MCQ ৫০ নম্বর

১. ঘ. 6

ব্যাখ্যা: $11+6\sqrt{2}=(3+\sqrt{2})^2$ এবং $11-6\sqrt{2}=(3-\sqrt{2})^2$

$3-\sqrt{2}>0$, তাই রাশি $=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

২. খ. $\max S=7,\ \inf S=2$ কিন্তু $\min S$ নেই

ব্যাখ্যা: $(x-2)(x-4)<0\Rightarrow 2<x<4$

$\therefore S=(2,4)\cup\{7\}$

$7\in S$ এবং সবচেয়ে বড়, তাই $\sup S=\max S=7$

$\inf S=2$, কিন্তু $2\notin S$, তাই $\min S$ নেই

৩. খ. $\min S=2$, $\sup S=3\notin S$

ব্যাখ্যা: $\frac{3n-1}{n}=3-\frac{1}{n}$, যা n বাড়লে বাড়ে

$S=\left\{2,\ \frac{5}{2},\ \frac{8}{3},\cdots\right\}$

$n=1$ এ 2 অর্জিত, তাই $\min S=2$

$\sup S=3$, কিন্তু $3\notin S$

৪. ঘ. $x\le-\frac{3}{2}$ অথবা $x\ge 3$

ব্যাখ্যা: $4x-3\ge 9\Rightarrow x\ge 3$

অথবা, $4x-3\le -9\Rightarrow x\le-\frac{3}{2}$

৫. ক. $x<\frac{5}{3}$ অথবা $x>\frac{7}{3}$

ব্যাখ্যা: $x\neq 2$; $|x-2|>0$, তাই $|x-2|>\frac{1}{3}$

$\Rightarrow x-2>\frac{1}{3}$ অথবা $x-2<-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow x>\frac{7}{3}$ অথবা $x<\frac{5}{3}$ ($x=2$ এমনিতেই বাদ)

৬. খ. $\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{3}\right)\cup\left(1,\frac{7}{3}\right)$

ব্যাখ্যা: $-2<|3x-1|-4<2\Rightarrow 2<|3x-1|<6$

$\Rightarrow 3x-1\in(-6,-2)\cup(2,6)$

$\Rightarrow 3x\in(-5,-1)\cup(3,7)$

$\Rightarrow x\in\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{3}\right)\cup\left(1,\frac{7}{3}\right)$

৭. ক. 12

ব্যাখ্যা: $x<-2$: $-2x+3\le 11\Rightarrow x\ge -4$

$-2\le x\le 5$: $(x+2)+(5-x)=7\le 11$ (সর্বদা সত্য)

$x>5$: $2x-3\le 11\Rightarrow x\le 7$

সমাধান সেট $=[-4,7]$; পূর্ণসংখ্যা -4 থেকে 7 পর্যন্ত $=12$ টি

৮. ক. 39000

ব্যাখ্যা: ধরি, A তে x একর ও B তে y একর

শর্ত: $x+y\le 12$, $3x+y\le 24$, $x,y\ge 0$; লাভ $z=4000x+2500y$

ছেদবিন্দু: বিয়োগ করে $2x=12\Rightarrow x=6,\ y=6$

কৌণিক বিন্দু: $(0,0),(8,0),(6,6),(0,12)$

z: 0, 32000, 39000, 30000

$\therefore$ সর্বোচ্চ লাভ $=39000$

৯. ঘ. $k=5$

ব্যাখ্যা: $2\le x\le 7$: $(x-2)+(7-x)=5$ (ধ্রুবক)

$x<2$: $9-2x$ এবং $x>7$: $2x-9$, যা কঠোরভাবে একমুখী

$k=5$ হলে পুরো ব্যবধি $[2,7]$ সমাধান (অসীম সংখ্যক)

$k>5$ হলে ঠিক দুটি সমাধান; $k<5$ হলে কোনো সমাধান নেই

১০. ক. $x<-7$ অথবা $x>-1$

ব্যাখ্যা: $x\neq -2$ এর জন্য $|2x-1|<3|x+2|$; বর্গ করে

$4x^2-4x+1<9x^2+36x+36$

$\Rightarrow 5x^2+40x+35>0\Rightarrow x^2+8x+7>0$

$\Rightarrow (x+1)(x+7)>0\Rightarrow x<-7$ অথবা $x>-1$

$x=-2$ এই সেটের বাইরে, তাই আলাদা করে বাদ দিতে হয় না

১১. খ. $[-3,2]$

ব্যাখ্যা: $|x-2|+|x+3|=|2-x|+|x+3|\ge|(2-x)+(x+3)|=5$

সমতা হবে যখন $(2-x)(x+3)\ge 0\Rightarrow -3\le x\le 2$

১২. ঘ. 10

ব্যাখ্যা: $-11<2x-3<11\Rightarrow -8<2x<14$

$\Rightarrow -4<x<7$

পূর্ণসংখ্যা: $-3,-2,\ldots,6\Rightarrow 10$ টি

১৩. খ. $x<-2$ অথবা $x>5$

ব্যাখ্যা: $(x-5)(x+2)>0$

$\therefore x<-2$ অথবা $x>5$

১৪. গ. $|x^2-16|<0.1604$

ব্যাখ্যা: $3.98<x<4.02\Rightarrow 7.98<x+4<8.02$

$|x^2-16|=|x-4|\,|x+4|<0.02\times 8.02=0.1604$

$\therefore |x^2-16|<0.1604$ [$x\to 4.02$ হলে মান 0.1604 এর কাছে যায়, তাই 0.16 অবশ্যই সত্য নয়]

১৫. খ. $[-4,12]$

ব্যাখ্যা: $x^2+4x=(x+2)^2-4$

$x+2\in[-1,4]\Rightarrow (x+2)^2\in[0,16]$

$\Rightarrow x^2+4x\in[-4,12]$

১৬. ক. $\{-2\}\cup[1,4]$

ব্যাখ্যা: $x = -2$ এ রাশি $= 0$, যা ≤ 0 সিদ্ধ করে $\Rightarrow x = -2$ সমাধান
$x \neq -2$ হলে $(x+2)^2 > 0$; $(x-4)^3$ এর চিহ্ন $(x-4)$ এর চিহ্নের সমান
$\therefore (x-1)(x-4) \le 0 \Rightarrow 1 \le x \le 4$
সমাধান: $\{-2\} \cup [1, 4]$

১৭. খ. $[-2, -1) \cup [4, \infty)$
ব্যাখ্যা: $\frac{(x-4)(x+2)}{x+1} \ge 0$; ক্রান্তি বিন্দু: $-2, -1, 4$
চিহ্ন: $(-\infty, -2)$: $-$, $(-2, -1)$: $+$, $(-1, 4)$: $-$, $(4, \infty)$: $+$
$x = -2, 4$ গ্রহণযোগ্য (লব শূন্য), $x = -1$ বর্জনীয় (হর শূন্য)
$\therefore$ সমাধান: $[-2, -1) \cup [4, \infty)$

১৮. খ. $(-\infty, -5) \cup (-5, 5)$
ব্যাখ্যা: $\frac{2x}{(x-5)(x+5)} - \frac{1}{x+5} \le 0$
$\Rightarrow \frac{2x-(x-5)}{(x-5)(x+5)} \le 0 \Rightarrow \frac{x+5}{(x-5)(x+5)} \le 0$
$x \neq -5$ হলে, $\frac{1}{x-5} \le 0 \Rightarrow x < 5$
কিন্তু মূল রাশিতে $x = -5$ অসংজ্ঞায়িত
$\therefore$ সমাধান: $(-\infty, -5) \cup (-5, 5)$

১৯. গ. $[-5, -3] \cup [3, 5]$
ব্যাখ্যা: $x^2 = |x|^2$ বলে, $(|x| - 3)(|x| - 5) \le 0$
$\Rightarrow 3 \le |x| \le 5$
$\Rightarrow x \in [-5, -3] \cup [3, 5]$

২০. গ. $|x| \le 1$ অথবা $|x| \ge \sqrt{5}$
ব্যাখ্যা: $x^2 - 3 \ge 2 \Rightarrow x^2 \ge 5 \Rightarrow |x| \ge \sqrt{5}$
অথবা, $x^2 - 3 \le -2 \Rightarrow x^2 \le 1 \Rightarrow |x| \le 1$

২১. ক. $x > 6$
ব্যাখ্যা: শর্ত: $x + 10 \ge 0$ এবং $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$
বর্গ করে: $x + 10 < x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 > 0$
$\Rightarrow (x-6)(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1$ অথবা $x > 6$
$x > 2$ এর সাথে ছেদ: $x > 6$

২২. ঘ. $(-\infty, -3] \cup \left(\frac{13}{4}, \infty\right)$
ব্যাখ্যা: ডোমেইন: $x^2 \ge 9 \Rightarrow x \le -3$ অথবা $x \ge 3$
$x \le -3$: ডানপক্ষ $x - 2 < 0$, সর্বদা সত্য
$x \ge 3$: বর্গ করে $x^2 - 9 > x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x > \frac{13}{4}$
$\therefore$ সমাধান: $(-\infty, -3] \cup \left(\frac{13}{4}, \infty\right)$

২৩. ঘ. $1 \le m < 4$
ব্যাখ্যা: $m = 1$ হলে রাশি $= 3 > 0$ (সর্বদা সত্য)
$m \neq 1$: $m - 1 > 0$ এবং নিশ্চায়ক < 0
$4(m-1)^2 - 12(m-1) < 0 \Rightarrow (m-1)(m-4) < 0 \Rightarrow 1 < m < 4$
মিলিয়ে: $1 \le m < 4$

২৪. গ. 9
ব্যাখ্যা: $x + \frac{108}{x^2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{108}{x^2}$
AM $\ge$ GM অনুসারে, $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{108}{x^2} \ge 3\sqrt[3]{\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{108}{x^2}} = 3\sqrt[3]{27} = 9$
সমতা যখন $\frac{x}{2} = \frac{108}{x^2} \Rightarrow x = 6$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান $= 9$

২৫. ক. $-6 \le a \le 6$
ব্যাখ্যা: কোনো সমাধান না থাকলে $x^2 - ax + 9 \ge 0$ সকল x এর জন্য
শর্ত: নিশ্চায়ক $\le 0 \Rightarrow a^2 - 36 \le 0 \Rightarrow -6 \le a \le 6$
$a = \pm 6$ হলে রাশিটি পূর্ণবর্গ, ঋণাত্মক হয় না; তাই অন্তর্ভুক্ত

২৬. ঘ. 60
ব্যাখ্যা: AM $\ge$ GM অনুসারে, $4a + 9b \ge 2\sqrt{36ab} = 2\sqrt{900} = 60$
সমতা যখন $4a = 9b$ এবং $ab = 25 \Rightarrow a = \frac{15}{2}$, $b = \frac{10}{3}$
$\therefore$ সর্বনিম্ন মান $= 60$

২৭. গ. $7 + 4\sqrt{3}$
ব্যাখ্যা: $x + y = (x + y)\left(\frac{3}{x} + \frac{4}{y}\right) = 7 + \frac{4x}{y} + \frac{3y}{x}$
AM $\ge$ GM অনুসারে, $\frac{4x}{y} + \frac{3y}{x} \ge 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$
$\therefore x + y \ge 7 + 4\sqrt{3}$

২৮. খ. $|x^2 - 2x + 3| < 18$
ব্যাখ্যা: ত্রিভুজ অসমতা: $|x^2 - 2x + 3| \le |x|^2 + 2|x| + 3 < 9 + 6 + 3 = 18$
$x \to -3$ হলে মান $\to 9 + 6 + 3 = 18$; তাই 6, 9, 12 ঊর্ধ্বসীমা অতিক্রম করা সম্ভব

২৯. গ. 20
ব্যাখ্যা: অক্ষের সাথে ছেদবিন্দু: $(4, 0)$ ও $(0, 10)$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 4 \times 10 = 20$

৩০. ঘ. 28
ব্যাখ্যা: বড় ত্রিভুজ $(x + y \le 9)$: $\frac{1}{2} \times 9 \times 9 = \frac{81}{2}$
ছোট ত্রিভুজ $(x + y < 5)$: $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$
নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{81}{2} - \frac{25}{2} = 28$

৩১. খ. 42
ব্যাখ্যা: $|x| + |y| \le a$ এর ক্ষেত্রফল $= 2a^2$
বাইরের রম্বস $(a = 5)$: 50; ভিতরের রম্বস $(a = 2)$: 8
নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= 50 - 8 = 42$

৩২. ঘ. $\frac{25}{2}$
ব্যাখ্যা: $y = |x - 1|$ ও $y = 5 - |x - 1|$ এর ছেদ: $|x - 1| = \frac{5}{2}$

অঞ্চলটি $x = 1$ কেন্দ্রিক বর্গ; উল্লম্ব কর্ণ $= 5$, অনুভূমিক কর্ণ $= 5$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$

৩৩. ক. 21
ব্যাখ্যা: প্রতিটি y এর জন্য $2 \le x \le 8 - y$:
$y = 1$: 6 টি; $y = 2$: 5 টি; $y = 3$: 4 টি; $y = 4$: 3 টি; $y = 5$: 2 টি; $y = 6$: 1 টি
মোট $= 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$

৩৪. গ. 7
ব্যাখ্যা: $z(1,3) = 10,\ z(4,1) = 7,\ z(6,4) = 18,\ z(3,6) = 21$
$\therefore z_{min} = 7$ [$(4,1)$ বিন্দুতে]

৩৫. ক. 17
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(2x + y) - (x + y) = 10 - 7 \Rightarrow x = 3,\ y = 4$
কৌণিক বিন্দু: $(0,0), (5,0), (3,4), (0,7)$
z: 0, 15, 17, 14
$\therefore z_{max} = 17$

৩৬. ক. 25
ব্যাখ্যা: যোগ করে $3x + 3y = 21 \Rightarrow x + y = 7$; বিয়োগ করে $x - y = 1$; তাই ছেদবিন্দু $(4,3)$
কৌণিক বিন্দু: $(0,11), (4,3), (10,0)$ [অঞ্চলটি অসীমাবদ্ধ]
z: 33, 25, 40
z এর সহগ ধনাত্মক, তাই $z_{min} = 25$ [$(4,3)$ বিন্দুতে]

৩৭. ঘ. 460
ব্যাখ্যা: ধরি, A ব্যাগ x টি ও B ব্যাগ y টি
শর্ত: $2x + 3y \le 24,\ 3x + 2y \le 26,\ x, y \ge 0$; লাভ $z = 50x + 40y$
ছেদবিন্দু: $x = 6,\ y = 4$ [$2(6) + 3(4) = 24,\ 3(6) + 2(4) = 26$]
কৌণিক বিন্দু: $(0,0), \left(\frac{26}{3}, 0\right), (6,4), (0,8)$
z: 0, $\frac{1300}{3}$, 460, 320
$\therefore$ সর্বোচ্চ লাভ $= 460$

৩৮. ঘ. $1 < k < 3$
ব্যাখ্যা: $z(5,3) = 15 + 3k,\ z(6,0) = 18,\ z(0,8) = 8k$
একমাত্র সর্বোচ্চের জন্য কঠোর অসমতা লাগবে:
$15 + 3k > 18 \Rightarrow k > 1$
$15 + 3k > 8k \Rightarrow k < 3$
$\therefore 1 < k < 3$ [$k = 1$ বা 3 হলে একটি বাহু বরাবর অসীম সমাধান]

৩৯. ক. 4
ব্যাখ্যা: রেখাংশটি $x + y = 7$ এর উপর অবস্থিত; উদ্দেশ্য রেখাকে এর সমান্তরাল হতে হবে
$\frac{4}{1} = \frac{p}{1} \Rightarrow p = 4$
যাচাই: $z = 4(x + y)$; $z(4,3) = z(0,7) = 28$, $z\left(\frac{11}{2}, 0\right) = 22$, $z(0,0) = 0 \Rightarrow z_{max} = 28$

৪০. গ. 12
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: যোগ করে $2x = 10 \Rightarrow x = 5,\ y = 3$
কৌণিক বিন্দু: $(0,0), (2,0), (5,3), (0,8)$
z: 0, 6, 12, -8
$\therefore z_{max} = 12$ [$(5,3)$ বিন্দুতে]

৪১. ক. 8
ব্যাখ্যা: সম্ভাব্য অঞ্চল একটি ছোট ত্রিভুজ; কৌণিক বিন্দু: $(3,3), (4,2), (4,3)$
z: 9, 8, 10
$\therefore z_{min} = 8$ [$(4,2)$ বিন্দুতে]

৪২. গ. 1020
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $(3x + y) - (x + y) = 540 - 300 \Rightarrow x = 120,\ y = 180$
কৌণিক বিন্দু: $(0,0), (180,0), (120,180), (0,300)$
z: 0, 720, 1020, 900
$\therefore z_{max} = 1020$

৪৩. গ. $\frac{170}{7}$
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু: $4x + 10y = 40$ এবং $4x + 3y = 24$ বিয়োগ করে $7y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{7},\ x = \frac{30}{7}$
কৌণিক বিন্দু: $(0,0), (6,0), \left(\frac{30}{7}, \frac{16}{7}\right), (0,4)$
z: 0, 18, $\frac{90+80}{7} = \frac{170}{7}$, 20
$\therefore z_{max} = \frac{170}{7}$ (≈ 24.29)

৪৪. ঘ. 160
ব্যাখ্যা: ধরি, P x একক ও Q y একক
শর্ত: $3x + y \ge 10,\ x + 2y \ge 10,\ x, y \ge 0$; খরচ $z = 20x + 30y$
ছেদবিন্দু: $y = 10 - 3x \Rightarrow x + 20 - 6x = 10 \Rightarrow x = 2,\ y = 4$
কৌণিক বিন্দু: $(0,10), (2,4), (10,0)$
z: 300, 160, 200
$\therefore$ সর্বনিম্ন খরচ $= 160$

৪৫. গ. 16
ব্যাখ্যা: প্রতিটি y এর জন্য $y \le x \le 6 - y$:
$y = 0$: $x = 0, \ldots, 6 \Rightarrow 7$ টি
$y = 1$: $x = 1, \ldots, 5 \Rightarrow 5$ টি
$y = 2$: $x = 2, 3, 4 \Rightarrow 3$ টি
$y = 3$: $x = 3 \Rightarrow 1$ টি
মোট $= 7 + 5 + 3 + 1 = 16$

৪৬. খ. $(3, 4)$

ব্যাখ্যা: $(3, 4)$ বিন্দুতে: $x + y = 7 \geq 5$

$3x - y = 9 - 4 = 5 \leq 6$

$y = 4 \leq 5$

তিনটি শর্তই সিদ্ধ হয়, তাই বিন্দুটি অঞ্চলের ভিতরে

৪৭. গ. 23

ব্যাখ্যা: কৌণিক বিন্দু: $(0, 0), (5, 0), (5, 4), (0, 4)$

z: 0, 15, 23, 8

$\therefore z_{max} = 23$ [$(5, 4)$ বিন্দুতে]

৪৮. ক. $[4, 5]$

ব্যাখ্যা: $|x - 2| \leq 3 \Rightarrow [-1, 5]$ এবং $|x - 6| \leq 2 \Rightarrow [4, 8]$

ছেদ: $[4, 5]$

৪৯. খ. $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

ব্যাখ্যা: $\frac{4}{x} - x < 0 \Rightarrow \frac{4-x^2}{x} < 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{x} > 0$

ক্রান্তি বিন্দু: $-2, 0, 2$; চিহ্ন: $(-\infty, -2)$: −, $(-2, 0)$: +, $(0, 2)$: −, $(2, \infty)$: +

$\therefore$ সমাধান: $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

৫০. খ. 6

ব্যাখ্যা: $\frac{(x-2)(x+2)(x-6)}{x+1} \leq 0$; ক্রান্তি বিন্দু: $-2, -1, 2, 6$

চিহ্ন: $(-\infty, -2)$: +, $(-2, -1)$: −, $(-1, 2)$: +, $(2, 6)$: −, $(6, \infty)$: +

সমাধান: $[-2, -1) \cup [2, 6]$ ($x = -1$ বর্জনীয়)

পূর্ণসংখ্যা: $-2, 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow 6$ টি