MCQ ৫০ নম্বর

১. গ. 7

ব্যাখ্যা: $x < -3$: $(1-x)+(-x-3) = -2x-2 < 8 \Rightarrow x > -5$

$-3 \le x \le 1$: $(1-x)+(x+3) = 4 < 8$ (সর্বদা সত্য)

$x > 1$: $(x-1)+(x+3) = 2x+2 < 8 \Rightarrow x < 3$

সমাধান সেট $= (-5, 3)$

পূর্ণসংখ্যা: $-4, -3, \ldots, 2 \Rightarrow 7$ টি

২. ক. $\sup S = 2,\ \inf S = -3$; কিন্তু max, min নেই

ব্যাখ্যা: $0 < \frac{2}{n} \le 2$ এবং $0 < \frac{3}{m} \le 3$, তাই $-3 < \frac{2}{n} - \frac{3}{m} < 2$

$n = 1, m \to \infty$ হলে মান $\to 2$; তাই $\sup S = 2$

$m = 1, n \to \infty$ হলে মান $\to -3$; তাই $\inf S = -3$

$\frac{3}{m} > 0$ ও $\frac{2}{n} > 0$ বলে 2 ও -3 কখনো অর্জিত হয় না, তাই max, min নেই

৩. গ. $\frac{7}{3},\ -3$

ব্যাখ্যা: $-8 < 3x+1 < 8 \Rightarrow -9 < 3x < 7 \Rightarrow -3 < x < \frac{7}{3}$

$S = \left(-3, \frac{7}{3}\right)$; অতএব $\sup S = \frac{7}{3}$, $\inf S = -3$ (কোনোটিই S এ নেই)

৪. গ. $\left[-\frac{5}{3}, 5\right]$

ব্যাখ্যা: $-10 \le 5-3x \le 10$

$\Rightarrow -15 \le -3x \le 5$

$\Rightarrow -\frac{5}{3} \le x \le 5$ [-3 দ্বারা ভাগে চিহ্ন উল্টায়]

৫. খ. $\frac{5}{9} \le x \le \frac{7}{9},\ x \ne \frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা: $x \ne \frac{2}{3}$ এর জন্য $|3x-2| > 0$, তাই $|3x-2| \le \frac{1}{3}$

$\Rightarrow -\frac{1}{3} \le 3x-2 \le \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{5}{3} \le 3x \le \frac{7}{3}$

$\Rightarrow \frac{5}{9} \le x \le \frac{7}{9}$

সমাধান: $\frac{5}{9} \le x \le \frac{7}{9},\ x \ne \frac{2}{3}$

৬. ঘ. $|3x-2y-8| < 1.8$

ব্যাখ্যা: $3x-2y-8 = 3(x-2)-2(y+1)$

$\Rightarrow |3x-2y-8| \le 3|x-2| + 2|y+1|$

$< 3(0.4) + 2(0.3) = 1.8$

$\therefore |3x-2y-8| < 1.8$ [$x \to 2.4,\ y \to -1.3$ হলে মান 1.8 এর কাছে যায়]

৭. ঘ. $\left(-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right)$

ব্যাখ্যা: রাশিটি জোড় ফাংশন, তাই $x \ge 0$ নিয়ে সমাধান করে প্রতিফলিত করলেই হবে

$0 \le x \le 3$: $x+(3-x)+(x+3) = x+6 < 10$ (সর্বদা সত্য)

$x > 3$: $x+(x-3)+(x+3) = 3x < 10 \Rightarrow x < \frac{10}{3}$

$\therefore 0 \le x < \frac{10}{3}$; প্রতিফলন করে সমাধান $\left(-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right)$

৮. গ. $-2 < a < 6$

ব্যাখ্যা: ১ম অসমতা: $x \in (a-3, a+3)$; ২য় অসমতা: $x \in (1, 3)$

দুটি খোলা ব্যবধি ছেদ করবে যদি $a-3 < 3$ এবং $a+3 > 1$

$\Rightarrow a < 6$ এবং $a > -2$

$\therefore -2 < a < 6$

৯. গ. $-5 \le x \le -1,\ x \ne -2$

ব্যাখ্যা: $x \ne -2$ এর জন্য $|x-1| \ge 2|x+2|$; বর্গ করে

$x^2-2x+1 \ge 4x^2+16x+16$

$\Rightarrow 3x^2+18x+15 \le 0 \Rightarrow x^2+6x+5 \le 0$

$\Rightarrow (x+1)(x+5) \le 0 \Rightarrow -5 \le x \le -1$

সমাধান: $-5 \le x \le -1,\ x \ne -2$

১০. ঘ. $[-3, \infty)$

ব্যাখ্যা: $(x^2-9)+(x-3) = x^2+x-12$; তাই সমীকরণটি $|a|+|b| = |a+b|$ আকারের

শর্ত: $ab \ge 0 \Rightarrow (x^2-9)(x-3) \ge 0$

$\Rightarrow (x-3)^2(x+3) \ge 0$

$(x-3)^2 \ge 0$ সর্বদা, তাই $x+3 \ge 0$ অথবা $x = 3 \Rightarrow x \ge -3$

১১. ক. $(-1, 2)$

ব্যাখ্যা: $(x+5)(x-2) < 0 \Rightarrow -5 < x < 2$

$x > -1$ এর সাথে ছেদ: $(-1, 2)$

১২. ঘ. $(-4, -3) \cup (-1, 6)$

ব্যাখ্যা: $|x-1| < 5 \Rightarrow -4 < x < 6$

$|x+2| > 1 \Rightarrow x < -3$ অথবা $x > -1$

ছেদ: $(-4, -3) \cup (-1, 6)$

১৩. খ. $x > -2$

ব্যাখ্যা: উভয়পক্ষ অঋণাত্মক, তাই বর্গ করে:

$x^2-6x+9 < x^2+14x+49$

$\Rightarrow -40 < 20x \Rightarrow x > -2$

১৪. ক. 7; $1 \le x \le 8$

ব্যাখ্যা: $|x-1|+|8-x| \ge |(x-1)+(8-x)| = 7$

সমতা যখন $(x-1)(8-x) \ge 0 \Rightarrow 1 \le x \le 8$

$\therefore$ সর্বনিম্ন মান 7, ব্যবধি $[1, 8]$

১৫. ঘ. $\left(\frac{1}{5}, 1\right)$

ব্যাখ্যা: $-1 < x < 3 \Rightarrow 1 < x + 2 < 5$
সব মান ধনাত্মক, তাই বিপরীত নিলে চিহ্ন উল্টায়: $\frac{1}{5} < \frac{1}{x+2} < 1$

১৬. খ. $[-4, 21]$

ব্যাখ্যা: $x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$
$x \in [-3, 2] \Rightarrow x - 2 \in [-5, 0] \Rightarrow (x-2)^2 \in [0, 25]$
$\Rightarrow (x-2)^2 - 4 \in [-4, 21]$

১৭. ঘ. $(-2, 1) \cup (1, 3)$

ব্যাখ্যা: $(x-1)^2 \geq 0$; $x = 1$ এ রাশি $= 0$, যা < 0 নয়, তাই $x \neq 1$
$x \neq 1$ হলে $(x-1)^2 > 0$, তাই $(x+2)(x-3) < 0 \Rightarrow -2 < x < 3$
$\therefore$ সমাধান: $(-2, 1) \cup (1, 3)$

১৮. খ. $(-\infty, -1] \cup [2, 4) \cup (4, \infty)$

ব্যাখ্যা: $x \neq 4$ (হর শূন্য) এবং $(x-4)^2 > 0$
$(x-2)^3$ এর চিহ্ন $(x-2)$ এর চিহ্নের সমান
$\therefore (x-2)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \leq -1$ অথবা $x \geq 2$
$x = 4$ বাদ দিয়ে: $(-\infty, -1] \cup [2, 4) \cup (4, \infty)$

১৯. ঘ. $0 \leq x < 1$

ব্যাখ্যা: $\frac{3x-2}{x-1} - 2 \leq 0$
$\Rightarrow \frac{3x-2-2x+2}{x-1} \leq 0$
$\Rightarrow \frac{x}{x-1} \leq 0$
$\therefore 0 \leq x < 1$ [$x = 1$ এ অসংজ্ঞায়িত]

২০. ক. $2 < x < 5$

ব্যাখ্যা: হর: $x^2 + x + 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$ সকল x এর জন্য
$\therefore$ লব ঋণাত্মক হতে হবে: $(x-2)(x-5) < 0$
$\Rightarrow 2 < x < 5$

২১. গ. $[-4, 0] \cup [4, 8]$

ব্যাখ্যা: $-2 \leq |x-2| - 4 \leq 2 \Rightarrow 2 \leq |x-2| \leq 6$
$\Rightarrow x - 2 \in [-6, -2] \cup [2, 6]$
$\Rightarrow x \in [-4, 0] \cup [4, 8]$

২২. খ. $x < -5$ অথবা $x > 2$

ব্যাখ্যা: লব ও হর একই চিহ্নের হতে হবে
ক্রান্তি বিন্দু: $-5,\ 2$; $x > 2$ এ ধনাত্মক, $(-5, 2)$ এ ঋণাত্মক, $x < -5$ এ ধনাত্মক
$\therefore x < -5$ অথবা $x > 2$

২৩. গ. 10

ব্যাখ্যা: $(|x| - 1)(|x| - 5) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq |x| \leq 5$
$\Rightarrow x \in [-5, -1] \cup [1, 5]$
পূর্ণসংখ্যা: $\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5 \Rightarrow 10$ টি (0 বাদ)

২৪. গ. 8

ব্যাখ্যা: $t = x^2 \geq 0$ ধরলে $(t-1)(t-36) < 0 \Rightarrow 1 < t < 36$
$\Rightarrow 1 < x^2 < 36 \Rightarrow 1 < |x| < 6$
পূর্ণসংখ্যা: $\pm2, \pm3, \pm4, \pm5 \Rightarrow 8$ টি

২৫. ক. $[2, 4]$

ব্যাখ্যা: $|f| + f = 0 \Leftrightarrow |f| = -f \Leftrightarrow f \leq 0$
$\therefore x^2 - 6x + 8 \leq 0$
$\Rightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$
$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4$

২৬. ঘ. $[-5, -1)$

ব্যাখ্যা: ডোমেইন: $x \geq -5$
ক্ষেত্র 1: $x < -3$ হলে ডানপক্ষ ঋণাত্মক; সর্বদা সত্য: $-5 \leq x < -3$
ক্ষেত্র 2: $x \geq -3$ হলে বর্গ করে $x + 5 > x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 < 0 \Rightarrow -4 < x < -1$, তাই $-3 \leq x < -1$
মিলিয়ে: $[-5, -1)$

২৭. গ. $\left[-3, \frac{3}{\sqrt{2}}\right]$

ব্যাখ্যা: ডোমেইন: $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$
$-3 \leq x < 0$: ডানপক্ষ ঋণাত্মক, সর্বদা সত্য
$0 \leq x \leq 3$: বর্গ করে $9 - x^2 \geq x^2 \Rightarrow x^2 \leq \frac{9}{2} \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$
মিলিয়ে: $\left[-3, \frac{3}{\sqrt{2}}\right]$

২৮. গ. $k < -2$

ব্যাখ্যা: সর্বদা ঋণাত্মক হওয়ার শর্ত: $k < 0$ এবং নিশ্চায়ক < 0
$16 - 4k^2 < 0 \Rightarrow k^2 > 4 \Rightarrow k < -2$ অথবা $k > 2$
$k < 0$ এর সাথে মিলিয়ে: $k < -2$

২৯. খ. $-4 < a < 3$

ব্যাখ্যা: শর্ত: নিশ্চায়ক < 0
$4(a+1)^2 - 4(a+13) < 0$
$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 - a - 13 < 0 \Rightarrow a^2 + a - 12 < 0$
$\Rightarrow (a+4)(a-3) < 0 \Rightarrow -4 < a < 3$

৩০. ঘ. 25

ব্যাখ্যা: $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = \left(\frac{4}{x} + \frac{9}{y}\right)(x + y) = 13 + \frac{4y}{x} + \frac{9x}{y}$
AM $\geq$ GM অনুসারে, $\frac{4y}{x} + \frac{9x}{y} \geq 2\sqrt{36} = 12$
$\therefore \frac{4}{x} + \frac{9}{y} \geq 25$

সমতা যখন $2y = 3x$, অর্থাৎ $x = \frac{2}{5},\ y = \frac{3}{5}$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান = 25

৩১. খ. 13
ব্যাখ্যা: $\frac{x^2+5x+16}{x} = x + \frac{16}{x} + 5$
AM $\geq$ GM অনুসারে, $x + \frac{16}{x} \geq 2\sqrt{16} = 8$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান = $8 + 5 = 13$ ($x = 4$ এ)

৩২. খ. 64
ব্যাখ্যা: AM $\geq$ GM অনুসারে, $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$
$\Rightarrow 4 \geq \sqrt[3]{abc}$
$\Rightarrow abc \leq 64$
সমতা যখন $a = b = c = 4$
$\therefore$ সর্বোচ্চ মান = 64

৩৩. ক. 30
ব্যাখ্যা: অক্ষের সাথে ছেদবিন্দু: $(10, 0)$ ও $(0, 6)$
ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$

৩৪. ক. 27
ব্যাখ্যা: $x + y = 9$ ও $y = 2x$ এর ছেদবিন্দু: $3x = 9 \Rightarrow (3, 6)$
শীর্ষবিন্দু: $(0, 0), (9, 0), (3, 6)$
ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$

৩৫. ঘ. 24
ব্যাখ্যা: অঞ্চলটি একটি আয়তক্ষেত্র; সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের দূরত্ব $\frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$ ও $\frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$
ক্ষেত্রফল = $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 24$

৩৬. খ. 18
ব্যাখ্যা: $y = |x|$ ও $y = 6 - |x|$ এর ছেদ: $|x| = 3 \Rightarrow (\pm 3, 3)$
অঞ্চলটি $(0, 0), (3, 3), (0, 6), (-3, 3)$ শীর্ষবিশিষ্ট বর্গ, কর্ণদ্বয় 6 ও 6
ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

৩৭. ক. 33
ব্যাখ্যা: প্রতিটি y এর জন্য $0 \leq x \leq \frac{24-4y}{3}$:
$y = 0$: $x \leq 8 \Rightarrow 9$ টি; $y = 1$: $x \leq \frac{20}{3} \Rightarrow 7$ টি
$y = 2$: $x \leq \frac{16}{3} \Rightarrow 6$ টি; $y = 3$: $x \leq 4 \Rightarrow 5$ টি
$y = 4$: $x \leq \frac{8}{3} \Rightarrow 3$ টি; $y = 5$: $x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow 2$ টি; $y = 6$: $x = 0 \Rightarrow 1$ টি
মোট = $9 + 7 + 6 + 5 + 3 + 2 + 1 = 33$

৩৮. গ. 2
ব্যাখ্যা: রেখাংশটি $2x + y = 14$ সীমারেখার উপর অবস্থিত
উদ্দেশ্য রেখা এর সমান্তরাল হলে: $\frac{4}{2} = \frac{k}{1} \Rightarrow k = 2$
যাচাই: $z = 2(2x + y)$; $z(5, 4) = z(7, 0) = 28$, $z(0, 9) = 18$, $z(0, 0) = 0 \Rightarrow z_{max} = 28$

৩৯. ঘ. 10
ব্যাখ্যা: অঞ্চলটি কেন্দ্র $(2, 0)$ বিশিষ্ট রম্বস; কৌণিক বিন্দু: $(5, 0), (-1, 0), (2, 3), (2, -3)$
z: 10, -2, 1, 7
$\therefore z_{max} = 10$ [$(5, 0)$ বিন্দুতে]

৪০. ক. -7
ব্যাখ্যা: $z(2, 1) = 0,\ z(6, 2) = 2,\ z(5, 5) = -5,\ z(1, 4) = 1 - 8 = -7$
$\therefore z_{min} = -7$ [$(1, 4)$ বিন্দুতে]

৪১. ক. 20
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(x + 2y) - (x + y) = 12 - 8 \Rightarrow y = 4,\ x = 4$
কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (8, 0), (4, 4), (0, 6)$
z: 0, 16, 20, 18
$\therefore z_{max} = 20$

৪২. খ. 12
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(3x + y) - (x + y) = 10 - 6 \Rightarrow x = 2,\ y = 4$
কৌণিক বিন্দু: $(0, 10), (2, 4), (6, 0)$ [অঞ্চলটি অসীমাবদ্ধ]
z: 30, 16, 12
z এর সহগ ধনাত্মক, তাই $z_{min} = 12$ [$(6, 0)$ বিন্দুতে]

৪৩. খ. 180
ব্যাখ্যা: ধরি, A পণ্য x টি ও B পণ্য y টি
শর্ত: $3x + y \leq 15$, $2x + 2y \leq 14 \Rightarrow x + y \leq 7$, $x, y \geq 0$; লাভ $z = 30x + 20y$
ছেদবিন্দু: $(3x + y) - (x + y) = 15 - 7 \Rightarrow x = 4,\ y = 3$
কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (5, 0), (4, 3), (0, 7)$
z: 0, 150, 180, 140
$\therefore$ সর্বোচ্চ লাভ = 180

৪৪. ঘ. $\frac{1}{3} \leq a \leq 1$
ব্যাখ্যা: কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (8, 0), (3, 5), (0, 6)$
$z(3, 5) = 3a + 5,\ z(8, 0) = 8a,\ z(0, 6) = 6$
$3a + 5 \geq 8a \Rightarrow a \leq 1$
$3a + 5 \geq 6 \Rightarrow a \geq \frac{1}{3}$
$\therefore \frac{1}{3} \leq a \leq 1$

৪৫. খ. 10
ব্যাখ্যা: কৌণিক বিন্দু:
$(3, 0), (5, 0), (5, 4), (0, 4), (0, 3)$
z: 6, 10, 6, -4, -3
$\therefore z_{max} = 10$ [$(5, 0)$ বিন্দুতে]

৪৬. ক. $z_{min} = 11$; সসীম z_{max} নেই

ব্যাখ্যা: $x - y = 3$ ও $x + y = 5$ এর ছেদবিন্দু $(4, 1)$

x-অক্ষে $(y = 0)$: $x \geq 5$ ও $x \leq 3$ একসাথে অসম্ভব,

তাই অক্ষে কোনো কৌণিক বিন্দু নেই

কৌণিক বিন্দু: $(0, 5), (4, 1)$; z: 15, 11

অঞ্চলটি উপরের দিকে অসীমাবদ্ধ, তাই সসীম সর্বোচ্চ মান নেই; $z_{min} = 11$

৪৭. খ. কোনো সম্ভাব্য সমাধান নেই

ব্যাখ্যা: $x + y \leq 4, x, y \geq 0$ অঞ্চলের কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (4, 0), (0, 4)$

$3x + y$ এর মান: 0, 12, 4; সর্বোচ্চ $12 < 14$

কিন্তু শর্ত চায় $3x + y \geq 14$; যা অসম্ভব

$\therefore$ সম্ভাব্য অঞ্চল ফাঁকা (কোনো সম্ভাব্য সমাধান নেই)

৪৮. গ. $\frac{102}{7}$

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $x = 12 - 3y \Rightarrow 36 - 9y + 2y = 14 \Rightarrow y = \frac{22}{7}, x = \frac{18}{7}$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), \left(\frac{14}{3}, 0\right), \left(\frac{18}{7}, \frac{22}{7}\right), (0, 4)$

z: 0, $\frac{28}{3}$, $\frac{36+66}{7} = \frac{102}{7}$, 12

$\therefore z_{max} = \frac{102}{7}$

৪৯. ক. 200

ব্যাখ্যা: ধরি, X x কেজি ও Y y কেজি

শর্ত: $3x + y \geq 15, 2x + 4y \geq 20 \Rightarrow x + 2y \geq 10$, $x, y \geq 0$; খরচ $z = 35x + 20y$

ছেদবিন্দু: $y = 15 - 3x \Rightarrow x + 30 - 6x = 10 \Rightarrow x = 4, y = 3$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 15), (4, 3), (10, 0)$

z: 300, 200, 350

$\therefore$ সর্বনিম্ন খরচ = 200

৫০. ক. 220

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(2x + y) - (x + y) = 80 - 60 \Rightarrow x = 20, y = 40$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (40, 0), (20, 40), (0, 60)$

z: 0, 200, 220, 180

$\therefore z_{max} = 220$