MCQ

৫০ নম্বর

১. খ. 4

ব্যাখ্যা: জোড় n এর জন্য পদগুলো $2 - \frac{1}{n}$, যা 2 এর দিকে এগোয় কিন্তু কখনো 2 হয় না

বিজোড় n এর জন্য পদগুলো $-\left(2 - \frac{1}{n}\right)$, যা -2 এর দিকে এগোয় কিন্তু কখনো -2 হয় না

সুতরাং, $\sup S = 2$ এবং $\inf S = -2$

$\sup S - \inf S = 2 - (-2) = 4$

২. গ. 3

ব্যাখ্যা: $S = \left\{1, 2, \frac{7}{3}, \frac{5}{2}, \cdots\right\}$

n বাড়লে $3 - \frac{2}{n}$ ক্রমশ বাড়ে এবং 3 এর দিকে এগোয়, কিন্তু কখনো 3 হয় না

সুতরাং, $\sup S = 3$ (যদিও $3 \notin S$)

৩. ক. $\sup S = 5,\ \inf S = -1$

ব্যাখ্যা: $x^2 - 4x - 5 < 0$

$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$

$\Rightarrow -1 < x < 5$, অর্থাৎ $S = (-1, 5)$

অতএব, $\sup S = 5$ এবং $\inf S = -1$ (কোনোটিই S এর সদস্য নয়)

৪. খ. $(-7, 7)$

ব্যাখ্যা: $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$

সুতরাং, $|x| < 7 \Rightarrow -7 < x < 7$

সমাধান সেট $= (-7, 7)$

৫. ঘ. $(-2, 0) \cup (4, 6)$

ব্যাখ্যা: $-1 < |x - 2| - 3 < 1$

$\Rightarrow 2 < |x - 2| < 4$

$|x - 2| > 2 \Rightarrow x < 0$ অথবা $x > 4$

$|x - 2| < 4 \Rightarrow -2 < x < 6$

ছেদ: $(-2, 0) \cup (4, 6)$

৬. ঘ. $a \leq 7$

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজ অসমতা: $|x - 5| + |x + 2| \geq |(x + 2) - (x - 5)| = 7$

বামপক্ষের ন্যূনতম মান 7, অর্থাৎ বামপক্ষ কখনো 7 এর কম নয়

সুতরাং, $a \leq 7$ হলে বামপক্ষ $< a$ অসম্ভব

৭. ক. 5

ব্যাখ্যা: ক্রান্তি বিন্দু: $x = -\frac{3}{2},\ 1$

$x < -\frac{3}{2}$: $(1 - x) - (2x + 3) \leq 7 \Rightarrow -2 - 3x \leq 7 \Rightarrow x \geq -3$

$-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$: $(1 - x) + (2x + 3) = x + 4 \leq 7$ (সর্বদা সত্য)

$x > 1$: $(x - 1) + (2x + 3) = 3x + 2 \leq 7 \Rightarrow x \leq \frac{5}{3}$

সমাধান সেট $= \left[-3, \frac{5}{3}\right]$

পূর্ণসংখ্যা: $-3, -2, -1, 0, 1 \Rightarrow 5$ টি

৮. ঘ. $(-5, 2)$

ব্যাখ্যা: $|2x + 3| < 7$

$\Rightarrow -7 < 2x + 3 < 7$

$\Rightarrow -10 < 2x < 4$

$\Rightarrow -5 < x < 2$

$\therefore$ সমাধান সেট $= (-5, 2)$

৯. গ. $x < -1$ অথবা $x > \frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্র 1: $x < -1$; হর ঋণাত্মক, লব ≥ 0, তাই বামপক্ষ $\leq 0 < 1$ (সর্বদা সত্য)

ক্ষেত্র 2: $x > -1$; $(x + 1) > 0$ দ্বারা গুণ করে $|x - 2| < x + 1$

$\Rightarrow -(x + 1) < x - 2 < x + 1$

ডান অংশ সর্বদা সত্য; বাম অংশ: $-x - 1 < x - 2 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$

সুতরাং, $x < -1$ অথবা $x > \frac{1}{2}$

১০. ঘ. $-\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2},\ x \neq -3$

ব্যাখ্যা: $x \neq -3$ (হর শূন্য হতে পারে না), তাই $|x + 3| > 0$

$\frac{1}{|x+3|} > 2 \Rightarrow |x + 3| < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} < x + 3 < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2}$

সমাধান: $-\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2},\ x \neq -3$

১১. ক. $x > \frac{4}{3},\ x \neq 2$

ব্যাখ্যা: $x \neq 2$ এর জন্য $|3x - 2| > 3|x - 2|$

উভয়পক্ষ অঋণাত্মক, তাই বর্গ করে:

$9x^2 - 12x + 4 > 9x^2 - 36x + 36$

$\Rightarrow 24x > 32 \Rightarrow x > \frac{4}{3}$

সমাধান: $x > \frac{4}{3},\ x \neq 2$

১২. খ. $[0, 10]$

ব্যাখ্যা: $-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -6 \leq 3x \leq 12$

$\Rightarrow -8 \leq 3x - 2 \leq 10$

ব্যবধিতে 0 আছে (যখন $x = \frac{2}{3}$), তাই ন্যূনতম মান 0

সর্বোচ্চ মান $= \max(|-8|, |10|) = 10$

$\therefore$ পরিসর $= [0, 10]$

১৩. ক. $[1, 7]$

ব্যাখ্যা: ক্রান্তি বিন্দু: $x = 2,\ 6$

$x < 2$: $(2 - x) + (6 - x) = 8 - 2x \leq 6 \Rightarrow x \geq 1$

$2 \le x \le 6$: $(x-2)+(6-x)=4 \le 6$ (সর্বদা সত্য)
$x > 6$: $(x-2)+(x-6)=2x-8 \le 6 \Rightarrow x \le 7$
$\therefore$ সমাধান সেট $= [1, 7]$

১৪. ঘ. 5
ব্যাখ্যা: মান সর্বনিম্ন হয় যখন x হলো 1, 4, 6 এর মধ্যমা
এখানে, মধ্যমা = 4
$f(4) = |4-1| + |4-4| + |4-6| = 3 + 0 + 2 = 5$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান = 5

১৫. ঘ. $x > 1$
ব্যাখ্যা: $|x-3| \ge 0$ বলে $x > 0$ হতে হবে
$|x-3| < 2x \Rightarrow -2x < x-3 < 2x$
ডানপক্ষ: $x-3 < 2x \Rightarrow x > -3$ ($x > 0$ এ সর্বদা সত্য)
বামপক্ষ: $-2x < x-3 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1$
$\therefore$ সমাধান: $x > 1$

১৬. খ. $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$
ব্যাখ্যা: ধরি, $a = x-2$, $b = x-5$; তাহলে $a+b = 2x-7$
সমীকরণটি $|a|+|b| = |a+b|$ আকারের; এটি সত্য $\Leftrightarrow ab \ge 0$
$\Rightarrow (x-2)(x-5) \ge 0$
$\therefore x \le 2$ অথবা $x \ge 5$

১৭. ক. $|x+y-6| < 5$
ব্যাখ্যা: ত্রিভুজ অসমতা: $|a+b| \le |a|+|b|$
$|x+y-6| = |(x-5)+(y-1)|$
$\le |x-5|+|y-1| < 2+3 = 5$
$\therefore |x+y-6| < 5$

১৮. খ. 8
ব্যাখ্যা: $x < -1$: $(2-x)+(-x-1) = 1-2x < 9 \Rightarrow x > -4$
$-1 \le x \le 2$: $(2-x)+(x+1) = 3 < 9$ (সর্বদা সত্য)
$x > 2$: $(x-2)+(x+1) = 2x-1 < 9 \Rightarrow x < 5$
সমাধান সেট $= (-4, 5)$
পূর্ণসংখ্যা: $-3, -2, \ldots, 4 \Rightarrow 8$ টি

১৯. গ. $x < -1$ অথবা $2 < x < 4$
ব্যাখ্যা: ক্রান্তি বিন্দু: -1, 2, 4
$x > 4$ হলে রাশিটি ধনাত্মক; প্রতিটি ক্রান্তি বিন্দুতে চিহ্ন পরিবর্তিত হয়
$\therefore$ রাশিটি ঋণাত্মক যখন $x < -1$ অথবা $2 < x < 4$

২০. ঘ. 4
ব্যাখ্যা: $x^2 = |x|^2$ বলে, $|x|^2 - 7|x| + 10 < 0$
$\Rightarrow (|x|-2)(|x|-5) < 0$
$\Rightarrow 2 < |x| < 5$
পূর্ণসংখ্যা: $\pm 3, \pm 4 \Rightarrow 4$ টি

২১. ক. $x < 2$ অথবা $x \ge 5$
ব্যাখ্যা: $\frac{x+4}{x-2} - 3 \le 0$
$\Rightarrow \frac{x+4-3x+6}{x-2} \le 0$
$\Rightarrow \frac{10-2x}{x-2} \le 0$
$\Rightarrow \frac{x-5}{x-2} \ge 0$
$\therefore x < 2$ অথবা $x \ge 5$ [$x = 2$ এ রাশিটি অসংজ্ঞায়িত]

২২. ঘ. $[-4, 4]$
ব্যাখ্যা: $x^2 = |x|^2$ বলে, $|x|^2 - 3|x| - 4 \le 0$
$\Rightarrow (|x|-4)(|x|+1) \le 0$
$|x|+1 > 0$ সর্বদা, তাই $|x|-4 \le 0$
$\Rightarrow -4 \le x \le 4$

২৩. গ. 4
ব্যাখ্যা: $(x-1)(x-9) \le 0 \Rightarrow 1 \le x \le 9$
$|x-5| > 2 \Rightarrow x < 3$ অথবা $x > 7$
সাধারণ অংশ: $[1, 3) \cup (7, 9]$
পূর্ণসংখ্যা: 1, 2, 8, 9 $\Rightarrow$ 4 টি

২৪. খ. $(2-\sqrt{7}, 1) \cup (3, 2+\sqrt{7})$
ব্যাখ্যা: $-3 < x^2 - 4x < 3$
প্রথম শর্ত: $x^2 - 4x + 3 > 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < 1$ অথবা $x > 3$
দ্বিতীয় শর্ত: $x^2 - 4x - 3 < 0 \Rightarrow 2-\sqrt{7} < x < 2+\sqrt{7}$
দুটির ছেদ: $(2-\sqrt{7}, 1) \cup (3, 2+\sqrt{7})$

২৫. গ. $(-3, -2] \cup [2, 3)$
ব্যাখ্যা: $\frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+3)} \le 0$
ক্রান্তি বিন্দু: $-3, -2, 2, 3$; $x > 3$ এ রাশি ধনাত্মক
চিহ্ন: $(-\infty, -3)$: +, $(-3, -2)$: −, $(-2, 2)$: +, $(2, 3)$: −, $(3, \infty)$: +
লব শূন্য ($x = \pm 2$) গ্রহণযোগ্য, হর শূন্য ($x = \pm 3$) বর্জনীয়
$\therefore$ সমাধান: $(-3, -2] \cup [2, 3)$

২৬. খ. $-6 < k < 6$
ব্যাখ্যা: $ax^2 + bx + c > 0$ সকল x এর জন্য হলে $a > 0$ এবং $b^2 - 4ac < 0$
এখানে, $a = 1 > 0$
$k^2 - 4(1)(9) < 0 \Rightarrow k^2 < 36$
$\Rightarrow -6 < k < 6$

২৭. ক. $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$
ব্যাখ্যা: সংজ্ঞার শর্ত: $(x-2)(x-3) \ge 0 \Rightarrow x \le 2$ অথবা $x \ge 3$
ক্ষেত্র 1: $x < 4$ হলে ডানপক্ষ ঋণাত্মক, তাই ডোমেইনের সব বিন্দুতে সত্য: $x \le 2$ অথবা $3 \le x < 4$
ক্ষেত্র 2: $x \ge 4$ হলে বর্গ করে $x^2 - 5x + 6 > x^2 -$

$8x + 16 \Rightarrow x > \frac{10}{3}$, তাই সব $x \geq 4$
$\therefore$ সমাধান: $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$

২৮. ঘ. $[-3, -1] \cup [1, 3]$
ব্যাখ্যা: $-4 \leq x^2 - 5 \leq 4 \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 9$
$x^2 \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1$ এবং $x^2 \leq 9 \Rightarrow |x| \leq 3$
$\therefore 1 \leq |x| \leq 3$, অর্থাৎ $x \in [-3, -1] \cup [1, 3]$

২৯. গ. $(-2, 0) \cup (2, \infty)$
ব্যাখ্যা: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} > 0$
$\Rightarrow \frac{(x+2)^2-(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} > 0$
$\Rightarrow \frac{8x}{(x-2)(x+2)} > 0$
ক্রান্তি বিন্দু: $-2, 0, 2$; চিহ্ন: $(-\infty, -2)$: $-$, $(-2, 0)$: $+$, $(0, 2)$: $-$, $(2, \infty)$: $+$
$\therefore$ সমাধান: $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

৩০. গ. 10
ব্যাখ্যা: AM $\geq$ GM অনুসারে, $\frac{x+\frac{25}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{25}{x}} = 5$
$\Rightarrow x + \frac{25}{x} \geq 10$
সমতা যখন $x = \frac{25}{x} \Rightarrow x = 5$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান $= 10$

৩১. ঘ. 9
ব্যাখ্যা: $x + \frac{16}{x-1} = (x - 1) + \frac{16}{x-1} + 1$
$x - 1 > 0$, তাই AM $\geq$ GM অনুসারে $(x - 1) + \frac{16}{x-1} \geq 2\sqrt{16} = 8$
$\therefore x + \frac{16}{x-1} \geq 8 + 1 = 9$
সমতা যখন $(x - 1)^2 = 16 \Rightarrow x = 5$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান $= 9$

৩২. গ. 24
ব্যাখ্যা: AM $\geq$ GM অনুসারে, $\frac{3x+2y}{2} \geq \sqrt{3x \cdot 2y}$
$\Rightarrow 12 \geq \sqrt{6xy}$
$\Rightarrow 144 \geq 6xy$
$\Rightarrow xy \leq 24$
সমতা যখন $3x = 2y = 12 \Rightarrow x = 4,\ y = 6$
$\therefore$ সর্বোচ্চ মান $= 24$

৩৩. ক. $(1, 2)$
ব্যাখ্যা: $(1, 2)$ বিন্দুতে: $3(1) + 2 = 5 \leq 6$
এছাড়া $x = 1 \geq 0$ এবং $y = 2 \geq 0$
তিনটি শর্তই সিদ্ধ হয়, তাই বিন্দুটি অঞ্চলের ভিতরে

৩৪. ঘ. 32
ব্যাখ্যা: অঞ্চলটি $(0, 0), (8, 0), (0, 8)$ শীর্ষবিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

৩৫. খ. $\frac{9}{2}$
ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দু: $(2, 2), (5, 2), (2, 5)$
এটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার ভূমি $= 3$ ও উচ্চতা $= 3$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$

৩৬. ক. 18
ব্যাখ্যা: অঞ্চলটি $(\pm 3, 0), (0, \pm 3)$ শীর্ষবিশিষ্ট রম্বস
কর্ণদ্বয় $d_1 = d_2 = 6$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

৩৭. খ. 25
ব্যাখ্যা: $y = |x|$ ও $y = 5$ এর ছেদবিন্দু: $(-5, 5), (5, 5)$
অঞ্চলটি $(0, 0), (5, 5), (-5, 5)$ শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজ; ভূমি $= 10$, উচ্চতা $= 5$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$

৩৮. খ. 10
ব্যাখ্যা: অঞ্চলটির কৌণিক বিন্দু:
$(2, 0), (0, 2), (-2, 0), (0, -2)$
$z(2, 0) = 4,\ z(0, 2) = 10,\ z(-2, 0) = -4,\ z(0, -2) = -10$
$\therefore z_{max} = 10$ [$(0, 2)$ বিন্দুতে]

৩৯. ক. $\frac{1}{2} \leq k \leq 2$
ব্যাখ্যা: কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), \left(\frac{11}{2}, 0\right), (4, 3), (0, 5)$
$z(4, 3) = 4 + 3k,\ z\left(\frac{11}{2}, 0\right) = \frac{11}{2},\ z(0, 5) = 5k$
$z(4, 3) \geq z\left(\frac{11}{2}, 0\right)$: $4 + 3k \geq \frac{11}{2} \Rightarrow k \geq \frac{1}{2}$
$z(4, 3) \geq z(0, 5)$: $4 + 3k \geq 5k \Rightarrow k \leq 2$
$\therefore \frac{1}{2} \leq k \leq 2$

৪০. খ. 22
ব্যাখ্যা: প্রতিটি y এর জন্য $0 \leq x \leq 9 - 3y$:
$y = 0$: $x = 0, \ldots, 9 \Rightarrow 10$ টি
$y = 1$: $x = 0, \ldots, 6 \Rightarrow 7$ টি
$y = 2$: $x = 0, \ldots, 3 \Rightarrow 4$ টি
$y = 3$: $x = 0 \Rightarrow 1$ টি
মোট $= 10 + 7 + 4 + 1 = 22$

৪১. গ. 13
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(x + 2y) - (x + y) = 8 - 5 \Rightarrow y = 3,\ x = 2$
কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (5, 0), (2, 3), (0, 4)$
z: 0, 10, 13, 12
$\therefore z_{max} = 13$ [$(2, 3)$ বিন্দুতে]

৪২. ক. 6
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $x = 8 - 2y \Rightarrow 16 - 4y + y = 10 \Rightarrow y = 2,\ x = 4$
কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (5, 0), (4, 2), (0, 4)$
z: 0, 5, 6, 4
$\therefore z_{max} = 6$

৪৩. খ. 14

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(x + 3y) - (x + y) = 10 - 6 \Rightarrow y = 2,\ x = 4$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 6), (4, 2), (10, 0)$ [অঞ্চলটি অসীমাবদ্ধ]

z: 18, 14, 20

z এর সহগ ধনাত্মক, তাই $z_{min} = 14$ [(4, 2) বিন্দুতে]

৪৪. খ. 680

ব্যাখ্যা: ধরি, টেবিল x টি ও চেয়ার y টি

শর্ত: $x + y \le 20,\ 300x + 100y \le 3600 \Rightarrow 3x + y \le 36,\ x, y \ge 0$

উদ্দেশ্য: $z = 40x + 30y$ সর্বোচ্চকরণ

ছেদবিন্দু: $(3x + y) - (x + y) = 36 - 20 \Rightarrow x = 8,\ y = 12$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (12, 0), (8, 12), (0, 20)$

z: 0, 480, 680, 600

$\therefore$ সর্বোচ্চ লাভ = 680

৪৫. ঘ. 22

ব্যাখ্যা: $x = 4$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু $(4, 2)$

$y = 5$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু $(1, 5)$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (4, 0), (4, 2), (1, 5), (0, 5)$

z: 0, 16, 22, 19, 15

$\therefore z_{max} = 22$ [(4, 2) বিন্দুতে]

৪৬. ক. $\frac{17}{3}$

ব্যাখ্যা: যোগ করে: $3x + 3y = 17 \Rightarrow x + y = \frac{17}{3}$

বিয়োগ করে: $(2x + y) - (x + 2y) = 1 \Rightarrow x - y = 1$, তাই $x = \frac{10}{3},\ y = \frac{7}{3}$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), \left(\frac{9}{2}, 0\right), \left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right), (0, 4)$

z: 0, $\frac{9}{2}$, $\frac{17}{3}$, 4

$\therefore z_{max} = \frac{17}{3}$

৪৭. গ. অসীম সংখ্যক সমাধান, $z_{max} = 30$

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(3x + 2y) - (x + 2y) = 18 - 10 \Rightarrow x = 4,\ y = 3$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (6, 0), (4, 3), (0, 5)$

z: 0, 18, 30, 30

$z = 3(x + 2y)$, তাই উদ্দেশ্য রেখা $x + 2y = 10$ এর সমান্তরাল

$\therefore$ (0, 5) ও (4, 3) এর সংযোজক রেখাংশের প্রতিটি বিন্দুই সর্বোত্তম; $z_{max} = 30$

৪৮. ক. z এর কোনো সসীম সর্বোচ্চ মান নেই

ব্যাখ্যা: $x - 2y \le 4 \Rightarrow y \ge \frac{x-4}{2}$

y এর কোনো ঊর্ধ্বসীমা নেই, তাই সম্ভাব্য অঞ্চল অসীমাবদ্ধ

যেমন $(0, k)$ বিন্দুটি যেকোনো $k \ge 0$ এর জন্য সম্ভাব্য এবং $z = k$

$k \to \infty$ হলে $z \to \infty$; অতএব সসীম সর্বোচ্চ মান নেই

৪৯. গ. 20

ব্যাখ্যা: অঞ্চলটি $x - y = \pm 2$ ও $x + y = \pm 5$ রেখা দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্র

সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের দূরত্ব: $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ এবং $\frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

ক্ষেত্রফল = $2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 20$

৫০. গ. 155

ব্যাখ্যা: ধরি, A এর x প্যাকেট ও B এর y প্যাকেট

শর্ত: $2x + y \ge 10,\ x + 3y \ge 15,\ x, y \ge 0$; খরচ $z = 25x + 20y$

ছেদবিন্দু: $y = 10 - 2x \Rightarrow x + 30 - 6x = 15 \Rightarrow x = 3,\ y = 4$

কৌণিক বিন্দু: $(0, 10), (3, 4), (15, 0)$

z: 200, 155, 375

$\therefore$ সর্বনিম্ন খরচ = 155