ACHIEVE

Engineering Daily 21 [Set 02]

ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র + বিন্যাস ও সমাবেশ

ACS

পূর্ণমান: ৫০ | নেগেটিভ মার্ক: ০.২৫ | সময়: ১ ঘণ্টা

MCQ

৫০ নম্বর

১. $f(x) = \sqrt{\log_{x^2-1}\left(\frac{x^2-4}{x^2-9}\right)}$-এর ডোমেন কোনটি?

ক $(-\infty,-3)\cup(-1,1)\cup(3,\infty)$

খ $(-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2})$

গ $(-\infty,-3]\cup(-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2})\cup[3,\infty)$

ঘ $(-\infty,-3)\cup(-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2})\cup(3,\infty)$

২. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} + \frac{x^2+1}{x^2-1}$, $x \in \mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ হলে রেঞ্জ কোনটি?

ক $(-\infty,-2]\cup[2,\infty)$ খ $(-\infty,-2]\cup(2,\infty)$

গ $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$ ঘ $(-\infty,-2)\cup[2,\infty)$

৩. $f(x) = \sqrt{x^2-4x+5} + \sqrt{x^2+4x+5}$, $x \in \mathbb{R}$ হলে রেঞ্জ কোনটি?

ক $(2\sqrt{5},\infty)$ খ $[2\sqrt{5},\infty)$ গ $[2,\infty)$ ঘ $[4,\infty)$

৪. $x \in \left[\frac{1}{4},8\right]$-এ $(\log_2 x)^2 - 4|\log_2 x| + 3 = k$ সমীকরণের ঠিক তিনটি ভিন্ন সমাধান থাকলে k-এর সকল মান কোনটি?

ক $-1 < k < 3$ খ $-1 \le k \le 0$

গ $0 < k < 3$ ঘ $-1 < k \le 0$

৫. সকল বাস্তব x, y-এর জন্য $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$, যেখানে $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$। যদি $f(0) = 1$ ও $f(1) = 3$ হয়, তবে $f\left(\frac{1}{4}\right)$ কত?

ক $\sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}$ খ $-\sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}$

গ $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$

৬. $f : \mathbb{Z}_{\ge 0} \to \mathbb{R}$, $f(0) = 2$ এবং $f(n+1) = -\frac{1}{1+f(n)}$। $\sum_{n=0}^{2026} f(n)$ কত?

ক $\frac{679}{6}$ খ $\frac{685}{6}$ গ $\frac{675}{6}$ ঘ $\frac{2027}{6}$

৭. বাস্তব সহগের বহুপদী P-এর জন্য $P(x^2) = P(x)^2$ এবং $P(2) = 16$। P-এর ডিগ্রি কত?

ক 4 খ 16 গ 8 ঘ 2

৮. f সর্বোচ্চ তৃতীয় ডিগ্রির বহুপদী। সকল বাস্তব x-এ $f(x) + f(1-x) = 2$ এবং $f(x) - f(-x) = 2x^3 + 4x$ হলে $f(2)$ কত?

ক $\frac{27}{4}$ খ $\frac{21}{4}$ গ $\frac{23}{4}$ ঘ $\frac{25}{4}$

৯. কতটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$-এর জন্য সকল বাস্তব x-এ $f(f(x)) = -x$ হয়?

ক 0 খ 1 গ ∞ ঘ 2

১০. f একটি বাস্তব দ্বিঘাত বহুপদী এবং $f(f(x)) = 8x^4 - 24x^3 + 20x^2 - 3x$। $f(x)$-এর সর্বনিম্ন মান কত?

ক $\frac{1}{8}$ খ $-\frac{1}{8}$ গ -1 ঘ $-\frac{1}{4}$

১১. $\sum_{r=0}^{10}(-1)^r \left({}^{10}C_r\right)^2$-এর মান কত?

ক 252 খ -252 গ -126 ঘ 0

১২. $f_a(x) = x^2 - 2ax$, $-1 \le x \le 2$। এই ব্যবধিতে f_a-এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য $L(a)$ হলে $\min_{a\in\mathbb{R}} L(a)$ কত?

ক $\frac{3}{2}$ খ $\frac{9}{4}$ গ 3 ঘ $\frac{9}{2}$

১৩. কতটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$-এর জন্য $f(x)^2 = (x^2-1)^2$ এবং $f(0) = 1$ হয়?

ক 8 খ 2 গ 4 ঘ 16

১৪. $x^2 - 2ax + a + 1 = 0$ সমীকরণের দুটি ভিন্ন বাস্তব মূলই $(0,3)$ ব্যবধিতে থাকার জন্য a-এর সকল মান কোনটি?

ক $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \le a < 2$ খ $1 < a < 3$

গ $\frac{1+\sqrt{5}}{2} < a \le 2$ ঘ $\frac{1+\sqrt{5}}{2} < a < 2$

১৫. $|x^3 - 3x| = k$ সমীকরণের ঠিক ছয়টি ভিন্ন বাস্তব সমাধান থাকার জন্য k-এর সকল মান কোনটি?

ক $0 \le k < 2$ খ $0 < k < 2$

গ $k > 2$ ঘ $0 < k \le 2$

১৬. $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$। মূল রাশির স্বাভাবিক ডোমেন বজায় রেখে $f(f(x))$-এর রেঞ্জ কোনটি?

ক $\mathbb{R}\setminus\left\{-1,0,\frac{1}{2},1\right\}$ খ $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

গ $\mathbb{R}\setminus\left\{0,\frac{1}{2},1\right\}$ ঘ $\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$

১৭. $a > 1$। $y = a^x$ ও $y = \log_a x$ লেখচিত্রের ঠিক একটি সাধারণ বিন্দু থাকলে a কত?

ক $e^{\frac{1}{2}}$ খ $e^{\frac{1}{e}}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ e

১৮. $f(x) = x^3 + x$, $x \in \mathbb{R}$। $f^{-1}(t) + f^{-1}(8-t) = 2$ সমীকরণের সকল বাস্তব সমাধানের গুণফল কত?

ক $\frac{16}{3}$ খ $\frac{40}{27}$ গ $\frac{74}{27}$ ঘ $\frac{20}{9}$

১৯. $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}$। $f(x) + f(-x) = 3$ সমীকরণের সকল বাস্তব সমাধানের গুণফল কত?

ক $-\frac{15}{4}$ খ $-\frac{5}{4}$ গ $-\frac{45}{4}$ ঘ $\frac{45}{4}$

২০. $f : [-1,1] \to [0,1]$, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$। $f^{\circ 2026}(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$ সমীকরণের সকল বাস্তব সমাধানের যোগফল কত? (এখানে $f^{\circ 2026}$ মানে f-কে নিজের সঙ্গে 2026 বার যৌগ করা)

ক $\frac{1}{6}$ খ 0 গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{2}{3}$

২১. $f(x) = \frac{\ln x}{1+(\ln x)^2}$, $x > 0$। $f(x) = f\left(\frac{e^3}{x}\right)$ সমীকরণের সকল বাস্তব সমাধানের গুণফল কত?

ক $e^{\frac{9}{2}}$ খ e^3 গ e^6 ঘ $e^{\frac{3}{2}}$

২২. x মূলদ হলে $f(x) = x^2$ এবং x অমূলদ হলে $f(x) = 2 - x$। ফাংশনটি যে বাস্তব বিন্দুগুলোতে অবিচ্ছিন্ন, তাদের যোগফল কত?

ক 1 খ -2 গ 3 ঘ -1

২৩. 10 জন ভিন্ন ব্যক্তি গোল টেবিলে বসবেন। A, B পাশাপাশি থাকবেন, কিন্তু C, D, E-এর কোনো দুজন পাশাপাশি থাকবেন না। কেবল ঘূর্ণনসম বিন্যাস একই ধরলে কতটি বিন্যাস সম্ভব?

ক 43200 খ 28800 গ 14400 ঘ 57600

২৪. f একটি জোড় ফাংশন এবং সকল বাস্তব x-এ $f(x+3) = -f(x)$ । যদি $f(1) = 2$ হয়, তবে $\sum_{k=0}^{2026} f(k)$ কত?

ক) 0 খ) 4 গ) 2 ঘ) -2

২৫. বাস্তব সহগের কতটি বহুপদী P -এর জন্য সকল বাস্তব x-এ $P(P(x)) = (P(x))^2$ হয়?

ক) 3 খ) 2 গ) 4 ঘ) 1

২৬. $a > 0$। $|x-1| + |x-2| + |x-4| = ax$ সমীকরণের ঠিক দুটি ভিন্ন বাস্তব সমাধানের জন্য a-এর সকল মান কোনটি?

ক) $a > \frac{5}{4}$ খ) $\frac{5}{4} < a \le 3$

গ) $\frac{5}{4} < a < 3$ ঘ) $\frac{5}{4} \le a < 3$

২৭. $0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3$ অঙ্কের প্রতিটি ঠিক একবার ব্যবহার করে কতটি ভিন্ন আট অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায়, যা 11 দ্বারা বিভাজ্য?

ক) 540 খ) 504 গ) 432 ঘ) 486

২৮. $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ অঙ্ক থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া কতটি ছয় অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায়, যা 15 দ্বারা বিভাজ্য?

ক) 648 খ) 432 গ) 552 ঘ) 576

২৯. 5 দম্পতি গোল টেবিলে পুরুষ-নারী পর্যায়ক্রমে বসবেন। কোনো ব্যক্তি নিজের জীবনসঙ্গীর পাশে বসবেন না। কেবল ঘূর্ণনসম বিন্যাস একই ধরলে বিন্যাসসংখ্যা কত?

ক) 240 খ) 480 গ) 312 ঘ) 624

৩০. $y = 2x^2$ পরাবৃত্ত এবং $y = mx - 2$ সরলরেখার ঠিক একটি সাধারণ বিন্দু থাকলে m-এর সম্ভাব্য মান কত?

ক) $m = 0$ খ) $m = 4$ গ) $m = \pm 2$ ঘ) $m = \pm 4$

৩১. CABANA শব্দের অক্ষরগুলো সাজিয়ে কতটি ভিন্ন বিন্যাস করা যায়, যাতে কোনো দুটি A পাশাপাশি না থাকে?

ক) 36 খ) 24 গ) 48 ঘ) 12

৩২. ASSESSMENT শব্দের সব স্বরবর্ণ একসঙ্গে রেখে কতটি ভিন্ন বিন্যাস করা যায়?

ক) 1680 খ) 10080 গ) 2520 ঘ) 5040

৩৩. STATISTICS শব্দের অক্ষরগুলো সাজিয়ে কতটি ভিন্ন বিন্যাস করা যায়, যাতে কোনো দুটি স্বরবর্ণ পাশাপাশি না থাকে?

ক) 23520 খ) 47040 গ) 11760 ঘ) 17640

৩৪. $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ অঙ্কগুলো ব্যবহার করে পুনরাবৃত্তি ছাড়া কতটি ছয় অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায়, যা 5 দ্বারা বিভাজ্য?

ক) 1440 খ) 1200 গ) 1320 ঘ) 1260

৩৫. ENGINEERING শব্দের অক্ষরগুলো সাজিয়ে কতটি ভিন্ন বিন্যাস করা যায়, যাতে কোনো দুটি স্বরবর্ণ পাশাপাশি না থাকে?

ক) 12600 খ) 15120 গ) 6300 ঘ) 25200

৩৬. $A = \{1, 2, \dots, 8\}$-এ কতটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন $f : A \to A$ আছে, যাতে প্রতিটি x-এর জন্য $f(x) \neq x$ এবং ঠিক দুটি অক্রমযুক্ত জোড়া $\{a, b\}$-এর জন্য $f(a) = b, f(b) = a$ হয়?

ক) 1260 খ) 840 গ) 1680 ঘ) 2520

৩৭. 12 জন ভিন্ন শিক্ষার্থীকে X, Y, Z নামের তিন দলে 4 জন করে ভাগ করতে হবে। A, B একই দলে এবং C, D ভিন্ন দলে থাকবেন। কতভাবে ভাগ করা যায়?

ক) 2520 খ) 9450 গ) 6930 ঘ) 6720

৩৮. 14টি অভিন্ন কলম চারজন ভিন্ন শিক্ষার্থীর মধ্যে বণ্টন করতে হবে। প্রত্যেকে অন্তত 1টি ও সর্বোচ্চ 5টি পাবে এবং প্রথম শিক্ষার্থী বিজোড়সংখ্যক পাবে। মোট বণ্টন কত?

ক) 45 খ) 50 গ) 36 ঘ) 40

৩৯. $x + y + z = 30$ সমীকরণের কতটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা সমাধান আছে, যেখানে $x < y < z$?

ক) 61 খ) 75 গ) 60 ঘ) 56

৪০. $\{1, 2, \dots, 15\}$ থেকে পাঁচটি সংখ্যা নির্বাচন করতে হবে, যাতে কোনো দুটি পরপর পূর্ণসংখ্যা নয় এবং যোগফল 3 দ্বারা বিভাজ্য। নির্বাচনসংখ্যা কত?

ক) 162 খ) 155 গ) 153 ঘ) 154

৪১. $(0, 0)$ থেকে $(6, 6)$-এ এক একক ডানে বা উপরে গিয়ে এমন কতটি পথ তৈরি হয়, যা কখনো $y > x$ অঞ্চলে যায় না এবং শুরু ও শেষ ছাড়া ঠিক দুটি বিন্দুতে $y = x$-এ ফিরে আসে?

ক) 28 খ) 42 গ) 25 ঘ) 35

৪২. দৈর্ঘ্য 12-এর কতটি 0, 1 অনুক্রমে ঠিক ছয়টি 1 থাকে, 1-গুলো ঠিক তিনটি গুচ্ছে থাকে, প্রতিটি এমন গুচ্ছে অন্তত দুটি 1 থাকে এবং কোথাও পরপর তিনটি 0 থাকে না?

ক) 16 খ) 12 গ) 8 ঘ) 35

৪৩. চারটি অভিন্ন লাল ও চারটি অভিন্ন নীল পুঁতি দিয়ে কতটি ভিন্ন বৃত্তাকার মালা হয়? ঘুরিয়ে বা উল্টে একই হলে একবার গণনা করতে হবে।

ক) 10 খ) 12 গ) 8 ঘ) 16

৪৪. একটি সুষম দ্বাদশভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে তিনটি নিয়ে কতটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ গঠন করা যায়?

ক) 40 খ) 60 গ) 36 ঘ) 44

৪৫. $A = \{1, 2, \dots, 9\}$-এ কতটি ফাংশন $f : A \to A$-এর জন্য $f(f(f(x))) = x$ এবং ঠিক তিনটি উপাদানের জন্য $f(x) = x$ হয়?

ক) 6720 খ) 2240 গ) 1680 ঘ) 3360

৪৬. 10টি ভিন্ন উপহারের মধ্যে চারটি A, B, C, D। চারজন ভিন্ন শিশুর ঠিক দুজন উপহার পাবে এবং তাদের প্রাপ্য সংখ্যা অসমান হবে। A, B ভিন্ন শিশুর কাছে এবং C, D একই শিশুর কাছে গেলে মোট বণ্টন কত?

ক) 882 খ) 2352 গ) 1176 ঘ) 1536

৪৭. 3×3 ঘরে A, B, C লেখা হবে, যাতে প্রতিটি সারিতে প্রতিটি অক্ষর ঠিক একবার থাকে এবং কোনো কলামের তিন অক্ষর একই না হয়। কতটি বিন্যাস সম্ভব?

ক) 144 খ) 156 গ) 162 ঘ) 180

৪৮. কতটি ছয় অঙ্কের সংখ্যা সামনে ও পেছন থেকে একই রকম পড়া যায় এবং 36 দ্বারা বিভাজ্য?

ক) 20 খ) 18 গ) 22 ঘ) 24

৪৯. 8 জন ভিন্ন ব্যক্তিকে $1, 2, 2, 3$ সদস্যের চারটি নামবিহীন দলে ভাগ করতে হবে। C, D একই দলে এবং A, B ভিন্ন দলে থাকবেন। কতটি বিভাজন সম্ভব?

ক) 122 খ) 132 গ) 126 ঘ) 120

৫০. $A = \{1, 2, \dots, 8\}$ ও $B = \{a, b, c, d\}$। কতটি সার্বিক ফাংশন $f : A \to B$-এর জন্য $f(1) = f(2)$ এবং B-এর প্রতিটি উপাদানের বিপরীত প্রতিবিম্বে বিজোড়সংখ্যক উপাদান থাকে?

ক) 1440 খ) 1920 গ) 8064 ঘ) 2400