such that $PA = PB$ and the area of ΔPAB is 8 square units. Find the coordinates of point P.)

P-4 | Q-7

৭. $A(2,-1)$ বিন্দুগামী এমন সরলরেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় করো, যেন $B(5,3)$ বিন্দু হতে উক্ত রেখাসমূহের লম্ব দূরত্ব 4 একক হয়। (Find the equations of the straight lines passing through $A(2,-1)$ such that the perpendicular distance from $B(5,3)$ to these lines is 4 units.)

P-4 | Q-8

৮. একটি সরলরেখা L মূলবিন্দু হতে $3\sqrt{2}$ একক লম্ব দূরত্বে অবস্থিত। মূলবিন্দু হতে রেখাটির উপর অঙ্কিত লম্ব x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। একটি বিন্দু $C(2,3)$ হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (A straight line L is at a perpendicular distance of $3\sqrt{2}$ units from the origin. The perpendicular drawn from the origin to the line makes an angle of 45° with the positive direction of the x-axis. The line intersects the x and y axes at points A and B respectively. If $C(2,3)$ is another point, find the area of ΔABC.)

P-5 | Q-9

৯. একটি বর্গক্ষেত্র $PQRS$ এমনভাবে অবস্থিত যে, এর P শীর্ষটি ধনাত্মক x-অক্ষের উপর এবং S শীর্ষটি ধনাত্মক y -অক্ষের উপর অবস্থিত। যদি বিপরীত শীর্ষ R এর স্থানাঙ্ক $(7, 9)$ হয়, তবে P ও S এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (A square $PQRS$ is positioned such that its vertex P lies on the positive x-axis and vertex S lies on the positive y-axis. If the opposite vertex R has coordinates $(7, 9)$, find the coordinates of P and S.)

P-5 | Q-10

১০. একটি রম্বসের একটি সূক্ষ্মকোণ $60°$। রম্বসটির একটি সূক্ষ্মকোণী শীর্ষ $A(0, 2)$ এবং A বিন্দুগামী নয় এমন কর্ণের সমীকরণ $x + y = 8$। রম্বসটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (One acute angle of a rhombus is $60°$. The acute-angled vertex $A(0, 2)$ of the rhombus is given, and the equation of the diagonal not passing through A is $x + y = 8$. Find the coordinates of the centre of the rhombus and its area.)

P-6 | Q-11

১১. A(3, 4) বিন্দুর $x - y + 2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিবিম্ব বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। এরপর বিন্দুটি দিয়ে যায় এবং x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 135° কোণ উৎপন্ন করে এমন সরলরেখার সমীকরণ বের করো। (Find the coordinates of the reflection of point A(3, 4) with respect to the line $x - y + 2 = 0$. Then find the equation of the straight line passing through that point which makes an angle of 135° with the positive direction of the x-axis.)

P-6 | Q-12

১২. P (3, 5) বিন্দু হতে $x + 2y - 1 = 0$ সরলরেখার দূরত্ব একটি রেখা বরাবর পরিমাপ করা হলো যার ঢাল -1। উক্ত দূরত্ব নির্ণয় করো। (The distance of the point P (3, 5) from the line $x + 2y - 1 = 0$ is measured along a line of slope -1. Find that distance.)

P-7 | Q-13

১৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে $A(-2,1)$, $B(4,1)$ এবং $C(2,5)$। ত্রিভুজটির লম্বকেন্দ্র নির্ণয় করো। (The three vertices of a triangle are $A(-2,1)$, $B(4,1)$ and $C(2,5)$. Find the orthocenter of the triangle.)

P-7 | Q-14

১৪. একটি বর্গক্ষেত্রের একটি কর্ণের প্রান্তবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে $(2,3)$ এবং $(-2,1)$। বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল এবং অপর কর্ণটির সমীকরণ নির্ণয় করো। (The endpoints of one diagonal of a square are $(2,3)$ and $(-2,1)$. Find the area of the square and the equation of the other diagonal.)

P-8 | Q-15

১৫. $3x + 4y - 5 = 0$ এবং $12x - 5y + 13 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত যে কোণটি মূলবিন্দু ধারণ করে, তার সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় করো। **(Find the equation of the bisector of the angle between the lines $3x + 4y - 5 = 0$ and $12x - 5y + 13 = 0$ that contains the origin.)**

P-8 | Q-16

১৬. একটি পরিবর্তনশীল সরলরেখা x ও y-অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যেন ΔOAB এর ক্ষেত্রফল সর্বদা একটি ধ্রুবক $2c^2$ হয় (O মূলবিন্দু)। AB রেখাংশের মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। **(A variable straight line intersects the x and y axes at points A and B respectively such that the area of ΔOAB is always a constant $2c^2$, where O is the origin. Find the equation of the locus of the midpoint of segment AB.)**

P-9 | Q-17

১৭. দুটি সমান্তরাল সরলরেখা $3x - 4y - 10 = 0$ এবং $3x - 4y + 20 = 0$। অপর দুটি সমান্তরাল রেখা $4x + 3y - 5 = 0$ এবং $4x + 3y + 25 = 0$। এই চারটি রেখা দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো এবং এটি কী ধরনের চতুর্ভুজ তা প্রমাণ করো। (Two parallel straight lines are $3x - 4y - 10 = 0$ and $3x - 4y + 20 = 0$. Another pair of parallel lines are $4x + 3y - 5 = 0$ and $4x + 3y + 25 = 0$. Find the area of the quadrilateral formed by these four lines and prove what type of quadrilateral it is.)

P-9 | Q-18

১৮. দুটি পরস্পর লম্ব রেখা যথাক্রমে $L(2, -3)$ এবং $M(-1, 5)$ বিন্দুগামী। রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $x + y - 3 = 0$ রেখার ওপর অবস্থিত হলে, L বিন্দুগামী রেখাটির সমীকরণ বের কর। (Two mutually perpendicular lines pass through $L(2, -3)$ and $M(-1, 5)$ respectively. If the point of intersection of these lines lies on the line $x + y - 3 = 0$, find the equation of the line passing through L.)

P-10 | Q-19

১৯. একটি সরলরেখা (3, 4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের সাথে একটি ত্রিভুজ গঠন করে। অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো এবং গঠিত ত্রিভুজের ন্যূনতম ক্ষেত্রফল কত তা বের করো। **(A straight line passes through the point (3, 4) and forms a triangle with the coordinate axes. Find the equation of the locus of the midpoint of the intercepted segment between the axes, and find the minimum area of the triangle formed.)**

P-10 | Q-20

২০. $A(5, 2)$ ও $B(1, 7)$ একটি ত্রিভুজের দুটি স্থির শীর্ষবিন্দু এবং তৃতীয় শীর্ষ $C(x, y)$ এমনভাবে বিচরণ করে যেন, ΔABC এর ক্ষেত্রফল সর্বদা 13 বর্গ একক। ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। **($A(5, 2)$ and $B(1, 7)$ are two fixed vertices of a triangle, and the third vertex $C(x, y)$ moves such that the area of ΔABC is always 13 square units. Find the equation of the locus of the centroid of the triangle.)**

P-11 | Q-21

২১. অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং $r = |\vec{r}|$ হলে, ভেক্টর ক্যালকুলাসের অপারেটর ও অন্তরীকরণের গুণন সূত্র প্রয়োগ করে প্রমাণ করো যে, $\vec{\nabla} \cdot (r^n\vec{r}) = (n+3)r^n$। এর সাহায্যে $\vec{\nabla} \cdot (r^3\vec{r})$ এবং $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$ এর মান নির্ণয় করো। **(Given position vector $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = |\vec{r}|$, use vector calculus operators and differentiation product rules to prove that $\vec{\nabla} \cdot (r^n\vec{r}) = (n+3)r^n$. Using this, evaluate $\vec{\nabla} \cdot (r^3\vec{r})$ and $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$.)**

P-11 | Q-22

২২. ধরি, একটি অজানা ভেক্টর $\vec{c} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ যা $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের সমতলে অবস্থিত (coplanar)। যদি $\vec{c}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ ভেক্টরের উপর লম্ব হয় এবং $\vec{c} \cdot \vec{b} = 24$ সম্পর্কটি সিদ্ধ করে, তবে $\vec{c}$ ভেক্টরটি এবং এর মান নির্ণয় করো। **(Let an unknown vector be $\vec{c} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ which is coplanar with vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$. If $\vec{c}$ is perpendicular to $\vec{a}$ and satisfies $\vec{c} \cdot \vec{b} = 24$, find the vector $\vec{c}$ and its magnitude.)**

P-12 | Q-23

২৩. ধরি, ত্রিমাত্রিক স্থানে তিনটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a} = -\hat{i} - \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j}$ এবং $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$। যদি $\vec{r}$ এমন একটি ভেক্টর হয় যা $\vec{r} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{b}$ এবং $\vec{r} \cdot \vec{a} = 0$ সম্পর্ক দুটি সিদ্ধ করে, তবে $\vec{r} \cdot \vec{b}$ এর মান নির্ণয় করো। (Let three vectors in three-dimensional space be $\vec{a} = -\hat{i} - \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j}$, and $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. If $\vec{r}$ is a vector satisfying $\vec{r} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{b}$ and $\vec{r} \cdot \vec{a} = 0$, find the value of $\vec{r} \cdot \vec{b}$.)

P-12 | Q-24

২৪. যদি দুটি ভেক্টর $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ এর জন্য $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$ এবং তাদের ডট গুণফল $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ হয়, তবে ভেক্টর বীজগণিতের সূত্রাবলি ব্যবহার করে $\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})))))$ এর মান নির্ণয় করো। (If for two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, and their dot product is $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, use vector algebra formulas to evaluate $\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})))))$.)

P-13 | Q-25

২৫. একটি আলোক রশ্মি $\vec{A}_{in} = -2\hat{i} - 5\hat{j}$ দিক বরাবর এসে মূলবিন্দুতে অবস্থিত একটি সমতল দর্পণ (যা x-অক্ষ বরাবর অবস্থিত) দ্বারা প্রতিফলিত হয়ে প্রতিফলিত রশ্মিটি $\vec{A}_{out}$ ভেক্টর বরাবর xy তলে গমন করে। আপতিত আলোক রশ্মি এবং প্রতিফলিত আলোক রশ্মির দিক নির্দেশকারী ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ ভেক্টর জ্যামিতির সাহায্যে নির্ণয় করো। (A light ray traveling in the direction of vector $\vec{A}_{in} = -2\hat{i} - 5\hat{j}$ is reflected at the origin by a plane mirror lying along the x-axis, and the reflected ray travels along vector $\vec{A}_{out}$ in the xy-plane. Find the angle between the directional vectors of the incident light ray and the reflected light ray using vector geometry.)

P-13 | Q-26

২৬. একটি স্রোতস্বিনী নদীতে নৌকার বেগ 2 m/s হলে তা ন্যূনতম দূরত্ব বা সোজা পথে অপর পাড়ে পৌঁছাতে পারে। এতে যে সময় লাগে, নদীতে স্রোত না থাকলে নৌকাটি দিয়ে সর্বনিম্ন সময়ে পার হতে তার ঠিক অর্ধেক সময় লাগত। স্রোতের বেগ কত? নদীর প্রস্থ 100 m হলে নৌকাটির পক্ষে নদী পারাপার হতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? (If the speed of a boat in a flowing river is 2 m/s, it can cross to the opposite bank along the shortest path. The time required for this is twice the minimum time required to cross the river when there is no current. What is the speed of the current? If the river width is 100 m, what is the minimum time required for the boat to cross the river?)

P-14 | Q-27

২৭. λ এর এমন সকল বাস্তব মান নির্ণয় করো যেন নিম্নের ভেক্টর সমীকরণটির একটি অশূন্য বাস্তব সমাধান $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ বিদ্যমান থাকে:

$(\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})x + (3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k})y + (-4\hat{i} + 5\hat{j})z = \lambda(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$

(Find all real values of λ such that the following vector equation has a non-zero real solution $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$: $(\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})x + (3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k})y + (-4\hat{i} + 5\hat{j})z = \lambda(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$.)

P-14 | Q-28

২৮. একজন আরোহী 10 km/h বেগে দৌড়ে যাওয়ার সময় বৃষ্টির ফোঁটা তার গায়ে খাড়া লম্বভাবে 5 km/h বেগে পড়তে দেখল। বৃষ্টির প্রকৃত বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। (While running at 10 km/h, a runner sees raindrops falling vertically on him at 5 km/h. Find the magnitude and direction of the actual velocity of rain.)

P-15 | Q-29

২৯. ধরি, ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় তলে $\vec{p}, \vec{q}$ এবং $\vec{r}$ তিনটি অসমতলীয় ভেক্টর। একটি ভেক্টর $\vec{s}$ এর উপাংশত্রয় $\vec{p}, \vec{q}$ এবং $\vec{r}$ বরাবর যথাক্রমে $4, 3$ এবং 5। যদি এই একই ভেক্টর $\vec{s}$ এর উপাংশত্রয় তিনটি নতুন অক্ষ যথাক্রমে $(-\vec{p} + \vec{q} + \vec{r})$, $(\vec{p} - \vec{q} + \vec{r})$ এবং $(-\vec{p} - \vec{q} + \vec{r})$ বরাবর যথাক্রমে x, y এবং z হয়, তবে $2x + y + z$ এর মান নির্ণয় করো। (Let $\vec{p}, \vec{q}$, and $\vec{r}$ be three non-coplanar vectors in 3D Cartesian space. The components of a vector $\vec{s}$ along $\vec{p}, \vec{q}$, and $\vec{r}$ are $4, 3$, and 5 respectively. If the components of the same vector $\vec{s}$ along three new axes $(-\vec{p} + \vec{q} + \vec{r})$, $(\vec{p} - \vec{q} + \vec{r})$, and $(-\vec{p} - \vec{q} + \vec{r})$ are x, y, and z respectively, find the value of $2x + y + z$.)

P-15 | Q-30

৩০. খাড়া নিচের দিকে 5 m/s বেগে বৃষ্টি পড়ছে। হঠাৎ পূর্ব থেকে পশ্চিম দিকে 2 m/s বেগে বাতাস বইতে শুরু করল। (ক) স্থির দাঁড়িয়ে থাকা একটি পূর্বমুখী গাড়ির সামনের ও পেছনের কাচের কোনটি ভিজবে এবং কত কোণে ভিজবে? (খ) গাড়িটি যদি 3 m/s বেগে পূর্ব দিকে চলতে শুরু করে, তবে গাড়ির কাচ ভেজার উপর এর কী প্রভাব পড়বে গাণিতিক বিশ্লেষণ সহ দেখাও।

[Rain is falling vertically downward at 5 m/s. Suddenly wind starts blowing from East to West at 2 m/s. (a) Which glass (front or rear) of a stationary East-facing car will get wet and at what angle? (b) If the car starts moving East at 3 m/s, mathematically analyze the effect on which glass gets wet.]

P-16 | Q-31

৩১. 5 km চওড়া একটি নদীতে স্রোতের বেগ 3 km/h এবং একটি নৌকার নিজস্ব বেগ 4 km/h। মাঝি নদীটি সোজাসুজি (ন্যূনতম পথে) পার হওয়ার জন্য নির্দিষ্ট কোণে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু যাত্রা শুরুর 1 h পর সে সিদ্ধান্ত পরিবর্তন করে এবং বাকি পথ "সর্বনিম্ন সময়ে নদী পারাপার" এর শর্তে চালনা শুরু করল। নৌকাটির ওপারে পৌঁছাতে সর্বমোট কত সময় লেগেছিল?

[In a 5 km wide river, the river current speed is 3 km/h and a boat's speed is 4 km/h. The boatman started steering at an angle to cross directly along the shortest path. But after 1 h, he changed his decision and steered the remaining path under the condition of "shortest time crossing". What was the total time taken for the boat to reach the opposite bank?]

P-16 | Q-32

৩২. পশ্চিম দিকে 4 km/h বেগে হেঁটে চলা একজন লোকের কাছে মনে হলো বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে পড়ছে। লোকটির বেগ দ্বিগুণ করা হলে তার কাছে মনে হলো বৃষ্টি উলম্বের সাথে 30° কোণে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। **(To a person walking west at a speed of 4 km/h, rain appears to fall vertically downward. If the person's speed is doubled, rain appears to fall at an angle of 30° with the vertical. Find the magnitude and direction of the actual velocity of rain.)**

P-17 | Q-33

৩৩. যদি $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ হয় এবং $\vec{B}$ এমন একটি ভেক্টর হয় যা $\vec{A} \times \vec{B} = 2\hat{i} - \hat{k}$ এবং $\vec{A} \cdot \vec{B} = 3$ সম্পর্ক দুটি সিদ্ধ করে, তবে $\vec{A} - \vec{B}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{B}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ (projection) নির্ণয় করো। (If $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{B}$ is a vector satisfying $\vec{A} \times \vec{B} = 2\hat{i} - \hat{k}$ and $\vec{A} \cdot \vec{B} = 3$, find the projection of vector $\vec{B}$ along vector $\vec{A} - \vec{B}$.)

P-17 | Q-34

৩৪. ধরি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$ এবং $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ তিনটি ভেক্টর। যদি $\vec{r}$ এমন একটি ভেক্টর হয় যা $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{c} \times \vec{a}$ এবং $\vec{r} \cdot \vec{b} = 0$ সম্পর্ক দুটি সিদ্ধ করে, তবে $\vec{r} \cdot \vec{a}$ এর মান নির্ণয় করো। (Let $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$, and $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ be three vectors. If $\vec{r}$ is a vector satisfying $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{c} \times \vec{a}$ and $\vec{r} \cdot \vec{b} = 0$, find the value of $\vec{r} \cdot \vec{a}$.)

P-18 | Q-35

৩৫. একটি গতিশীল কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}(t) = (t^2 - 1)\hat{i} + 2t\hat{j}$ দ্বারা নির্দেশিত। কণাটির গতিপথের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করো এবং দেখাও যে, XY-সমতলে কণাটির সঞ্চারপথ একটি পরাবৃত্ত (parabola)। এই পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র (focus) এবং নিয়ামকের (directrix) সমীকরণ নির্ণয় করো। (The position vector of a moving particle is given by $\vec{r}(t) = (t^2 - 1)\hat{i} + 2t\hat{j}$. Establish the equation of the trajectory of the particle and show that its locus in the XY-plane is a parabola. Find the focus and the equation of the directrix of this parabola.)

P-18 | Q-36

৩৬. ত্রিমাত্রিক বলবিদ্যায় একটি কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{A}(t)$ এর মান যদি সময়ের সাথে পরিবর্তিত না হয়ে সর্বদা ধ্রুবক থাকে (অর্থাৎ $|\vec{A}|$ = constant), তবে ডট গুণফলের অন্তরীকরণ সূত্র ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, কণাটির ব্যবকলনীয় ভেক্টর $\frac{d\vec{A}}{dt}$ সর্বদা মূল ভেক্টর $\vec{A}$ এর উপর লম্ব হবে। (In 3D mechanics, if the magnitude of the position vector $\vec{A}(t)$ of a particle remains constant over time (i.e., $|\vec{A}|$ = constant), prove using the derivative rule for dot products that the derivative vector $\frac{d\vec{A}}{dt}$ is always perpendicular to the original vector $\vec{A}$.)

P-19 | Q-37

৩৭. 2 m/s বেগে বয়ে যাওয়া অনুভূমিক বাতাসের অভিমুখে একটি গাড়ি 12 m/s বেগে চলছে। গাড়িটির সামনের উইন্ডশিল্ডের কোণ $\angle A = 35^\circ$ এবং পিছনের কাচের কোণ $\angle B = 60^\circ$ (উভয় কোণ অনুভূমিকের সাথে)। গাড়িটি চলার সময় সামনের কাচে বৃষ্টি খাড়া লম্বভাবে পড়ছে।

(ক) বৃষ্টির প্রকৃত বেগ নির্ণয় করো।

(খ) বৃষ্টি কি গাড়িটির পিছনের কাচে সরাসরি আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

(A car moves at 12 m/s in the direction of a horizontal wind blowing at 2 m/s. The angle of the front windshield is $\angle A = 35^\circ$ and the rear glass angle is $\angle B = 60^\circ$ (both with respect to the horizontal). While moving, rain falls perpendicularly on the front windshield.

(a) Determine the actual velocity of the rain.

(b) Will the rain hit the rear glass directly? Analyze mathematically.)

P-19 | Q-38

৩৮. একটি স্রোতস্বিনী নদীতে এমনভাবে নৌকা চালনা করা হলো যেন নৌকাটি ন্যূনতম পথে (সরাসরি প্রস্থ বরাবর) অপর তীরে পৌঁছায়। এতে যে সময় লাগে, নদীতে কোনো স্রোত না থাকলে সরাসরি প্রস্থ বরাবর পার হতে তার অর্ধেক সময় লাগত। নৌকার নিজস্ব বেগ 2 m/s হলে স্রোতের বেগ নির্ণয় করো।

(A boat is steered across a river such that it reaches the opposite bank along the shortest path (straight across the width). The time taken for this is twice the time it would take to cross directly across the width if there were no current. If the boat's own speed is 2 m/s, find the velocity of the river current.)

P-20 | Q-39

৩৯. একটি গতিশীল কণার যেকোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$ দ্বারা নির্দেশ করা যায়, যেখানে ω একটি ধ্রুবক। কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো এবং দেখাও যে, কণাটির অবস্থান ও বেগ ভেক্টরের ক্রস গুণফল $(\vec{r} \times \vec{v})$ একটি ধ্রুবক ভেক্টর। (The position vector of a moving particle at any instant is given by $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$, where ω is a constant. Find the instantaneous velocity and acceleration of the particle, and show that the cross product of its position and velocity vectors $(\vec{r} \times \vec{v})$ is a constant vector.)

P-20 | Q-40

৪০. যদি তিনটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{\beta} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$ হয়, তবে স্কেলার রাশি c ও d এর মান নির্ণয় করো যেন, $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$ ভেক্টরটি $\vec{\alpha}$ ও $\vec{\beta}$ উভয়ের উপরই লম্ব হয়।
(If three vectors are $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{\beta} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, and $\vec{\gamma} = 5\hat{i} + 8\hat{k}$, find the scalar values c and d such that the vector $\vec{\gamma} - c\vec{\alpha} - d\vec{\beta}$ is perpendicular to both $\vec{\alpha}$ and $\vec{\beta}$.)

P-21 | Q-41

৪১. বিক্রিয়া $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$। কোনো মুহূর্তে NH_3-এর disappearance rate $0.24\ molL^{-1}s^{-1}$। একই মুহূর্তে O_2-এর disappearance এবং NO ও H_2O-এর formation rate নির্ণয় কর। (For the reaction $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$, at a certain moment the disappearance rate of NH_3 is $0.24\ molL^{-1}s^{-1}$. Find the disappearance rate of O_2 and the formation rates of NO and H_2O at the same moment.)

P-21 | Q-42

৪২. 310 K-এ কোনো বিক্রিয়ার rate constant $4.0 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ এবং 340 K-এ $2.0 \times 10^{-2}\ s^{-1}$। Arrhenius সমীকরণ ব্যবহার করে E_a নির্ণয় কর। (The rate constant of a reaction is $4.0 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ at 310 K and $2.0 \times 10^{-2}\ s^{-1}$ at 340 K. Find E_a using the Arrhenius equation.)

P-22 | Q-43

৪৩. একটি বিক্রিয়ার $\log k$ বনাম $\frac{1}{T}$ লেখচিত্রের ঢাল $-2500\ K$। E_a নির্ণয় কর। $R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$। (The slope of a graph of $\log k$ versus $\frac{1}{T}$ for a reaction is $-2500\ K$. Find E_a. $R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$.)

P-22 | Q-44

৪৪. কোনো বিক্রিয়ার হার 27°C থেকে 37°C করলে দ্বিগুণ হয়। 27°C-এ হার $3.0 \times 10^{-4}\ molL^{-1}s^{-1}$ হলে 57°C-এ হার কত হবে, একই তাপমাত্রা সহগ প্রযোজ্য ধরে? (The rate of a reaction doubles when the temperature is raised from 27°C to 37°C. If the rate at 27°C is $3.0 \times 10^{-4}\ molL^{-1}s^{-1}$, what will the rate be at 57°C, assuming the same temperature coefficient applies?)

P-23 | Q-45

৪৫. catalyst ছাড়া একটি বিক্রিয়ার $E_a = 100\ kJmol^{-1}$ এবং catalyst সহ $E_a = 70\ kJmol^{-1}$। 298 K-এ A অপরিবর্তিত থাকলে rate constant-এর অনুপাত নির্ণয় কর। (Without a catalyst, the activation energy of a reaction is $E_a = 100\ kJmol^{-1}$, and with catalyst $E_a = 70\ kJmol^{-1}$. If A remains unchanged at 298 K, find the ratio of the rate constants.)

P-23 | Q-46

৪৬. $CO(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons COCl_2(g)$। সাম্যাবস্থায় $[CO] = 0.20\ M$, $[Cl_2] = 0.10\ M$ এবং $[COCl_2] = 0.40\ M$। K_c নির্ণয় কর। (For $CO(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons COCl_2(g)$, at equilibrium $[CO] = 0.20\ M$, $[Cl_2] = 0.10\ M$, and $[COCl_2] = 0.40\ M$. Find K_c.)

P-24 | Q-47

৪৭. $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$ বিক্রিয়ার 1.0 L পাত্রে শুরুতে $HI = 1.00$ mol। সাম্যাবস্থায় $HI = 0.40$ mol হলে K_c নির্ণয় কর। (For $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$, initially $HI = 1.00$ mol in a 1.0 L vessel. If $HI = 0.40$ mol at equilibrium, find K_c.)

P-24 | Q-48

৪৮. $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$। 2.0 L পাত্রে শুরুতে $N_2O_4 = 0.50$ mol। সাম্যাবস্থায় 40% N_2O_4 বিয়োজিত হলে K_c নির্ণয় কর। (For $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$, initially $N_2O_4 = 0.50$ mol in a 2.0 L vessel. If 40% of N_2O_4 dissociates at equilibrium, find K_c.)

P-25 | Q-49

৪৯. $H_2(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons 2HCl(g)$। সাম্যাবস্থায় H_2, Cl_2 ও HCl-এর partial pressure যথাক্রমে 0.20, 0.30 ও 1.20 atm। K_p এবং 350 K-এ K_c নির্ণয় কর। (For $H_2(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons 2HCl(g)$, the equilibrium partial pressures of H_2, Cl_2, and HCl are 0.20, 0.30, and 1.20 atm respectively. Find K_p and K_c at 350 K.)

P-25 | Q-50

৫০. 600 K-এ কোনো বিক্রিয়ার $K_c = 2.5$ এবং $\Delta n = 2$। K_p নির্ণয় কর। এরপর বিক্রিয়াটিকে উল্টো দিকে লিখলে K_c ও K_p-এর নতুন মান নির্ণয় কর। (For a reaction at 600 K, $K_c = 2.5$ and $\Delta n = 2$. Find K_p. Then find the new values of K_c and K_p if the reaction is written in the reverse direction.)

P-26 | Q-51

৫১. $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ বিক্রিয়ার জন্য $K_p = 0.50$। সাম্যাবস্থায় $P_{SO_3} = 2$ atm এবং $P_{SO_2} = 1$ atm হলে P_{O_2} নির্ণয় কর। (For $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$, $K_p = 0.50$. If $P_{SO_3} = 2$ atm and $P_{SO_2} = 1$ atm at equilibrium, find P_{O_2}.)

P-26 | Q-52

৫২. $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় $K_p = 0.60$ atm। একই তাপমাত্রায় CO_2-এর equilibrium pressure কত হবে? এরপর $CaCO_3$-এর কিছু অংশ অপসারণ করলে কী ঘটবে তা নির্ণয় কর। (For $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$, $K_p = 0.60$ atm at a certain temperature. What will the equilibrium pressure of CO_2 be at the same temperature? Then determine what happens if some $CaCO_3$ is removed.)

P-27 | Q-53

৫৩. $H_2(g) + CO_2(g) \rightleftharpoons H_2O(g) + CO(g), \Delta H > 0$। সাম্যাবস্থায় যথাক্রমে H_2, CO_2, H_2O ও CO-এর 0.50, 0.40, 0.30 ও 0.20 mol আছে। পাত্রের আয়তন 2.0 L হলে K_c নির্ণয় কর। (For $H_2(g) + CO_2(g) \rightleftharpoons H_2O(g) + CO(g), \Delta H > 0$, the equilibrium amounts are 0.50, 0.40, 0.30, and 0.20 mol of H_2, CO_2, H_2O, and CO respectively. If the volume of the vessel is 2.0 L, find K_c.)

P-27 | Q-54

৫৪. $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g), \Delta H < 0$। equilibrium mixture-এ pressure বাড়ানো হলো, SO_3 যোগ করা হলো এবং temperature কমানো হলো—পরপর তিনটি পরিবর্তনের ফলে equilibrium কোন দিকে সরে যাবে তা নির্ণয় কর। (For $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g), \Delta H < 0$, in the equilibrium mixture pressure was increased, then SO_3 was added, and then temperature was decreased — determine, for these three successive changes, which direction the equilibrium will shift.)

P-28 | Q-55

৫৫. 300 K-এ কোনো বিক্রিয়ার $K_c = 5.0 \times 10^{-3}$ এবং $K_p = 0.20$। $R = 0.0821\ Latmmol^{-1}K^{-1}$ হলে Δn নির্ণয় কর। (For a reaction at 300 K, $K_c = 5.0 \times 10^{-3}$ and $K_p = 0.20$. If $R = 0.0821\ Latmmol^{-1}K^{-1}$, find Δn.)

P-28 | Q-56

৫৬. $NH_4HS(s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S(g)$। 400 K-এ $K_p = 1.44\ atm^2$। K_c নির্ণয় কর। (For $NH_4HS(s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S(g)$, $K_p = 1.44\ atm^2$ at 400 K. Find K_c.)

P-29 | Q-57

৫৭. কোনো বিক্রিয়ার জন্য 300 K-এ $k = 1.0 \times 10^{-3}$ এবং 350 K-এ $k = 8.0 \times 10^{-3}\ s^{-1}$। E_a নির্ণয় কর। তারপর 325 K-এ k-এর আনুমানিক মান নির্ণয় কর। (For a reaction, $k = 1.0 \times 10^{-3}$ at 300 K and $k = 8.0 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ at 350 K. Find E_a. Then find the approximate value of k at 325 K.)

P-29 | Q-58

৫৮. একমুখী ও উভমুখী বিক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য একটি উপযুক্ত রাসায়নিক উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর এবং কীভাবে একটি reversible reaction-কে practically irreversible করা যায় তা ব্যাখ্যা কর। (Explain the difference between irreversible and reversible reactions with a suitable chemical example, and explain how a reversible reaction can be made practically irreversible.)

P-30 | Q-59

৫৯. homogeneous ও heterogeneous equilibrium-এর পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। প্রতিটির একটি করে উদাহরণ দিয়ে কোন কোন পদার্থ equilibrium expression-এ অন্তর্ভুক্ত হবে তা ব্যাখ্যা কর। (Explain the difference between homogeneous and heterogeneous equilibrium. With one example of each, explain which substances will be included in the equilibrium expression.)

P-30 | Q-60

৬০. "সাম্যাবস্থায় forward ও reverse reaction-এর হার সমান হলেও reactant ও product-এর পরিমাণ সমান হওয়া আবশ্যক নয়।" — গাণিতিক ও ধারণাগতভাবে ব্যাখ্যা কর। ("Even though the forward and reverse reaction rates are equal at equilibrium, the amounts of reactants and products need not be equal." — Explain mathematically and conceptually.)