P-01_Q-01 ১০ নম্বর

১. একটি বর্গক্ষেত্রের দুটি সমান্তরাল বাহুর সমীকরণ $4x - 3y + 10 = 0$ এবং $4x - 3y - 10 = 0$। এর ৩য় বাহুটি $(2, 3)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে, অপর বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় করো। (Two parallel sides of a square have equations $4x - 3y + 10 = 0$ and $4x - 3y - 10 = 0$. If the third side passes through the point $(2, 3)$, find the equations of the other two sides.)

P-01_Q-02 ১০ নম্বর

২. অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ছেদ করে এবং $2x + 3y - 5 = 0$ ও $x - 4y + 3 = 0$ সরলরেখা দুটি ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equation of the straight line which makes equal intercepts on the coordinate axes and passes through the point of intersection of the lines $2x + 3y - 5 = 0$ and $x - 4y + 3 = 0$.)

P-02_Q-03 ১০ নম্বর

৩. একটি আলোক রশ্মি $x - y = 2$ রেখা বরাবর এসে $2x - y = 3$ আয়নারূপী রেখা হতে প্রতিফলিত হয়। প্রতিফলিত রশ্মির সমীকরণ নির্ণয় করো। (A ray of light travels along the line $x - y = 2$ and gets reflected from the mirror line $2x - y = 3$. Find the equation of the reflected ray.)

P-02_Q-04 ১০ নম্বর

৪. $P(1, 5)$ এবং $Q(k, -1)$ এর লম্বদ্বিখণ্ডক y-অক্ষ হতে ছেদকৃত অংশ -2 হলে, k-এর ধনাত্মক মান নির্ণয় করো। (If the perpendicular bisector of $P(1, 5)$ and $Q(k, -1)$ has a y-intercept of -2, find the positive value of k.)

P-03_Q-05 ১০ নম্বর

৫. এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো যা $(2, 2)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y-অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে যেন $OB = OA + 3$ হয়, যখন O মূলবিন্দু। (Find the equation of a straight line which passes through the point $(2, 2)$ and intersects the x and y axes at points A and B respectively such that $OB = OA + 3$, where O is the origin.)

P-03_Q-06 ১০ নম্বর

৬. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটি সমান বাহুর সমীকরণ যথাক্রমে $2x - y = 0$ এবং $x - 2y = 0$ এবং এর ৩য় বাহুটি $(3, 4)$ এর মধ্য দিয়ে অতিক্রম করে। ৩য় বাহুর সম্ভাব্য সমীকরণ নির্ণয় করো। (The two equal sides of an isosceles triangle have equations $2x - y = 0$ and $x - 2y = 0$, and its third side passes through the point $(3, 4)$. Find the possible equations of the third side.)

P-04_Q-07 ১০ নম্বর

৭. যে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি $A(-1, 5)$, $B(5, 5)$ এবং $C(6, -2)$ তার পরিকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। (Find the coordinates of the circumcenter and the radius of the circumcircle of the triangle whose vertices are $A(-1, 5)$, $B(5, 5)$ and $C(6, -2)$.)

P-04_Q-08 ১০ নম্বর

৮. মূলবিন্দু এবং $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ ও $(a\cos\beta, a\sin\beta)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার মধ্যবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এমন একটি সরলরেখার ঢাল $\sqrt{3}$ হওয়ার শর্ত নিরূপণ করো। (Determine the condition for which the slope of the straight line passing through the origin and the midpoint of the line joining $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ and $(a\cos\beta, a\sin\beta)$ is $\sqrt{3}$.)

P-05_Q-09 ১ নম্বর

৯. $4x + 3y - 6 = 0$ এবং $5x + 12y - 10 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত যে কোণটি মলবিন্দ ধারণ করে, তার সমদ্বিখণ্ডকের

সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equation of the bisector of the angle between the lines $4x + 3y - 6 = 0$ and $5x + 12y - 10 = 0$ that contains the origin.)

P-05_Q-10 ১০ নম্বর

১০. $(1, 2)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল $\frac{3}{4}$। রেখাটির উপর অবস্থিত এমন বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো যার দূরত্ব উক্ত বিন্দু হতে 5 একক। (A straight line passing through $(1, 2)$ has a slope of $\frac{3}{4}$. Find the coordinates of the point(s) on the line whose distance from that point is 5 units.)

P-06_Q-11 ১০ নম্বর

১১. $4x - 3y + 2 = 0$ এবং $5x + 12y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের সাথে সমান কোণে অবস্থিত এবং $(1, -1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী সরলরেখাগুলির সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equations of the straight lines which pass through the point $(1, -1)$ and make equal angles with the lines $4x - 3y + 2 = 0$ and $5x + 12y - 3 = 0$.)

P-06_Q-12 ১০ নম্বর

১২. যদি t_1 এবং t_2 সমীকরণ $t - \frac{2}{t} = \mu$-এর মূল হয় (যেখানে μ ধ্রুবক), তাহলে প্রমাণ করো যে, বিন্দু $(at_1^2, 2at_1)$ এবং $(at_2^2, 2at_2)$ সংযোগকারী রেখাটি সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্য দিয়ে অতিক্রম করে এবং বিন্দুটি নির্ণয় করো। (If t_1 and t_2 are the roots of the equation $t - \frac{2}{t} = \mu$, where μ is a constant, prove that the line joining the points $(at_1^2, 2at_1)$ and $(at_2^2, 2at_2)$ always passes through a fixed point, and find that point.)

P-07_Q-13 ১০ নম্বর

১৩. একটি সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে $(-1, 2)$ বিন্দু দিয়ে যায়। $(-1, 2)$ বিন্দু এবং $3x - y = 5$ সরলরেখার মধ্যে কেটে যাওয়া রেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (A straight line makes an angle of $45°$ with the positive direction of the x-axis and passes through the point $(-1, 2)$. Find the length of the segment intercepted between the point $(-1, 2)$ and the line $3x - y = 5$.)

P-07_Q-14 ১০ নম্বর

১৪. $B(1, 4)$ ও $C(x, y)$ বিন্দু দুইটি মূলবিন্দু $O(0, 0)$ ও $A(2, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত। $C(x, y)$ বিন্দুটি এমন একটি বিন্দু সেটের সদস্য যার জন্য $\frac{1}{2}\Delta OAC = \Delta OAB$ হয়। ঐ সেটটি দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। (Points $B(1, 4)$ and $C(x, y)$ lie on the same side of the line joining the origin $O(0, 0)$ and $A(2, 3)$. Point $C(x, y)$ belongs to a set of points for which $\frac{1}{2}\Delta OAC = \Delta OAB$. Find the equation of the locus formed by that set.)

P-08_Q-15 ১০ নম্বর

১৫. ΔABO-এ G ভরকেন্দ্র, D বিন্দুটি AB-এর মধ্যবিন্দু ও $\angle GPD = 90°$ হলে, $P(x, y)$ বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় করো। [দেওয়া আছে, $A(6a, 0)$, $B(0, 6b)$ এবং $O(0, 0)$] (In ΔABO, G is the centroid, D is the midpoint of AB, and $\angle GPD = 90°$. Find the equation of the locus of point $P(x, y)$. [Given: $A(6a, 0)$, $B(0, 6b)$ and $O(0, 0)$])

P-08_Q-16 ১০ নম্বর

১৬. প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত PQR ত্রিভুজের দুটি শীর্ষবিন্দু $P(2, 3)$ এবং $Q(5, 1)$। যদি $\angle QPR = 90°$ এবং ΔPQR-এর ক্ষেত্রফল 13 বর্গ একক হয় তবে R বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (Triangle PQR, lying in the first quadrant, has two vertices $P(2, 3)$ and $Q(5, 1)$. If $\angle QPR = 90°$ and the area of ΔPQR is 13 square units, find the coordinates of point R.)

P-09_Q-17 ১০ নম্বর

১৭. $P(1, 3)$ বিন্দু হতে $3x - y + 5 = 0$ সরলরেখার দূরত্ব একটি রেখা বরাবর পরিমাপ করা হলো যা $x + 2y = 4$ রেখার উপর লম্ব। উক্ত দূরত্ব নির্ণয় করো। (The distance of the point $P(1, 3)$ from the line $3x - y + 5 = 0$ is measured along a line perpendicular to $x + 2y = 4$. Find that distance.)

P-09_Q-18 ১০ নম্বর

১৮. মূলবিন্দু হতে দুটি রেখা $y = x\tan\theta - \sqrt{8}r$ এবং $x + y\cot\theta = r$-এর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে 4 ও 3 একক হলে r-এর ধনাত্মক মান নির্ণয় করো। (If the perpendicular distances from the origin to the two lines $y = x\tan\theta - \sqrt{8}r$ and $x + y\cot\theta = r$ are 4 and 3 units respectively, find the positive value of r.)

P-10_Q-19 ১০ নম্বর

১৯. $x - y = 1$ রেখার সাপেক্ষে $3x - y = 2$ রেখার প্রতিবিম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো। (Find the equation of the reflection of the line $3x - y = 2$ with respect to the line $x - y = 1$.)

P-10_Q-20 ১০ নম্বর

২০. একটি বর্গক্ষেত্র $PQRS$ এমনভাবে অবস্থিত যে, এর P শীর্ষটি ধনাত্মক x-অক্ষের উপর এবং S শীর্ষটি ধনাত্মক y-অক্ষের উপর অবস্থিত। যদি বিপরীত শীর্ষ R এর স্থানাঙ্ক $(9, 13)$ হয়, তবে P ও S এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। (A square $PQRS$ is positioned such that its vertex P lies on the positive x-axis and vertex S lies on the positive y-axis. If the opposite vertex R has coordinates $(9, 13)$, find the coordinates of P and S.)

P-11_Q-21 ১ নম্বর

২১. $2A(g) + B(g) \rightarrow 3C(g)$ বিক্রিয়ায় A-এর concentration 0.80 M থেকে 0.50 M হতে 30 s সময় লাগে। A-এর disappearance rate, B-এর disappearance rate এবং C-এর formation rate নির্ণয় কর। (In the reaction $2A(g) + B(g) \rightarrow 3C(g)$, the concentration of A decreases from 0.80 M to 0.50 M in 30 s. Find the disappearance rate of A, the disappearance rate of B, and the formation rate of C.)

P-11_Q-22 ১ নম্বর

২২. কোনো বিক্রিয়ার 300 K-এ $k = 1.5 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ এবং 320 K-এ $k = 7.5 \times 10^{-3}\ s^{-1}$। E_a নির্ণয় কর। (For a reaction, $k = 1.5 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ at 300 K and $k = 7.5 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ at 320 K. Find E_a.)

P-12_Q-23 ১ নম্বর

২৩. একটি $\ln k$ বনাম $\frac{1}{T}$ graph-এর slope -3600 K। E_a নির্ণয় কর। এরপর 300 K ও 310 K-এ rate constant-এর অনুপাতের রাশি লিখে তার মান নির্ণয় কর, A অপরিবর্তিত ধরে। (The slope of a graph of $\ln k$ versus $\frac{1}{T}$ for a reaction is -3600 K. Find E_a. Then, write the expression for the ratio of rate constants at 300 K and 310 K and find its value, assuming A is unchanged.)

P-12_Q-24 ১ নম্বর

২৪. 25°C থেকে 35°C-এ একটি বিক্রিয়ার হার 3 গুণ বৃদ্ধি পায়। 25°C-এ rate $2.0 \times 10^{-5}\ molL^{-1}s^{-1}$ হলে 45°C-এ rate কত হবে? (Raising the temperature from 25°C to 35°C increases the rate of a reaction 3 times. If the rate at 25°C is $2.0 \times 10^{-5}\ molL^{-1}s^{-1}$, what will the rate be at 45°C?)

P-13_Q-25 ১ নম্বর

২৫. catalyst ব্যবহারে কোনো বিক্রিয়ার rate constant 300 K-এ 50 গুণ বৃদ্ধি পেল। A অপরিবর্তিত থাকলে catalyst-এর কারণে E_a কত $kJmol^{-1}$ কমেছে নির্ণয় কর। (Using a catalyst, the rate constant of a reaction increases 50 times at 300 K. If A remains unchanged, find how much E_a (in $kJmol^{-1}$) has decreased due to the catalyst.)

P-13_Q-26 ১ নম্বর

২৬. $H_2(g) + Br_2(g) \rightleftharpoons 2HBr(g)$। 4.0 L পাত্রে শুরুতে H_2 ও Br_2-এর প্রত্যেকটির 0.80 mol নেওয়া হলো। সাম্যাবস্থায় $HBr = 1.00$ mol হলে K_c নির্ণয় কর। (For $H_2(g) + Br_2(g) \rightleftharpoons 2HBr(g)$, 0.80 mol each of H_2 and Br_2 were initially taken in a 4.0 L vessel. If $HBr = 1.00$ mol at equilibrium, find K_c.)

P-14_Q-27 ১ নম্বর

২৭. $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$। 5.0 L পাত্রে শুরুতে $N_2 = 1.0$ mol এবং $H_2 = 3.0$ mol। সাম্যাবস্থায় N_2-এর 0.20 mol বিক্রিয়ায় অংশ নিলে K_c নির্ণয় কর। (For $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$, initially $N_2 = 1.0$ mol and

H_2 = 3.0 mol in a 5.0 L vessel. If 0.20 mol of N_2 reacts at equilibrium, find K_c.)

P-14_Q-28 ১ নম্বর

২৮. $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$। 2.0 L পাত্রে শুরুতে PCl_5 = 1.0 mol। সাম্যাবস্থায় PCl_5-এর 40% বিয়োজিত হলে K_c নির্ণয় কর। (For $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$, initially PCl_5 = 1.0 mol in a 2.0 L vessel. If 40% of PCl_5 dissociates at equilibrium, find K_c.)

P-15_Q-29 ১ নম্বর

২৯. $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$। 450 K-এ K_c = 0.80। K_p নির্ণয় কর। (For $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$, K_c = 0.80 at 450 K. Find K_p.)

P-15_Q-30 ১ নম্বর

৩০. কোনো বিক্রিয়ায় 350 K-এ $K_p = 2.0\ atm^2$ এবং K_c = 0.10। R = 0.0821 $Latmmol^{-1}K^{-1}$ হলে Δn নির্ণয় কর। (For a reaction, $K_p = 2.0\ atm^2$ and K_c = 0.10 at 350 K. If R = 0.0821 $Latmmol^{-1}K^{-1}$, find Δn.)

P-16_Q-31 ১ নম্বর

৩১. $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$। সাম্যাবস্থায় P_{H_2} = 0.25 atm, P_{I_2} = 0.40 atm এবং P_{HI} = 1.00 atm। K_p নির্ণয় কর। এরপর উল্টো বিক্রিয়ার K_p নির্ণয় কর। (For $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$, at equilibrium P_{H_2} = 0.25 atm, P_{I_2} = 0.40 atm, and P_{HI} = 1.00 atm. Find K_p. Then find K_p for the reverse reaction.)

P-16_Q-32 ১ নম্বর

৩২. $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$। একটি equilibrium mixture-এ P_{NO_2} = 0.80 atm এবং $P_{N_2O_4}$ = 0.40 atm। K_p নির্ণয় কর। পাত্রের volume অর্ধেক করলে equilibrium-এর দিকে কোন পরিবর্তন হবে তা নির্ণয় কর। (For $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$, an equilibrium mixture has P_{NO_2} = 0.80 atm and $P_{N_2O_4}$ = 0.40 atm. Find K_p. Determine what change will occur in the equilibrium if the volume of the vessel is halved.)

P-17_Q-33 ১ নম্বর

৩৩. $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$, $\Delta H < 0$। 700 K-এ একটি 2.0 L পাত্রে equilibrium concentration যথাক্রমে CO = 0.20 M, H_2O = 0.30 M, CO_2 = 0.40 M ও H_2 = 0.50 M। K_c নির্ণয় কর। (For $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$, $\Delta H < 0$, the equilibrium concentrations in a 2.0 L vessel at 700 K are CO = 0.20 M, H_2O = 0.30 M, CO_2 = 0.40 M, and H_2 = 0.50 M. Find K_c.)

P-17_Q-34 ১ নম্বর

৩৪. $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$, $\Delta H < 0$। একটি equilibrium mixture-এ প্রথমে O_2 যোগ করা হলো, পরে pressure বাড়ানো হলো এবং শেষে temperature কমানো হলো। তিনটি পরিবর্তনের ফলে SO_3-এর উৎপাদন কীভাবে প্রভাবিত হবে তা ক্রমানুসারে নির্ণয় কর। (For $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$, $\Delta H < 0$, an equilibrium mixture first has O_2 added, then the pressure is increased, and finally the temperature is decreased. Determine, in order, how each of the three changes affects the production of SO_3.)

P-18_Q-35 ১ নম্বর

৩৫. $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$, $\Delta H > 0$। সাম্যাবস্থায় temperature বৃদ্ধি ও volume বৃদ্ধি—দুটি পরিবর্তন পৃথকভাবে করলে NO_2-এর পরিমাণের কী পরিবর্তন হবে? Δn ব্যবহার করে যুক্তি দাও। (For $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$, $\Delta H > 0$, if temperature and volume are separately increased at equilibrium, what change will occur in the amount of NO_2? Justify using Δn.)

P-18_Q-36 ১ নম্বর

৩৬. 298 K-এ কোনো বিক্রিয়ার $K_c = 2.0 \times 10^{-2}$ এবং $\Delta n = -2$। K_p নির্ণয় কর। এরপর একই তাপমাত্রায় উল্টো বিক্রিয়ার K_p নির্ণয় কর। (For a reaction at 298 K, $K_c = 2.0 \times 10^{-2}$ and $\Delta n = -2$. Find K_p. Then find K_p for the reverse reaction at the same temperature.)

P-19_Q-37 ১ নম্বর

৩৭. একটি বিক্রিয়ার 300 K-এ $K_p = 0.50$ এবং $K_c = 0.020$। $R = 0.0821\ Latmmol^{-1}K^{-1}$ ব্যবহার করে বিক্রিয়াটি যে তাপমাত্রায় এই K_p ও K_c সম্পর্কটি মেনে চলে তা নির্ণয় কর, যদি $\Delta n = 1$ হয়। (For a reaction, $K_p = 0.50$ and $K_c = 0.020$ at 300 K. Using $R = 0.0821\ Latmmol^{-1}K^{-1}$, find the temperature at which this K_p and K_c relation holds, if $\Delta n = 1$.)

P-19_Q-38 ১ নম্বর

৩৮. "সাম্যাবস্থায় কোনো পদার্থের concentration অপরিবর্তিত থাকা মানে ওই পদার্থের অণুগুলো বিক্রিয়ায় অংশ নিচ্ছে না—এ ধারণা ভুল।" — গতিশীল সাম্যাবস্থার আলোকে ব্যাখ্যা কর। ("The fact that a substance's concentration remains unchanged at equilibrium does not mean its molecules are not participating in the reaction — this notion is wrong." — Explain in light of dynamic equilibrium.)

P-20_Q-39 ১ নম্বর

৩৯. "ভরক্রিয়ার সূত্রে pure solid ও pure liquid-এর ঘনমাত্রা সাধারণত equilibrium expression-এ লেখা হয় না।" — কারণসহ ব্যাখ্যা কর এবং একটি heterogeneous equilibrium দিয়ে দেখাও। ("In the law of mass action, the concentrations of pure solids and pure liquids are generally not written in the equilibrium expression." — Explain with reasons and show using a heterogeneous equilibrium.)

P-20_Q-40 ১ নম্বর

৪০. Le Chatelier-এর নীতি অনুসারে concentration, pressure ও temperature পরিবর্তনের প্রভাব সব সময় একই ধরনের নয়—উপযুক্ত তিনটি gaseous equilibrium-এর উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর। (According to Le Chatelier's principle, the effects of changes in concentration, pressure, and temperature are not always of the same nature — explain using three suitable gaseous equilibrium examples.)

P-21_Q-41 ১ নম্বর

৪১. ত্রিমাত্রিক স্থানে যেকোনো দুটি ভেক্টর $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$ এর জন্য ভেক্টর বীজগণিতের মৌলিক সূত্রাবলি ও ল্যাগ্রাঞ্জের অভেদ [ল্যাগ্রাঞ্জের অভেদ $(\vec{u}\cdot\vec{v})^2 + |\vec{u}\times\vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2|\vec{v}|^2$] ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $(1+|\vec{u}|^2)(1+|\vec{v}|^2) = (1-\vec{u}\cdot\vec{v})^2 + |\vec{u}+\vec{v}+(\vec{u}\times\vec{v})|^2$। (For any two vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ in 3D space, prove using fundamental rules of vector algebra and Lagrange's identity [Lagrange's identity $(\vec{u}\cdot\vec{v})^2 + |\vec{u}\times\vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2|\vec{v}|^2$] that $(1+|\vec{u}|^2)(1+|\vec{v}|^2) = (1-\vec{u}\cdot\vec{v})^2 + |\vec{u}+\vec{v}+(\vec{u}\times\vec{v})|^2$.)

P-21_Q-42 ১ নম্বর

৪২. একটি স্থির নৌকার উপর টাঙানো পতাকা উত্তর-পশ্চিম মাঝামাঝি দিক বরাবর 71 km/h বেগে উড়ছে। নৌকাটি হঠাৎ 51 km/h বেগে উত্তর দিকে চলতে শুরু করলে পতাকাটি কত বেগে এবং কোন দিকে উড়বে? (A flag hoisted on a stationary boat is fluttering in the North-West direction at a speed of 71 km/h. If the boat suddenly starts moving North at 51 km/h, at what speed and in which direction will the flag flutter?)

P-22_Q-43 ১ নম্বর

৪৩. একটি নৌকা u বেগে সোজা পূর্ব দিকে গতিশীল। একই সময়ে একটি জাহাজ 2u বেগে পূর্ব দিকের সাথে θ কোণে উত্তর দিকে যাচ্ছে। যদি নৌকার আরোহীর কাছে মনে হয় যে জাহাজটি সোজা উত্তর-পূর্ব দিকে যাচ্ছে, তবে ভেক্টর জ্যামিতির সাহায্যে প্রমাণ করো যে, $\cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{2}$। (A boat is moving due east at speed u. At the same time, a ship is moving at speed 2u at an angle θ north of east. If it appears to a passenger on the boat that the ship is moving directly North-East, prove using vector geometry that $\cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{2}$.)

P-22_Q-44 ১ নম্বর

৪৪. একটি নদীতে স্রোতের বেগ 5 km/h এবং একজন সাঁতারুর শান্ত পানিতে সাঁতার কাটার বেগ 3 km/h। সাঁতারুটি নদীটি সোজা (নূন্যতম দূরত্বে) পার হতে পারবে কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। যদি না পারে, তবে কত কোণে সাঁতার কাটলে তার নদীর পাড় বরাবর বিচ্যুতি (drift) সর্বনিম্ন হবে এবং সেই সর্বনিম্ন বিচ্যুতির মান কত হবে? নদীর প্রস্থ 1 km। (The river current

speed is 5 km/h and a swimmer's speed in still water is 3 km/h. Mathematically analyze whether the swimmer can cross the river directly (shortest distance). If not, at what angle should he swim so that his drift along the bank is minimized, and what will be the value of this minimum drift? The width of the river is 1 km.)

P-23_Q-45 ১ নম্বর

৪৫. একজন পুলিশ মোটরসাইকেল চড়ে 30 km/h বেগে একটি চোরকে তাড়া করছে। চোরের গাড়িটি 192 km/h বেগে গতিশীল। পুলিশ চোরকে লক্ষ্য করে তার পিস্তল থেকে 150 m/s বেগে একটি বুলেট ছুড়ল। বুলেটটি কত বেগে চোরের গাড়িকে আঘাত করবে? (A policeman riding a motorcycle at 30 km/h is chasing a thief. The thief's car is moving at 192 km/h. The policeman fires a bullet at 150 m/s relative to the gun aiming at the thief. With what speed will the bullet hit the thief's car?)

P-23_Q-46 ১ নম্বর

৪৬. একটি বিমান 500 km/h গতিতে উত্তর দিকে অনুভূমিকভাবে উড়ে যাচ্ছে। বিমানের এক যাত্রী একটি বিশেষ বন্দুক দিয়ে সোজা উপরের দিকে (উল্লম্বভাবে) 1000 km/h আপেক্ষিক বেগে একটি গুলি ছুড়ল। মাটিতে দাঁড়িয়ে থাকা একজন স্থির পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গুলিটির লব্ধি বেগ কত হবে এবং এটি উল্লম্বের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করবে? (An airplane is flying horizontally northward at a speed of 500 km/h. A passenger on the plane fires a bullet straight upwards (vertically) with a relative speed of 1000 km/h using a special gun. With respect to a stationary observer on the ground, what will be the resultant velocity of the bullet and what angle will it make with the vertical?)

P-24_Q-47 ১ নম্বর

৪৭. যদি একটি গতিশীল কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = bt^2\hat{i} + ct^3\hat{j}$ হয়, যেখানে b ও c দুটি ধনাত্মক ধ্রুবক এবং t হলো সময়। কখন কণাটির বেগ ভেক্টরটি x ও y অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সমান কোণে অর্থাৎ 45° কোণে অবস্থান করবে? [If the position vector of a moving particle is $\vec{r} = bt^2\hat{i} + ct^3\hat{j}$, where b and c are positive constants and t is time, at what time will the velocity vector of the particle make an equal angle of 45° with the positive x and y axes?]

P-24_Q-48 ১ নম্বর

৪৮. ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি বিন্দু A, B ও C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\overrightarrow{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, $\overrightarrow{OB} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\overrightarrow{OC} = 5\hat{i} - 10\hat{j} + 13\hat{k}$। ভেক্টর বীজগণিত ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, বিন্দু তিনটি সমরেখিক (collinear)। (In a three-dimensional Cartesian coordinate system, the position vectors of three points A, B, and C are $\overrightarrow{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, $\overrightarrow{OB} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$, and $\overrightarrow{OC} = 5\hat{i} - 10\hat{j} + 13\hat{k}$, respectively. Using vector algebra, prove that the three points are collinear.)

P-25_Q-49 ১ নম্বর

৪৯. xy-তলের উপর অবস্থিত এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো যা $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরের উপর লম্ব। (Find a unit vector lying in the xy-plane that is perpendicular to the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$.)

P-25_Q-50 ১ নম্বর

৫০. যদি রৈখিক বেগ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ হয়, তবে ভেক্টর ক্যালকুলাসের কার্ল (Curl) সূত্র ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, কৌণিক বেগ $\vec{\omega} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla} \times \vec{v})$। এখানে $\vec{\omega}$ একটি ধ্রুব কৌণিক বেগ ভেক্টর এবং $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলো অবস্থান ভেক্টর। (If the linear velocity is $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, prove using the curl formula of vector calculus that the angular velocity is $\vec{\omega} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla} \times \vec{v})$. Here $\vec{\omega}$ is a constant angular velocity vector and $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ is the position vector.)

P-26_Q-51 ১ নম্বর

৫১. যদি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ অবস্থান ভেক্টর এবং $r = |\vec{r}|$ এর মান হয়, তবে ডাইভারজেন্স ও গ্রেডিয়েন্টের সম্পর্ক ব্যবহার করে $\vec{\nabla} \cdot$

$(r^3\vec{r})$ এর মান নির্ণয় করো। [If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ is the position vector and $r = |\vec{r}|$ is its magnitude, determine the value of $\vec{\nabla} \cdot (r^3\vec{r})$ using the relationship between divergence and gradient.]

P-26_Q-52 ১ নম্বর

৫২. ত্রিমাত্রিক ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$ এর জন্য কার্ল (Curl) নির্ণয় করে দেখাও যে, ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল (irrotational)। এখানে $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$। (Find the curl for the three-dimensional vector field $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$ and show that the vector field is irrotational. Here $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.)

P-27_Q-53 ১ নম্বর

৫৩. দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ এর লব্ধি $\vec{R}$ শুধুমাত্র y-অক্ষ বরাবর কাজ করে এবং এর মান 8 unit। যদি $\vec{A}$ ভেক্টরটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকে অবস্থিত একটি একক ভেক্টরের 8 গুণ হয়, তবে ভেক্টর বীজগণিত ব্যবহার করে $\vec{B}$ ভেক্টরের মান ও x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ নির্ণয় করো।(The resultant $\vec{R}$ of two vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$ acts solely along the y-axis with a magnitude of 8 unit. If vector $\vec{A}$ is 8 times a unit vector pointing in the positive x-direction, determine the magnitude of vector $\vec{B}$ and the angle it forms with the positive x-axis using vector algebra.)

P-27_Q-54 ১ নম্বর

৫৪. একটি গতিশীল কণার অবস্থান স্থানাঙ্কসমূহ $x = 2t^2$, $y = t^2 - 4t$ এবং $z = 3t - 5$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত হয়। $t = 1$ s সময়ে $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিমুখে কণাটির ত্বরণের উপাংশ (component of acceleration) এর মান নির্ণয় করো। [২২] (The position coordinates of a moving particle are given by the equations $x = 2t^2$, $y = t^2 - 4t$, and $z = 3t - 5$. At time $t = 1$ s, calculate the magnitude of the component of the particle's acceleration along the direction of the vector $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$.)

P-28_Q-55 ১ নম্বর

৫৫. ত্রিমাত্রিক ভেক্টরের একটি সেট $V = \{a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k} : a, b, c \in \{-1, 1\}\}$ বিবেচনা করো। এই সেট V থেকে তিনটি অসমতলীয় (non-coplanar) ভেক্টর মোট 2^p উপায়ে নির্বাচন করা যায়। p এর মান নির্ণয় করো। [Consider a set of 3D vectors $V = \{a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k} : a, b, c \in \{-1, 1\}\}$. Three non-coplanar vectors can be selected from this set V in 2^p total ways. Find the value of p.]

P-28_Q-56 ১ নম্বর

৫৬. একই সরলরেখা বরাবর একই অভিমুখে দুটি গাড়ি 30 km/h গতিতে চলছে এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 km। বিপরীত দিক থেকে আসা একটি তৃতীয় গাড়ি পরপর দুটি গাড়ির সাথে 4 min সময়ের ব্যবধানে মিলিত হয়। তৃতীয় গাড়িটির প্রকৃত বেগের মান নির্ণয় করো।

[Two cars are moving in the same direction along the same straight line with a speed of 30 km/h, separated by a distance of 5 km. A third car coming from the opposite direction meets the two cars at a time interval of 4 min. Determine the magnitude of the actual velocity of the third car.]

P-29_Q-57 ১ নম্বর

৫৭. কোনো বিন্দুতে θ কোণে ক্রিয়ারত $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরের লব্ধি $\vec{R}$। যদি Q এর মান দ্বিগুণ করা হয় তবে লব্ধির মান দ্বিগুণ হয়। আবার $\vec{Q}$ কে বিপরীতমুখী (অর্থাৎ $-\vec{Q}$ দ্বারা প্রতিস্থাপিত) করা হলেও লব্ধির মান $2R$ হয়। P, Q ও R এর মানের অনুপাত নির্ণয় করো। [The resultant of two vectors $\vec{P}$ and $\vec{Q}$ acting at a point at an angle θ is $\vec{R}$. If the magnitude of Q is doubled, the magnitude of the resultant doubles. Again, if $\vec{Q}$ is reversed (i.e., replaced by $-\vec{Q}$), the magnitude of the resultant also becomes $2R$. Find the ratio of the magnitudes of P, Q, and R.]

P-29_Q-58 ১ নম্বর

৫৮. যদি $\vec{a}, \vec{b}$ এবং $\vec{c}$ তিনটি অশুন্য এবং অসমতলীয় ভেক্টর হয় এবং অপর তিনটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$, $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ এবং $\vec{r} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}$ হয়, তবে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ দ্বারা গঠিত সামান্তরিকীয় ঘনকের আয়তন V_1 এবং $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ দ্বারা গঠিত

সামান্তরিকীয় ঘনকের আয়তন V_2 হলে, $\frac{V_2}{V_1}$ এর অনুপাত নির্ণয় করো।

[If $\vec{a}, \vec{b}$, and $\vec{c}$ are three non-zero non-coplanar vectors, and three other vectors are $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$, $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$, and $\vec{r} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}$, find the ratio $\frac{V_2}{V_1}$, where V_1 is the volume of the parallelepiped formed by $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ and V_2 is the volume of the parallelepiped formed by $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$.]

P-30_Q-59 ১ নম্বর

৫৯. ত্রিমাত্রিক স্থানে দুটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a} = \frac{\hat{i}-2\hat{j}}{\sqrt{5}}$ এবং $\vec{b} = \frac{2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}}{\sqrt{14}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। স্কেলার রাশি $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot [(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})]$ এর মান নির্ণয় করো।

[In 3D space, two vectors are defined as $\vec{a} = \frac{\hat{i}-2\hat{j}}{\sqrt{5}}$ and $\vec{b} = \frac{2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}}{\sqrt{14}}$. Find the value of the scalar quantity $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot [(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})]$.]

P-30_Q-60 ১ নম্বর

৬০. একটি গাড়ি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত একটি পাহাড়ের ঢাল বরাবর 20 m/s বেগে উপরে উঠছে। ঠিক ওই সময়ে বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে 10 m/s বেগে পড়ছে এবং বাতাস পশ্চিম দিকে 5 m/s বেগে বইছে। গাড়িচালকের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ ভেক্টরটি নির্ণয় করো।

[A car is moving up an inclined hill slope at an angle of 30° to the horizontal with a velocity of 20 m/s. At that exact moment, rain is falling vertically downward at 10 m/s and wind is blowing westward at 5 m/s. Find the relative velocity vector of the rain with respect to the driver of the car.]