P-01_Q-01 ১০ নম্বর

১. একটি আলোক রশ্মি P (1, 6) বিন্দু থেকে নির্গত হয়ে $x + y - 4 = 0$ রেখা হতে প্রতিফলিত হওয়ার পর Q(5, 2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। আপতিত রশ্মির ও প্রতিফলিত রশ্মির সমীকরণ নির্ণয় করো।(A ray of light is emitted from the point P(1,6) and, after being reflected from the line (x+y-4=0), passes through the point Q(5,2). Find the equations of the incident ray and the reflected ray.)

P-01_Q-02 ১০ নম্বর

২. (2, 3) বিন্দু হতে $2x + y - 12 = 0$ সরলরেখার দূরত্ব একটি রেখা বরাবর পরিমাপ করা হলো যার ঢাল 1। উক্ত দূরত্ব নির্ণয় করো। (The distance from the point (2, 3) to the straight line $2x + y - 12 = 0$ is measured along a line having slope 1. Find the distance.)

P-02_Q-03 ১০ নম্বর

৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে $A(3,4)$, $B(0,0)$ এবং $C(6,0)$। ত্রিভুজটির লম্বকেন্দ্র নির্ণয় করো।(The three vertices of a triangle are $A(3,4)$, $B(0,0)$, and $C(6,0)$ respectively. Find the orthocenter of the triangle.)

P-02_Q-04 ১০ নম্বর

৪. একটি বর্গক্ষেত্রের দুটি সমান্তরাল বাহুর সমীকরণ $3x - 4y + 5 = 0$ এবং $3x - 4y - 15 = 0$। এর তৃতীয় বাহুটি $(2,3)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে, অপর বাহু দুটির সমীকরণ নির্ণয় করো।(The equations of two parallel sides of a square are $3x - 4y + 5 = 0$ and $3x - 4y - 15 = 0$. If the third side passes through the point $(2,3)$, find the equations of the other two sides.)

P-03_Q-05 ১০ নম্বর

৫. $3x + 4y - 11 = 0$ এবং $12x - 5y - 2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় করো।(Find the equation of the bisector of the acute angle between the straight lines $3x + 4y - 11 = 0$ and $12x - 5y - 2 = 0$.)

P-03_Q-06 ১০ নম্বর

৬. $A(2, 0)$ ও $B(0, 4)$ একটি ত্রিভুজের দুটি স্থির শীর্ষবিন্দু এবং তৃতীয় শীর্ষ $C(x, y)$ এমনভাবে চলমান যে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল সর্বদা 12 বর্গ একক। ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।($A(2, 0)$ and $B(0, 4)$ are two fixed vertices of a triangle, and the third vertex $C(x, y)$ moves in such a way that the area of ΔABC is always 12 square units. Find the equation of the locus of the centroid of the triangle.)

P-04_Q-07 ১০ নম্বর

৭. একটি রম্বসের দুটি কর্ণের সমীকরণ যথাক্রমে $2x - y = 0$ এবং $x + 2y - 5 = 0$ এবং এর একটি শীর্ষবিন্দু $(3, 6)$। রম্বসটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{29}$ একক হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।(The equations of the two diagonals of a rhombus are $2x - y = 0$ and $x + 2y - 5 = 0$ respectively, and one of its vertices is $(3, 6)$. If the length of each side of the rhombus is $\sqrt{29}$ units, find its area.)

P-04_Q-08 ১০ নম্বর

৮. একটি সরলরেখা $x + y - 3 = 0$ এবং $2x - y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং মূলবিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব 1 একক। সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।(A straight line passes through the point of intersection of the lines $x + y - 3 = 0$ and $2x - y - 3 = 0$, and the perpendicular distance of the line from the origin is 1 unit. Find the equation of the straight line.)

P-05_Q-09 ১০ নম্বর

৯. $x + y - 2 = 0$ রেখার সাপেক্ষে $3x - 2y + 5 = 0$ রেখার প্রতিবিম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।(Find the equation of the reflection (image) of the line $3x - 2y + 5 = 0$ with respect to the line $x + y - 2 = 0$.)

P-05_Q-10 ১০ নম্বর

১০. একটি সরলরেখা $(2, 3)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের সাথে প্রথম চতুর্ভাগে একটি ত্রিভুজ গঠন করে। অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো এবং গঠিত ত্রিভুজের ন্যূনতম ক্ষেত্রফল কত তা বের করো।(A straight line passes through the point $(2, 3)$ and forms a triangle with the coordinate axes in the first quadrant. Find the equation of the locus of the midpoint of the portion of the line intercepted between the axes, and find the minimum area of the triangle so formed.)

P-06_Q-11 ১০ নম্বর

১১. একটি চলমান বিন্দু $P(x, y)$ এমনভাবে অবস্থান পরিবর্তন করে যে, P বিন্দু এবং দুটি স্থির বিন্দু $A(3, 4)$ ও $B(-2, 1)$ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সর্বদা 10 বর্গ একক হয়। P বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।(A moving point $P(x, y)$ changes its position in such a way that the area of the triangle formed by the point P and two fixed points $A(3, 4)$ and $B(-2, 1)$ is always 10 square units. Find the equation of the locus of the point P.)

P-06_Q-12 ১০ নম্বর

১২. $2x + y - 5 = 0$, $x - y - 1 = 0$ এবং $kx - 3y + 1 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে k এর মান নির্ণয় করো। এরপর, তাদের ছেদবিন্দুগামী এবং $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।(If the lines $2x + y - 5 = 0$, $x - y - 1 = 0$, and $kx - 3y + 1 = 0$ are concurrent, find the value of k. Then, find the equation of the line passing through their point of intersection and perpendicular to the line $4x + 3y - 7 = 0$.)

P-07_Q-13 ১০ নম্বর

১৩. দুটি পরস্পর লম্ব রেখা যথাক্রমে $L(2,-3)$ এবং $M(-1,5)$ বিন্দুগামী। রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $x+y-3=0$ রেখার ওপর অবস্থিত হলে, L বিন্দুগামী রেখাটির সমীকরণ বের কর।(Two mutually perpendicular straight lines pass through the points $L(2,-3)$ and $M(-1,5)$ respectively. If the point of intersection of the two lines lies on the line $x+y-3=0$, find the equation of the line passing through the point L.)

P-07_Q-14 ১০ নম্বর

১৪. একটি সরলরেখা $A(2,3)$ এবং $B(4,7)$ বিন্দু দিয়ে যায়। রেখাটিকে A বিন্দুর সাপেক্ষে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে 45° কোণে ঘোরানো হলে, নতুন রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।(A straight line passes through the points $A(2,3)$ and $B(4,7)$. If the line is rotated through an angle of 45° in the anticlockwise direction about the point A, find the equation of the new line.)

P-08_Q-15 ১০ নম্বর

১৫. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ যথাক্রমে $A(1,2)$, $B(1,-6)$ এবং $C(7,2)$। ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।(The vertices of a triangle are $A(1,2)$, $B(1,-6)$, and $C(7,2)$ respectively. Find the coordinates of the incenter of the triangle.)

P-08_Q-16 ১০ নম্বর

১৬. $3x + 4y - 24 = 0$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। মূলবিন্দু O হলে, ΔOAB-এর পরিকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো এবং এর পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত তা বের করো।(The straight line $3x + 4y - 24 = 0$ intersects the x-axis and y-axis at points A and B respectively. If O is the origin, find the coordinates of the circumcenter of ΔOAB, and find the area of its circumcircle.)

P-09_Q-17 ১০ নম্বর

১৭. $(1, -2)$ বিন্দুগামী এবং $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ রেখার সাথে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equations of the straight lines passing through the point $(1, -2)$ and making an angle of $60°$ with the line $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$.)

P-09_Q-18 ১০ নম্বর

১৮. অক্ষদ্বয়ের দিক অপরিবর্তিত রেখে মূলবিন্দুকে $(2, -3)$ বিন্দুতে স্থানান্তর করলে, $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ সমীকরণটির নতুন রূপান্তরিত আকার কী হবে?(If the origin is shifted to the point $(2, -3)$ keeping the directions of the axes unchanged, what will be the new transformed form of the equation $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$?)

P-10_Q-19 ১০ নম্বর

১৯. একটি সরলরেখা স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় দ্বারা খণ্ডিত হয় এবং খণ্ডিত অংশের মধ্যবিন্দু $(3, -4)$। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো। উক্ত রেখা এবং অক্ষদ্বয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা কত?(A straight line is intercepted by the coordinate axes, and the midpoint of the intercepted portion is $(3, -4)$. Find the equation of the line. What is the perimeter of the triangle formed by the line and the axes?)

P-10_Q-20 ১০ নম্বর

২০. একটি সরলরেখা $(3, 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় হতে যে অংশ ছেদ করে তাদের যোগফল 14। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।(A straight line passes through the point $(3, 4)$ and the sum of the intercepts it cuts off from the coordinate axes is 14. Find the equation of the line.)

P-11_Q-21 ১০ নম্বর

২১. ধরি, $\vec{a}$, $\vec{b}$ এবং $\vec{c}$ তিনটি অসমতলীয় (non-coplanar) একক ভেক্টর, যারা পরস্পরের সাথে সমান কোণ θ উৎপন্ন করে। যদি $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ হয়, তবে স্কেলার ধ্রুবক p, q এবং r এর মান θ এর মাধ্যমে প্রকাশ করো। (Let $\vec{a}$, $\vec{b}$, and $\vec{c}$ be three non-coplanar unit vectors mutually inclined at equal angle θ. If $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$, express the scalar constants p, q, and r in terms of θ.)

P-11_Q-22 ১০ নম্বর

২২. যদি $\vec{A}$, $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ তিনটি এমন ভেক্টর হয় যেন $|\vec{B}| = |\vec{C}|$। ভেক্টর বীজগণিতের সূত্রাবলি ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $[(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{C})] \times (\vec{B} \times \vec{C}) \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = 0$। (If $\vec{A}$, $\vec{B}$, and $\vec{C}$ are three vectors such that $|\vec{B}| = |\vec{C}|$, prove using vector algebra that $[(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{C})] \times (\vec{B} \times \vec{C}) \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = 0$.)

P-12_Q-23 ১০ নম্বর

২৩. ধরি, দ্বিমাত্রিক কার্তেসীয় সমতলে OXY-তে একটি গতিশীল বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এমনভাবে পরিবর্তিত হয় যেন এটি $\vec{r} \cdot (\vec{r} + 6\hat{j}) = 7$ সমীকরণটি সিদ্ধ করে। যদি এই সঞ্চারপথটি স্থানাঙ্ক অক্ষসমূহকে চারটি ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে, তবে এই ছেদবিন্দুগুলি যোগ করে গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (Let the position vector $\vec{r}$ of a moving point in the 2D Cartesian plane OXY vary such that it satisfies $\vec{r} \cdot (\vec{r} + 6\hat{j}) = 7$. If this locus intersects the coordinate axes at four distinct points, find the area of the quadrilateral formed by joining these intersection points.)

P-12_Q-24 ১০ নম্বর

২৪. যদি অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং $r = |\vec{r}|$ হয়, তবে ভেক্টর ক্যালকুলাসের আংশিক অন্তরীকরণ সূত্রাবলি ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $\vec{\nabla}(\ln r) = \frac{\vec{r}}{r^2}$। [If position vector $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = |\vec{r}|$, prove using the partial differentiation rules of vector calculus that $\vec{\nabla}(\ln r) = \frac{\vec{r}}{r^2}$.]

P-13_Q-25 ১০ নম্বর

২৫. যদি ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{A} = 2x^2\hat{i} - 3yz\hat{j} + xz^2\hat{k}$ এবং স্কেলার ক্ষেত্র $\phi = 2z - x^3y$ হয়, তবে $(1, -1, 1)$ বিন্দুতে ডট গুণফল $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\phi$ এর মান নির্ণয় করো। [If vector field $\vec{A} = 2x^2\hat{i} - 3yz\hat{j} + xz^2\hat{k}$ and scalar field $\phi = 2z - x^3y$, calculate the dot product $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\phi$ at the point $(1, -1, 1)$.]

P-13_Q-26 ১০ নম্বর

২৬. কোনো ত্রিভুজ ΔPQR এর তিনটি বাহুর দিক বরাবর ক্রমিক ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a} = \overrightarrow{QR}$, $\vec{b} = \overrightarrow{RP}$ এবং $\vec{c} = \overrightarrow{PQ}$। যদি $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{3}$ এবং $\vec{b} \cdot \vec{c} = 24$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -72$ এবং $|\vec{c}|$ এর মান নির্ণয় করো। [For a triangle ΔPQR, the vectors along its sides in order are $\vec{a} = \overrightarrow{QR}$, $\vec{b} = \overrightarrow{RP}$, and $\vec{c} = \overrightarrow{PQ}$. If $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{3}$, and $\vec{b} \cdot \vec{c} = 24$, prove that $\vec{a} \cdot \vec{b} = -72$ and find the value of $|\vec{c}|$.]

P-14_Q-27 ১০ নম্বর

২৭. রাজশাহী থেকে ঢাকা এবং ঢাকা থেকে রাজশাহীর উদ্দেশ্যে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই বেগে বাস ছেড়ে যায়। $20\ \text{kmh}^{-1}$ বেগে মোটরবাইক চালিয়ে এক ব্যক্তি রাজশাহী থেকে ঢাকা যাওয়ার পথে লক্ষ্য করল যে, তার অভিমুখে সামনের দিক (ঢাকা) থেকে আসা বাসগুলো প্রতি 6 min পর পর এবং পেছন দিক (রাজশাহী) থেকে আসা বাসগুলো প্রতি 18 min পর পর তাকে অতিক্রম করে। বাসগুলোর প্রকৃত বেগ এবং বাস ছাড়ার সময় ব্যবধান নির্ণয় করো। [Buses leave continuously at regular intervals with the same speed from Rajshahi to Dhaka and from Dhaka to Rajshahi. A person riding a motorbike at a speed of $20\ \text{kmh}^{-1}$ from Rajshahi to Dhaka notices that buses coming from the opposite direction (Dhaka) cross him every 6 min, and buses coming from behind (Rajshahi) cross him every 18 min. Find the actual speed of the buses and the time interval between consecutive bus departures.]

P-14_Q-28 ১০ নম্বর

২৮. যদি $\vec{b}, \vec{c}$ এবং $\vec{d}$ তিনটি অসমতলীয় (non-coplanar) ভেক্টর হয়, তবে ভেক্টর বীজগণিতের সূত্রাবলী ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) + (\vec{a} \times \vec{c}) \times (\vec{d} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{d}) \times (\vec{b} \times \vec{c})$ ভেক্টরটি সর্বদা $\vec{a}$ ভেক্টরের সমান্তরাল। (If $\vec{b}, \vec{c}$, and $\vec{d}$ are three non-coplanar vectors, prove using vector algebra identities that the vector $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) + (\vec{a} \times \vec{c}) \times (\vec{d} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{d}) \times (\vec{b} \times \vec{c})$ is always parallel to $\vec{a}$.)

P-15_Q-29 ১০ নম্বর

২৯. কোনো আরোহী $5\ ms^{-1}$ বেগে দৌড়ালে বৃষ্টি তার গায়ে লম্বভাবে পড়ে। আরোহী তার বেগ দ্বিগুণ করলে বৃষ্টি উল্লম্ব রেখার সাথে $30°$ কোণে বেঁকে পড়ে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় করো। (When a runner runs at $5\ ms^{-1}$, rain appears to fall vertically on him. When he doubles his speed, rain appears to fall inclined at $30°$ to the vertical. Find the actual velocity and direction of the rain.)

P-15_Q-30 ১০ নম্বর

৩০. একটি কণা x-অক্ষ বরাবর $x = (10 + 8t + 3t^2)$ m এবং অপর একটি কণা y-অক্ষ বরাবর $y = (5 + 3t^3)$ m সমীকরণ অনুযায়ী গতিশীল। $t = 1$ s সময়ে প্রথম কণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় কণার আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্ণয় করো। (One particle moves along the x-axis according to $x = (10 + 8t + 3t^2)$ m and another particle moves along the y-axis according to $y = (5 + 3t^3)$ m. Find the magnitude and direction of the relative velocity of the second particle with respect to the first particle at $t = 1$ s.)

P-16_Q-31 ১০ নম্বর

৩১. ধরি, $\vec{a}, \vec{b}$ এবং $\vec{c}$ তিনটি অসমতলীয় (non-coplanar) একক ভেক্টর, যাদের প্রতি জোড়ার মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{3}$। যদি $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ হয় (যেখানে p, q ও r স্কেলার ধ্রুবক), তবে $\frac{p^2+2q^2+r^2}{q^2}$ এর মান কত? (Let $\vec{a}, \vec{b}$, and $\vec{c}$ be three non-coplanar unit vectors, the angle between any pair of which is $\frac{\pi}{3}$. If $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ (where p, q, and r are scalar constants), find the value of $\frac{p^2+2q^2+r^2}{q^2}$.)

P-16_Q-32 ১০ নম্বর

৩২. যদি তিনটি অশূন্য ভেক্টর $\vec{a}, \vec{b}$ এবং $\vec{c}$ এর জন্য $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ সম্পর্কটি সত্য হয়, যেখানে $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ এবং $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$। ভেক্টর বীজগণিতের সূত্রাবলি ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $\vec{a}$ এবং $\vec{c}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল। (If for three non-zero vectors $\vec{a}, \vec{b}$, and $\vec{c}$, the relation $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ holds true, where $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ and $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$, prove using vector algebra that the vectors $\vec{a}$ and $\vec{c}$ are parallel to each other.)

P-17_Q-33 ১০ নম্বর

৩৩. যদি $\vec{a}, \vec{b}$ এবং $\vec{c}$ তিনটি একক ভেক্টর হয় যারা $|\vec{a}-\vec{b}|^2+|\vec{b}-\vec{c}|^2+|\vec{c}-\vec{a}|^2=9$ সমীকরণটি সিদ্ধ করে, তবে $|2\vec{a}+5\vec{b}+5\vec{c}|$ এর মান নির্ণয় করো। (If $\vec{a}, \vec{b}$, and $\vec{c}$ are three unit vectors satisfying $|\vec{a}-\vec{b}|^2+|\vec{b}-\vec{c}|^2+|\vec{c}-\vec{a}|^2=9$, find the value of $|2\vec{a}+5\vec{b}+5\vec{c}|$.)

P-17_Q-34 ১০ নম্বর

৩৪. $t = 0$ s সময়ে একটি স্থির কণার উপর x-অক্ষ বরাবর $5\ ms^{-2}$ ত্বরণ প্রয়োগ করা হলো। একই মুহূর্তে y-অক্ষের সাথে $30°$ কোণে $3\ ms^{-2}$ ত্বরণে বাতাস প্রবাহিত হওয়া শুরু হলো। 3 s পর কণাটির নিট সরণ এবং শেষ বেগ ভেক্টরের মান ও দিক নির্ণয় করো। (At $t = 0$ s, an acceleration of $5\ ms^{-2}$ along the x-axis is applied to a stationary particle. At the same moment, wind starts blowing with an acceleration of $3\ ms^{-2}$ at an angle of $30°$ with the y-axis. Determine the magnitude and direction of the net displacement and final velocity vectors of the particle after 3 s.)

P-18_Q-35 ১০ নম্বর

৩৫. যদি একটি ত্রিমাত্রিক স্কেলার ক্ষেত্র $f(x, y, z) = xy^2 + 2y^2z + z^3x$ হয়, তবে ভেক্টর ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর (ডেল/ন্যাবলা) ব্যবহার করে $(1, 1, 1)$ বিন্দুতে ডাইভারজেন্স অব গ্রেডিয়েন্ট অর্থাৎ ল্যাপলাসিয়ান $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} f)$ এর মান নির্ণয় করো। (If a 3D scalar field is $f(x, y, z) = xy^2 + 2y^2z + z^3x$, use the vector differential operator (del/nabla) to find the value of the divergence of the gradient, i.e., the Laplacian $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} f)$, at the point $(1, 1, 1)$.)

P-18_Q-36 ১০ নম্বর

৩৬. $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ দুটি ভেক্টর। অপর একটি ভেক্টর $\vec{c}$ প্রথম ভেক্টরদ্বয়ের সাথে সমতলীয় (coplanar)। যদি $\vec{c}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ এর উপর লম্ব এবং $\vec{c} \cdot \vec{b} = 24$ হয়, তবে ভেক্টর $\vec{c}$ এবং এর মান নির্ণয় করো। (Two vectors are given as $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$. Another vector $\vec{c}$ is coplanar with the first two vectors. If vector $\vec{c}$ is perpendicular to $\vec{a}$ and $\vec{c} \cdot \vec{b} = 24$, find the vector $\vec{c}$ and its magnitude.)

P-19_Q-37 ১০ নম্বর

৩৭. r = 45 cm ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাকা আনুভূমিক রাস্তায় না পিছলিয়ে বিশুদ্ধ ঘূর্ণন গতিতে গড়াচ্ছে (pure rolling)। চাকার পরিধির উপর অবস্থিত সর্বনিম্ন স্পর্শবিন্দু P যদি চাকাটির সিকি ঘূর্ণন (quarter rotation বা 90° ঘূর্ণন) সম্পন্ন করে, তবে P বিন্দুর নিট সরণ ভেক্টরের মান কত হবে? (A wheel of radius r = 45 cm rolls on a horizontal road in pure rolling motion without slipping. If the lowest point of contact P on the circumference undergoes a quarter rotation (90° turn), what will be the magnitude of the net displacement vector of point P ?)

P-19_Q-38 ১০ নম্বর

৩৮. যদি $\phi(x,y,z) = xy^2z$ এবং $\vec{A} = xz\hat{i} - xy^2\hat{j} + yz^2\hat{k}$ হয়, তবে ত্রিমাত্রিক ভেক্টর ক্যালকুলাসের আংশিক অন্তরীকরণ ব্যবহার করে $(2,-1,1)$ বিন্দুতে $\frac{\partial^3(\phi\vec{A})}{\partial x^2 \partial z}$ এর মান নির্ণয় করো। (If $\phi(x,y,z) = xy^2z$ and $\vec{A} = xz\hat{i} - xy^2\hat{j} + yz^2\hat{k}$, then using partial differentiation of 3D vector calculus, find the value of $\frac{\partial^3(\phi\vec{A})}{\partial x^2 \partial z}$ at the point $(2,-1,1)$.)

P-20_Q-39 ১০ নম্বর

৩৯. ভেক্টর ক্যালকুলাসের অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ একটি উপপাদ্য হলো "যেকোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্লের ডাইভারজেন্স সর্বদা শূন্য"। গাণিতিকভাবে প্রমাণ করো যে, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$। (A crucial theorem of vector calculus states that "the divergence of the curl of any vector field is always zero." Mathematically prove that $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.)

P-20_Q-40 ১০ নম্বর

৪০. $\vec{d}_1$ সরণ ভেক্টরটি yz-তলে y-অক্ষের সাথে 63° কোণে অবস্থিত এবং এর z-উপাংশের মান 4.50 m। অপর একটি সরণ ভেক্টর $\vec{d}_2$ xz-সমতলে +x অক্ষ হতে 30° কোণে অবস্থিত এবং এর z-উপাংশের মান 1.40 m। ভেক্টরদ্বয়ের জন্য নির্ণয় করো: (ক) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$, (খ) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ এবং (গ) এদের মধ্যবর্তী কোণ θ। (A displacement vector $\vec{d}_1$ lies in the yz-plane at an angle of 63° with the y-axis, and its z-component is 4.50 m. Another displacement vector $\vec{d}_2$ lies in the xz-plane at an angle of 30° from the +x-axis, and its z-component is 1.40 m. Determine for these two vectors: (a) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$, (b) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$, and (c) the angle θ between them.)

P-21_Q-41 ১০ নম্বর

৪১. বিক্রিয়া $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$। 20 s সময়ে N_2O_5-এর ঘনমাত্রা $0.080\ molL^{-1}$ থেকে $0.060\ molL^{-1}$ হলো। বিক্রিয়াটির গড় হার এবং একই সময়ে NO_2 ও O_2 উৎপন্ন হওয়ার গড় হার নির্ণয় কর। (For the reaction $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$, the concentration of N_2O_5 decreases from $0.080\ molL^{-1}$ to $0.060\ molL^{-1}$ in 20 s. Find the average rate of the reaction and the average rate of formation of NO_2 and O_2 over the same period.)

P-21_Q-42 ১০ নম্বর

৪২. একটি বিক্রিয়ায় 300 K ও 320 K তাপমাত্রায় rate constant যথাক্রমে $2.0 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ ও $1.2 \times 10^{-2}\ s^{-1}$। Arrhenius সমীকরণ ব্যবহার করে সক্রিয়ণ শক্তি নির্ণয় কর। (In a reaction, the rate constants at 300 K and 320 K are $2.0 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ and $1.2 \times 10^{-2}\ s^{-1}$ respectively. Find the activation energy using the Arrhenius equation.)

P-22_Q-43 ১০ নম্বর

৪৩. একটি বিক্রিয়ার জন্য $\ln k$ বনাম $\frac{1}{T}$ লেখচিত্রের ঢাল $-4200\ K$। বিক্রিয়াটির সক্রিয়ণ শক্তি নির্ণয় কর। এরপর 300 K থেকে 310 K-এ তাপমাত্রা বাড়ালে k বৃদ্ধি পাবে কি না গাণিতিক যুক্তিতে দেখাও। (For a reaction, the slope of the $\ln k$ versus $\frac{1}{T}$ graph is $-4200\ K$. Find the activation energy of the reaction. Then, show mathematically whether k increases if the temperature is raised from 300 K to 310 K.)

P-22_Q-44 ১০ নম্বর

৪৪. 20°C থেকে 30°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে একটি বিক্রিয়ার হার 2.5 গুণ হয়। 30°C থেকে 40°C-এও একই তাপমাত্রা সহগ প্রযোজ্য হলে 20°C-এ হার $4.0 \times 10^{-3}\ molL^{-1}s^{-1}$ হলে 40°C-এ হার কত হবে? (Raising the temperature from 20°C to 30°C makes the rate of a reaction 2.5 times faster. If the same temperature coefficient applies from 30°C to 40°C, and the rate at 20°C is $4.0 \times 10^{-3}\ molL^{-1}s^{-1}$, what will the rate be at 40°C?)

P-23_Q-45 ১০ নম্বর

৪৫. একটি catalyst ব্যবহারে কোনো বিক্রিয়ার সক্রিয়ণ শক্তি $85\ kJmol^{-1}$ থেকে $55\ kJmol^{-1}$ হয়। 300 K-এ pre-exponential factor অপরিবর্তিত থাকলে catalyst ব্যবহারের পর rate constant কত গুণ হবে? (Using a catalyst, the activation energy of a reaction changes from $85\ kJmol^{-1}$ to $55\ kJmol^{-1}$. If the pre-exponential factor remains unchanged at 300 K, by what factor will the rate constant change after using the catalyst?)

P-23_Q-46 ১০ নম্বর

৪৬. $A(g) + B(g) \rightleftharpoons C(g)$ বিক্রিয়ার জন্য সাম্যাবস্থায় [A] = 0.40 M, [B] = 0.20 M এবং [C] = 0.80 M। ভরক্রিয়ার সূত্র থেকে K_c-এর রাশি লিখে এর মান নির্ণয় কর। (For the reaction $A(g) + B(g) \rightleftharpoons C(g)$, at equilibrium [A] = 0.40 M, [B] = 0.20 M, and [C] = 0.80 M. Write the expression for K_c from the law of mass action and find its value.)

P-24_Q-47 ১০ নম্বর

৪৭. $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ বিক্রিয়ার 2.0 L পাত্রে শুরুতে H_2 ও I_2-এর প্রত্যেকটির 1.00 mol এবং HI-এর 0.20 mol ছিল। সাম্যাবস্থায় H_2-এর 0.40 mol অবশিষ্ট থাকে। K_c নির্ণয় কর। (In a 2.0 L vessel for the reaction $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$, initially there were 1.00 mol each of H_2 and I_2, and 0.20 mol of HI. At equilibrium, 0.40 mol of H_2 remains. Find K_c.)

P-24_Q-48 ১০ নম্বর

৪৮. $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ বিক্রিয়ায় 500 K-এ $K_c = 4.0 \times 10^{-2}$। K_p নির্ণয় কর। প্রয়োজনীয় Δn নির্ণয় করে সূত্রটি ব্যবহার কর। (For the reaction $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$, $K_c = 4.0 \times 10^{-2}$ at 500 K. Find K_p, determining the required Δn and using the appropriate formula.)

P-25_Q-49 ১০ নম্বর

৪৯. $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$ বিক্রিয়ার সাম্যাবস্থায় PCl_5, PCl_3 ও Cl_2-এর আংশিক চাপ যথাক্রমে 0.40 atm, 0.30 atm ও 0.30 atm। K_p এবং 400 K-এ K_c নির্ণয় কর। (For the reaction $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$, at equilibrium the partial pressures of PCl_5, PCl_3, and Cl_2 are 0.40 atm, 0.30 atm, and 0.30 atm respectively. Find K_p and K_c at 400 K.)

P-25_Q-50 ১০ নম্বর

৫০. একটি বিক্রিয়ার জন্য 400 K-এ $K_c = 0.025$ এবং $\Delta n = -1$। K_p নির্ণয় কর। এরপর একই বিক্রিয়াকে উল্টো দিকে লিখলে নতুন K_p-এর মান নির্ণয় কর। (For a reaction at 400 K, $K_c = 0.025$ and $\Delta n = -1$. Find K_p. Then, find the new K_p if the same reaction is written in the reverse direction.)

P-26_Q-51 ১০ নম্বর

৫১. $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ বিক্রিয়ায় একটি নির্দিষ্ট অবস্থায় $[SO_2] = 0.20\,M$, $[O_2] = 0.10\,M$ এবং $[SO_3] = 0.50\,M$। $K_c = 60$ হলে Q_c নির্ণয় করে বিক্রিয়াটি কোন দিকে অগ্রসর হবে তা নির্ণয় কর। (For the reaction $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ at a certain state, $[SO_2] = 0.20\,M$, $[O_2] = 0.10\,M$, and $[SO_3] = 0.50\,M$. If $K_c = 60$, find Q_c and determine the direction in which the reaction will proceed.)

P-26_Q-52 ১০ নম্বর

৫২. $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ বিক্রিয়ার একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সাম্যাবস্থায় CO_2-এর চাপ $0.75\,atm$। K_p নির্ণয় কর। $CaCO_3$-এর পরিমাণ দ্বিগুণ করলে K_p ও equilibrium-এর অবস্থার কী পরিবর্তন হবে তা নির্ণয় কর। (For the reaction $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$, at a certain temperature the equilibrium pressure of CO_2 is $0.75\,atm$. Find K_p. Determine what change occurs in K_p and the equilibrium state if the amount of $CaCO_3$ is doubled.)

P-27_Q-53 ১০ নম্বর

৫৩. $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g), \Delta H < 0$। সাম্যাবস্থায় থাকা 2.0 L পাত্রে প্রথমে চাপ দ্বিগুণ করা হলো এবং পরে NH_3 অপসারণ করা হলো। প্রতিটি পরিবর্তনের পরে সাম্যাবস্থা কোন দিকে সরে যাবে তা কারণসহ নির্ণয় কর। ($N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g), \Delta H < 0$. In a 2.0 L vessel at equilibrium, the pressure is first doubled and then NH_3 is removed. Determine, with reasons, the direction in which equilibrium will shift after each change.)

P-27_Q-54 ১০ নম্বর

৫৪. $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g), \Delta H < 0$। সাম্যাবস্থায় থাকা পাত্রের আয়তন অর্ধেক করা হলো। এরপর তাপমাত্রা বাড়ানো হলো। প্রতিটি পরিবর্তনে NO_2 ও N_2O_4-এর পরিমাণের আপেক্ষিক পরিবর্তন নির্ণয় কর। ($2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g), \Delta H < 0$. The volume of a vessel at equilibrium is halved, and then the temperature is increased. Determine the relative change in the amounts of NO_2 and N_2O_4 for each change.)

P-28_Q-55 ১০ নম্বর

৫৫. 25°C তাপমাত্রায় কোনো বিক্রিয়ার $K_p = 4.0$ এবং $K_c = 0.50$। $K_p = K_c(RT)^{\Delta n}$ ব্যবহার করে Δn-এর সম্ভাব্য পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় কর। (At 25°C, a reaction has $K_p = 4.0$ and $K_c = 0.50$. Using $K_p = K_c(RT)^{\Delta n}$, find the probable integer value of Δn.)

P-28_Q-56 ১০ নম্বর

৫৬. $NH_4HS(s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S(g)$ বিক্রিয়ায় 500 K-এ $K_c = 0.040$। $R = 0.0821\ Latmmol^{-1}K^{-1}$ ধরে K_p নির্ণয় কর। (For the reaction $NH_4HS(s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S(g)$, $K_c = 0.040$ at 500 K. Taking $R = 0.0821\ Latmmol^{-1}K^{-1}$, find K_p.)

P-29_Q-57 ১০ নম্বর

৫৭. একটি বিক্রিয়ার জন্য 300 K-এ $k = 2.0 \times 10^{-4}\ s^{-1}$ এবং 330 K-এ $k = 1.6 \times 10^{-3}\ s^{-1}$। Arrhenius সমীকরণ থেকে E_a নির্ণয় কর এবং একই E_a ধরে 315 K-এ k-এর মান আনুমানিক নির্ণয় কর। (For a reaction, $k = 2.0 \times 10^{-4}\ s^{-1}$ at 300 K and $k = 1.6 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ at 330 K. Find E_a from the Arrhenius equation, and using the same E_a, approximate the value of k at 315 K.)

P-29_Q-58 ১০ নম্বর

৫৮. একটি ধ্রুব আয়তনের বদ্ধ সিলিন্ডারে 300°C তাপমাত্রায় গ্যাসীয় যৌগ A এর বিয়োজন বিক্রিয়া নিম্নরূপ সংঘটিত হয়:

$$A(g) \rightarrow 2B(g) + C(g)$$

বিক্রিয়াটি A এর সাপেক্ষে প্রথম ক্রমের গতিবিদ্যা মেনে চলে। বিক্রিয়া শুরুর মুহূর্তে সিলিন্ডারে শুধুমাত্র A উপস্থিত ছিল এবং পাত্রের প্রারম্ভিক চাপ ছিল 200 mmHg। বিক্রিয়া শুরুর 15 মিনিট পর পাত্রের মোট চাপ বৃদ্ধি পেয়ে 380 mmHg হলো।

(a) 300°C তাপমাত্রায় বিক্রিয়াটির হার ধ্রুবক k_1 এর মান s^{-1} এককে নির্ণয় করো।

(b) বিক্রিয়া শুরুর কত সময় পর সিলিন্ডারের মোট চাপ 500 mmHg এ পৌঁছাবে?

(In a closed cylinder of constant volume, the gaseous compound A undergoes the following decomposition at 300°C:

$$A(g) \rightarrow 2B(g) + C(g)$$

The reaction obeys first-order kinetics with respect to A. At the moment the reaction started only A was present in the cylinder and the initial pressure of the vessel was 200 mmHg. After 15 minutes the total pressure of the vessel rose to 380 mmHg.

(a) Determine the rate constant k_1 of the reaction at 300°C in s^{-1}.

(b) How long after the start of the reaction will the total pressure in the cylinder reach 500 mmHg?

P-30_Q-59 ১০ নম্বর

৫৯. একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একক বিক্রিয়ক বিশিষ্ট একটি গ্যাসীয় বিক্রিয়া $2X \rightarrow$ Products দ্বিতীয় ক্রমের হার সূত্র মেনে চলে। বিক্রিয়ক X এর প্রারম্ভিক ঘনমাত্রা যখন 0.40 M, তখন এর অর্ধায়ু $t_{\frac{1}{2}}$ পাওয়া যায় 25 s।

(a) বিক্রিয়াটির হার ধ্রুবক k এর সাংখ্যিক মান ও উপযুক্ত একক নির্ণয় করো।

(b) বিক্রিয়কটির প্রারম্ভিক ঘনমাত্রা 0.15 M হলে, এর 80% বিক্রিয়া সম্পন্ন হতে কত সময় লাগবে?

(At a certain temperature a gaseous reaction involving a single reactant, $2X \rightarrow$ Products, obeys a second-order rate law. When the initial concentration of the reactant X is 0.40 M, its half-life $t_{\frac{1}{2}}$ is found to be 25 s.

(a) Determine the numerical value of the rate constant k together with its appropriate unit.

(b) If the initial concentration of the reactant is 0.15 M, how long will it take for 80% of the reaction to be completed?

P-30_Q-60 ১০ নম্বর

৬০. ম্যালেয়িক অ্যানহাইড্রাইড ($C_4H_2O_3$) শিল্পক্ষেত্রে দুটি ভিন্ন পথে প্রস্তুত করা হয়—

পথ-A: $2C_6H_6 + 9O_2 \rightarrow 2C_4H_2O_3 + 4CO_2 + 4H_2O$; পথ-B: $2C_4H_{10} + 7O_2 \rightarrow 2C_4H_2O_3 + 8H_2O$

একটি কারখানা পথ-A অনুসরণ করে 39 g বেনজিনকে মোলার সমতুল্য পরিমাণ O_2-এর সাথে বিক্রিয়া করায়, যেখানে ফলন 80% । বিক্রিয়াপাত্রে 50 g দ্রাবক ব্যবহৃত হয়, যার 90% পুনরুদ্ধার করা হয়।

(ক) উভয় পথের পরমাণু অর্থনীতি নির্ণয় করে দেখাও কোন পথটি অধিক সবুজ।

(খ) পথ-A অনুসরণকারী কারখানাটির E-factor নির্ণয় করো এবং ভরের সংরক্ষণ দ্বারা উত্তরটি যাচাই করো।

(Maleic anhydride ($C_4H_2O_3$) is manufactured industrially by two different routes—

Route A: $2C_6H_6 + 9O_2 \rightarrow 2C_4H_2O_3 + 4CO_2 + 4H_2O$; Route B: $2C_4H_{10} + 7O_2 \rightarrow 2C_4H_2O_3 + 8H_2O$

A plant following Route A reacts 39 g of benzene with a molar-equivalent quantity of O_2 at a yield of 80%. 50 g of solvent is used in the reactor, of which 90% is recovered.

(a) Calculate the atom economy of both routes and state which route is greener.

(b) Calculate the E-factor of the Route-A plant and verify your answer by conservation of mass.)