MCQ

৫০ নম্বর

১. খ. $(-\infty, -2) \cup [1, 4)$

ব্যাখ্যা: বর্গমূল বাস্তব হতে হলে $\frac{x-1}{x+2} \geq 0$ এবং $x \neq -2$

সংকেত বিচার করে পাই, $x \in (-\infty, -2) \cup [1, \infty)$

লগারিদমের জন্য $4 - x > 0$

$\Rightarrow x < 4$

অতএব, ডোমেন = $(-\infty, -2) \cup [1, 4)$

২. গ. $(1, 2) \cup (2, 5)$

ব্যাখ্যা: লগারিদমের ভিত্তির জন্য $x - 1 > 0$ এবং $x - 1 \neq 1$

অর্থাৎ $x > 1$ এবং $x \neq 2$

আবার, $5 - x > 0$

$\Rightarrow x < 5$

অতএব, ডোমেন = $(1, 2) \cup (2, 5)$

৩. ক. $(1, 3]$

ব্যাখ্যা: $f(x) = \frac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2+1} = 1 + \frac{2}{(x-2)^2+1}$

ধরি, $t = (x-2)^2 + 1$, তাহলে $t \geq 1$

$\therefore 0 < \frac{2}{t} \leq 2$

t সকল মান $[1, \infty)$ গ্রহণ করে, তাই $\frac{2}{t}$ সকল মান $(0, 2]$ গ্রহণ করে

অতএব, রেঞ্জ = $(1, 3]$

৪. খ. $[2, 2\sqrt{2}]$

ব্যাখ্যা: ডোমেন $[1, 5]$

ধরি, $u = x - 1$, $v = 5 - x$, তাহলে $u, v \geq 0$ এবং $u + v = 4$

$f(x)^2 = u + v + 2\sqrt{uv} = 4 + 2\sqrt{uv}$

আবার, $0 \leq uv \leq \left(\frac{u+v}{2}\right)^2 = 4$

$\Rightarrow 4 \leq f(x)^2 \leq 8$

প্রান্তবিন্দুতে মান 2 এবং $x = 3$-এ মান $2\sqrt{2}$; ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন

অতএব, রেঞ্জ = $[2, 2\sqrt{2}]$

৫. ঘ. $\frac{x+3}{2-x}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $y = \frac{2x-3}{x+1}$

$\Rightarrow xy + y = 2x - 3$

$\Rightarrow x(y - 2) = -(y + 3)$

$\Rightarrow x = \frac{y+3}{2-y}$

অতএব, $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2-x}$

৬. ঘ. $(-\infty, 2) \cup [\frac{7}{3}, \infty)$

ব্যাখ্যা: $(f \circ g)(x) = \sqrt{3 - \frac{1}{x-2}} = \sqrt{\frac{3x-7}{x-2}}$

এখানে, $x \neq 2$ এবং $\frac{3x-7}{x-2} \geq 0$

চিহ্ন পরিবর্তনের বিন্দু 2 ও $\frac{7}{3}$

অতএব, ডোমেন = $(-\infty, 2) \cup [\frac{7}{3}, \infty)$

৭. ক. $x^2 - 4x + 2$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $f(x) + 2f(1 - x) = 3x^2$ ...(i)

x-এর স্থলে $1 - x$ বসিয়ে পাই, $f(1 - x) + 2f(x) = 3(1 - x)^2$ ...(ii)

$2\times$(ii)$-$(i) থেকে, $3f(x) = 6(1 - x)^2 - 3x^2$

$\Rightarrow f(x) = 2(1 - x)^2 - x^2$

অতএব, $f(x) = x^2 - 4x + 2$

৮. ঘ. $\frac{5}{2}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $t = \frac{x-1}{x+1}$

$1 + t^2 = \frac{(x+1)^2+(x-1)^2}{(x+1)^2} = \frac{2(x^2+1)}{(x+1)^2}$

$\therefore f(t) = \frac{1+t^2}{2}$

$t = 2$ হলে $x = -3$, যা অনুমোদিত

অতএব, $f(2) = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$

৯. গ. 1

ব্যাখ্যা: $f(f(x)) = \frac{a(ax+3)+3(2x-1)}{2(ax+3)-(2x-1)} = \frac{(a^2+6)x+3a-3}{(2a-2)x+7}$

$f(f(x)) = x$ থেকে, $(2a - 2)x^2 + (1 - a^2)x - 3a + 3 = 0$

এটি অসীমসংখ্যক x-এর জন্য সত্য, তাই $2a - 2 = 0$

$\Rightarrow a = 1$

$a = 1$ হলে $f(f(x)) = \frac{7x}{7} = x$ এবং ফাংশনটি অধ্রুবক

($a = -6$ হলে $f(x) = -3$, যা ধ্রুবক ফাংশন)

অতএব, $a = 1$

১০. ঘ. $2 + \sqrt{x - 3}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$

$\Rightarrow (x - 2)^2 = y - 3$

ডোমেনে $x \geq 2$, তাই $x - 2 \geq 0$

$\Rightarrow x = 2 + \sqrt{y - 3}$

অতএব, $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - 3}$, যেখানে $x \geq 3$

১১. ক. $0 < k < 1$

ব্যাখ্যা: $|(x - 2)^2 - 1| = k$ থেকে, $(x - 2)^2 = 1 + k$

অথবা $(x - 2)^2 = 1 - k$

চারটি ভিন্ন মূল পেতে উভয় ডানপক্ষ ধনাত্মক এবং পরস্পর ভিন্ন হতে হবে

অতএব, $k > 0$ ও $1 - k > 0 \Rightarrow 0 < k < 1$

($k = 0$-এ দুটি এবং $k = 1$-এ তিনটি ভিন্ন মূল হয়)

১২. খ. 2

ব্যাখ্যা: $a \geq 0$ হলে $|x| = 2 + a$ অথবা $|x| = 2 - a$
$0 < a < 2$ হলে চারটি মূল; $a = 0$ হলে দুটি মূল; $a > 2$ হলে দুটি মূল
$a = 2$ হলে $|x| = 4$ অথবা $|x| = 0$, অর্থাৎ মূলগুলো $-4, 0, 4$
অতএব, নির্ণেয় মান $a = 2$

১৩. ক. 18

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দুতে $x^2 = 2|x| + 3$
ধরি, $t = |x| \geq 0$
$t^2 - 2t - 3 = 0$
$\Rightarrow (t - 3)(t + 1) = 0$
$t \geq 0$ হওয়ায় $t = 3$, অর্থাৎ $x = \pm 3$
অতএব, নির্ণেয় যোগফল $= (-3)^2 + 3^2 = 18$

১৪. ঘ. $(1, 6)$

ব্যাখ্যা: নতুন লেখচিত্রে ইনপুট 2 পেতে $3 - x = 2$
$\Rightarrow x = 1$
তখন নতুন $y = -2f(2) + 4 = -2(-1) + 4 = 6$
অতএব, রূপান্তরিত বিন্দু $(1, 6)$

১৫. খ. $(-\infty, 2]$

ব্যাখ্যা: $f(x) = (x - a)^2 + 3 - a^2$; পরাবৃত্তের শীর্ষের x-স্থানাঙ্ক a
$a \leq 2$ হলে $[2, \infty)$-এ $x - a \geq 0$, তাই f কঠোরভাবে বর্ধমান এবং এক-এক
$a > 2$ হলে $0 < \varepsilon < a - 2$ নিয়ে $a - \varepsilon,\ a + \varepsilon \in [2, \infty)$ পাওয়া যায়, কিন্তু $f(a - \varepsilon) = f(a + \varepsilon)$
অতএব, প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত $a \leq 2$

১৬. ক. $(-1, 1)$

ব্যাখ্যা: $x \geq 0$ হলে $f(x) = \frac{x}{1+x} = 1 - \frac{1}{1+x}$; এই শাখার রেঞ্জ $[0, 1)$
$x < 0$ হলে $f(x) = \frac{x}{1-x} = -1 + \frac{1}{1-x}$; এই শাখার রেঞ্জ $(-1, 0)$
অতএব, সম্পূর্ণ রেঞ্জ $= (-1, 0) \cup [0, 1) = (-1, 1)$

১৭. খ. $\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

ব্যাখ্যা: ধরি, $y = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} = \frac{2^{2x} - 1}{2^{2x} + 1}$
$\Rightarrow y(2^{2x} + 1) = 2^{2x} - 1$
$\Rightarrow (1 - y)2^{2x} = 1 + y$
$\Rightarrow 2^{2x} = \frac{1+y}{1-y}$
$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$, যেখানে $-1 < y < 1$ হওয়ায় লগারিদম সংজ্ঞায়িত
অতএব, $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

১৮. গ. $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

ব্যাখ্যা: ডোমেন $x > 0, x \neq 1$
ধরি, $t = \log_2 x$, তাহলে $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ এবং $f(x) = t + \frac{1}{t}$
$t > 0$ হলে $t + \frac{1}{t} \geq 2$; $t < 0$ হলে $t + \frac{1}{t} \leq -2$
বিপরীতভাবে $t + \frac{1}{t} = y \Rightarrow t^2 - yt + 1 = 0$-এর বাস্তব অশূন্য মূল থাকে যখন $y^2 - 4 \geq 0$
অতএব, রেঞ্জ $= (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

১৯. ঘ. $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: $(f \circ g)(x) = (2x + 1)^2 - 1 = 4x^2 + 4x$
$(g \circ f)(x) = 2(x^2 - 1) + 1 = 2x^2 - 1$
প্রশ্নমতে, $4x^2 + 4x = 2x^2 - 1$
$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 1 = 0$
এর নিরূপক $= 16 - 8 = 8 > 0$, তাই মূলদ্বয় বাস্তব
অতএব, মূলদ্বয়ের গুণফল $= \frac{1}{2}$

২০. ক. $[-1, \infty)$

ব্যাখ্যা: সমীকরণ দুটি যোগ করে পাই, $2f(x) = 2x^2 + 4x$
$\Rightarrow f(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$
$(x + 1)^2$ সকল অঋণাত্মক মান গ্রহণ করে এবং $x = -1$-এ শূন্য হয়
অতএব, রেঞ্জ $= [-1, \infty)$

২১. ঘ. 0

ব্যাখ্যা: ধরি, $t = x^2 \geq 0$; তাহলে $(t - 2)^2 = k + 4$
$k < -4$ হলে কোনো মূল নেই; $k = -4$ হলে $t = 2$ থেকে দুটি মূল হয়
$-4 < k < 0$ হলে দুটি ধনাত্মক t থেকে চারটি মূল; $k > 0$ হলে একটি ধনাত্মক t থেকে দুটি মূল হয়
$k = 0$ হলে $x^2(x^2 - 4) = 0$, অর্থাৎ $x = -2, 0, 2$
অতএব, $k = 0$ হলে ঠিক তিনটি ছেদবিন্দু পাওয়া যায়

২২. গ. $[3, \infty)$

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজ অসমতা থেকে, $|x^2 - 1| + |x^2 - 4| \geq |(x^2 - 1) - (x^2 - 4)| = 3$
$1 \leq x^2 \leq 4$ হলে $f(x) = (x^2 - 1) + (4 - x^2) = 3$
$x^2 \geq 4$ হলে $f(x) = 2x^2 - 5$, যা 3 থেকে শুরু করে সকল বৃহত্তর মান গ্রহণ করে
অতএব, রেঞ্জ $= [3, \infty)$

২৩. খ. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

ব্যাখ্যা: মূল রাশির ডোমেন $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
সরল করলে $f(x) = x + 1$, কিন্তু $x \neq 1$ শর্তটি বহাল থাকে
$f(x) = 2$ পেতে $x = 1$ দরকার, যা ডোমেনে নেই
অন্য যেকোনো $y \neq 2$-এর জন্য $x = y - 1 \neq 1$ নেওয়া যায়
অতএব, রেঞ্জ $= \mathbb{R} \setminus \{2\}$

২৪. গ. 4

ব্যাখ্যা: ডোমেন $[-1, 3]$
$|f(x) - 1| = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}$ অথবা $f(x) = \frac{3}{2}$

প্রথম ক্ষেত্রে $(x-1)^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$, তাই $x = 1 \pm \frac{\sqrt{15}}{2}$
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $(x-1)^2 = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$, তাই $x = 1 \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$
চারটি মানই ভিন্ন এবং ডোমেনের অন্তর্গত
অতএব, ছেদবিন্দুর সংখ্যা 4টি

২৫. ক. $m = \pm 2$
ব্যাখ্যা: সাধারণ বিন্দুতে $x^2 = mx - 1 \Rightarrow x^2 - mx + 1 = 0$
ঠিক একটি সাধারণ বিন্দুর জন্য দ্বিঘাতটির নিরূপক শূন্য হতে হবে
$m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$
উভয় ক্ষেত্রেই একটি করে স্পর্শবিন্দু পাওয়া যায়

২৬. খ. 12
ব্যাখ্যা: প্রথমে B, N, N সাজানো যায় $\frac{3!}{2!} = 3$ উপায়ে
এই তিনটি অক্ষরের দুই প্রান্তসহ মোট 4টি ফাঁক থাকে
পাশাপাশি না রাখতে তিনটি অভিন্ন A-কে তিনটি ভিন্ন ফাঁকে বসাতে হবে; উপায় ${}^4C_3 = 4$
অতএব, মোট বিন্যাস $= 3 \times 4 = 12$

২৭. ঘ. 840
ব্যাখ্যা: এখানে I আছে 4টি, S আছে 4টি, P আছে 2টি এবং M আছে 1টি
চারটি অভিন্ন I-কে একটি গুচ্ছ ধরলে মোট বস্তু $= 1 + 4 + 2 + 1 = 8$টি
গুচ্ছটির অভ্যন্তরীণ বিন্যাস মাত্র 1টি
অতএব, মোট বিন্যাস $= \frac{8!}{4!\,2!} = 840$

২৮. গ. 1058400
ব্যাখ্যা: ব্যঞ্জনবর্ণ M, M, T, T, H, C, S সাজানো যায় $\frac{7!}{2!\,2!} = 1260$ উপায়ে
এতে দুই প্রান্তসহ 8টি ফাঁক হয়
চারটি স্বরবর্ণের জন্য ভিন্ন ফাঁক নির্বাচন ${}^8C_4 = 70$ উপায়ে
নির্বাচিত ফাঁকগুলোতে A, A, E, I বসানো যায় $\frac{4!}{2!} = 12$ উপায়ে
অতএব, মোট বিন্যাস $= 1260 \times 70 \times 12 = 1058400$

২৯. গ. 216
ব্যাখ্যা: এককের অঙ্ক 0 অথবা 5 হতে হবে
এককে 0 থাকলে অবশিষ্ট পাঁচটি অঙ্ক থেকে চারটি সাজানোর উপায় ${}^5P_4 = 120$
এককে 5 থাকলে প্রথম অঙ্কের জন্য 4টি পছন্দ (শূন্য বাদে); মাঝের তিন স্থানে অবশিষ্ট চারটি অঙ্ক থেকে ${}^4P_3 = 24$ উপায়
অতএব, মোট সংখ্যা $= 120 + 4 \times 24 = 216$

৩০. ঘ. 192
ব্যাখ্যা: 4 দ্বারা বিভাজ্যতার জন্য শেষ দুই অঙ্কে গঠিত সংখ্যা 4 দ্বারা বিভাজ্য হতে হবে
অনুমোদিত শেষ জোড়া:
12, 16, 24, 32, 36, 52, 56, 64; মোট 8টি
প্রতিটি জোড়ার জন্য অবশিষ্ট চারটি অঙ্ক প্রথম চার স্থানে $4! = 24$ উপায়ে বসে
অতএব, মোট সংখ্যা $= 8 \times 24 = 192$

৩১. গ. 43200
ব্যাখ্যা: প্রথমে ছাত্রদের বসানো যায় 5! উপায়ে; এতে দুই প্রান্তসহ 6টি ফাঁক তৈরি হয়
ছাত্রীদের জন্য 4টি ফাঁক বেছে নেওয়া যায় ${}^6C_4$ উপায়ে
নির্বাচিত ফাঁকে চারজন ছাত্রীকে বসানো যায় 4! উপায়ে
অতএব, মোট উপায় $= 5! \times {}^6C_4 \times 4! = 120 \times 15 \times 24 = 43200$

৩২. ক. 72
ব্যাখ্যা: বিনা শর্তে বৃত্তাকার বিন্যাস $= (6-1)! = 120$
নির্দিষ্ট দুজনকে এক গুচ্ছ ধরলে মোট 5টি বস্তু; তাদের বৃত্তাকার বিন্যাস $(5-1)!$
গুচ্ছের ভিতরে দুজনের স্থানবদল 2! উপায়ে, তাই পাশাপাশি থাকার উপায় $= 4! \times 2 = 48$
অতএব, পাশাপাশি না থাকার উপায় $= 120 - 48 = 72$

৩৩. খ. 350
ব্যাখ্যা: সম্ভাব্য বিভাজন: 2 জন পুরুষ ও 3 জন নারী, অথবা 3 জন পুরুষ ও 2 জন নারী
প্রথম ক্ষেত্রে উপায় ${}^6C_2 \times {}^5C_3 = 15 \times 10 = 150$
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে উপায় ${}^6C_3 \times {}^5C_2 = 20 \times 10 = 200$
অতএব, মোট কমিটি $= 150 + 200 = 350$

৩৪. ক. 480
ব্যাখ্যা: A, B-এর ঠিক একজনকে নির্বাচন 2 উপায়ে এবং অন্য ছয়জন থেকে তিনজনকে নির্বাচন ${}^6C_3 = 20$ উপায়ে
তাই কমিটি গঠনের উপায় $= 2 \times 20 = 40$
প্রতিটি কমিটিতে ভিন্ন দুই ব্যক্তিকে সভাপতি ও সম্পাদক করার উপায় ${}^4P_2 = 12$
অতএব, মোট উপায় $= 40 \times 12 = 480$

৩৫. খ. 5775
ব্যাখ্যা: প্রথমে দলগুলোকে চিহ্নিত ধরলে বিভাজন $= \frac{12!}{(4!)^3}$
প্রকৃতপক্ষে দলগুলো নামবিহীন; একই বিভাজন দলের 3!টি ক্রমে গণিত হয়েছে
অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা $= \frac{12!}{(4!)^3\,3!} = 5775$

৩৬. ক. 35
ব্যাখ্যা: নির্বাচিত সংখ্যাগুলো $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ হলে $a_{i+1} \geq a_i + 2$

ধরি, $b_1 = a_1, b_2 = a_2 - 1, b_3 = a_3 - 2, b_4 = a_4 - 3$
তাহলে $1 \le b_1 < b_2 < b_3 < b_4 \le 7$ এবং এমন প্রতিটি নির্বাচনের বিপরীতে একটি বৈধ মূল নির্বাচন রয়েছে
অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা $= {}^7C_4 = 35$

৩৭. খ. 110
ব্যাখ্যা: সেটে 6টি জোড় ও 6টি বিজোড় সংখ্যা আছে
তিন সংখ্যার যোগফল জোড় হয় যদি সবগুলো জোড় হয়, অথবা দুটি বিজোড় ও একটি জোড় হয়
প্রথম ক্ষেত্রে ${}^6C_3 = 20$টি; দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ${}^6C_2 \times {}^6C_1 = 15 \times 6 = 90$টি
অতএব, মোট নির্বাচন $= 20 + 90 = 110$

৩৮. গ. 7420
ব্যাখ্যা: সঠিক খামে যাবে এমন দুটি চিঠি নির্বাচন ${}^8C_2 = 28$ উপায়ে
অবশিষ্ট ছয়টির কোনোটিই সঠিক খামে যাবে না; এই বিন্যাসের সংখ্যা $D_6 =$
$6!\left(1 - 1 + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!}\right)$
$D_6 = 360 - 120 + 30 - 6 + 1 = 265$
অতএব, মোট উপায় $= {}^8C_2 \times D_6 = 28 \times 265 = 7420$

৩৯. ক. 80
ব্যাখ্যা: রঙের ক্রম অনুসারে সংখ্যাগুলো x_1, x_2, x_3, x_4 ধরলে $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, 1 \le x_i \le 6$
ঊর্ধ্বসীমা বাদ দিলে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা সমাধান ${}^9C_3 = 84$টি
নির্দিষ্ট $x_i \ge 7$ হলে x_i থেকে 6 বিয়োগ করে যোগফল 4 -এর ধনাত্মক সমাধান পাওয়া যায়; সংখ্যা ${}^3C_3 = 1$
দুটি চলক একসঙ্গে 7 হতে পারে না
অতএব, মোট ফলাফল $= 84 - 4 \times 1 = 80$

৪০. খ. 66
ব্যাখ্যা: মোট 9 ধাপে 4টি ডানে ও 5টি উপরে যেতে হবে; মোট পথ ${}^9C_4 = 126$
$(0, 0)$ থেকে $(2, 2)$ পর্যন্ত পথ ${}^4C_2 = 6$টি
$(2, 2)$ থেকে $(4, 5)$ পর্যন্ত পথ ${}^5C_2 = 10$টি; তাই নিষিদ্ধ বিন্দুগামী পথ $= 6 \times 10 = 60$
অতএব, নির্ণেয় পথের সংখ্যা $= 126 - 60 = 66$

৪১. খ. 42
ব্যাখ্যা: বিনা শর্তে পথ ${}^{10}C_5 = 252$টি
নিষিদ্ধ পথ প্রথমবার $y = x + 1$-এ পৌঁছানোর পর বাকি অংশে ডানে ও উপরের ধাপ অদলবদল করলে $(0, 0)$ থেকে $(4, 6)$-এ যাওয়ার পথের সঙ্গে এক-এক মিল পাওয়া যায়; বিপরীত রূপান্তরও সম্ভব
তাই নিষিদ্ধ পথ ${}^{10}C_4 = 210$টি
অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা $= 252 - 210 = 42$

৪২. ঘ. 115
ব্যাখ্যা: বিনা শর্তে তিনটি বিন্দু নির্বাচনের সংখ্যা ${}^{10}C_3 = 120$
প্রথম সরলরেখার চারটি বিন্দু থেকে তিনটি নিলে ত্রিভুজ হয় না; এমন নির্বাচন ${}^4C_3 = 4$টি
দ্বিতীয় সরলরেখার তিনটি বিন্দু নিলে আরও ${}^3C_3 = 1$টি অবৈধ নির্বাচন হয়
গুচ্ছ দুটি পৃথক এবং অন্য কোনো তিনটি সমরেখ নয়
অতএব, ত্রিভুজ $= 120 - 4 - 1 = 115$টি

৪৩. ক. 2170
ব্যাখ্যা: মোট নির্বাচন ${}^{15}C_5 = 3003$
লাল, নীল বা সবুজ অনুপস্থিত থাকার সংখ্যা যথাক্রমে ${}^{11}C_5 = 462$, ${}^{10}C_5 = 252$, ${}^9C_5 = 126$
দুই রং অনুপস্থিত হলে শুধু সবুজ থেকে ${}^6C_5 = 6$ এবং শুধু নীল থেকে ${}^5C_5 = 1$টি নির্বাচন সম্ভব; শুধু লাল থেকে অসম্ভব
অন্তর্ভুক্তি–বর্জন নীতিতে সংখ্যা $= 3003 - 462 - 252 - 126 + 6 + 1 = 2170$

৪৪. গ. 5720
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $r\,{}^8C_r = 8\,{}^7C_{r-1}$
তাই প্রদত্ত সমষ্টি $= 8\sum_{r=1}^{5} {}^7C_{r-1}\,{}^6C_{5-r} = 8\sum_{s=0}^{4} {}^7C_s\,{}^6C_{4-s}$
7 জন ও 6 জনের দুটি পৃথক দল থেকে মোট 4 জন নির্বাচনের সব ক্ষেত্র যোগ করলে সমষ্টি ${}^{13}C_4$ হয়
অতএব, নির্ণেয় মান $= 8 \times {}^{13}C_4 = 8 \times 715 = 5720$

৪৫. খ. 146
ব্যাখ্যা: বিনা শর্তে কমিটি $= {}^{10}C_5 = 252$
A, B একসঙ্গে থাকা কমিটি ${}^8C_3 = 56$টি; C, D একসঙ্গে থাকা কমিটির সংখ্যাও 56
চারজনই থাকা কমিটি ${}^6C_1 = 6$টি; এগুলো দুইবার বাদ পড়ে
অন্তর্ভুক্তি–বর্জন নীতি থেকে, নির্ণেয় সংখ্যা $= 252 - 56 - 56 + 6 = 146$

৪৬. ক. 10
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, ${}^nP_r = r!\,{}^nC_r$
তাই $r! = \frac{360}{15} = 24 \Rightarrow r = 4$
এখন ${}^nC_4 = 15$; $n = 6$ হলে ${}^6C_4 = 15$
$n \ge 4$-এর জন্য ${}^nC_4$ কঠোরভাবে বৃদ্ধি পায়; তাই একমাত্র মান $n = 6$
অতএব, $n + r = 6 + 4 = 10$

৪৭. গ. 2880
ব্যাখ্যা: পাশাপাশি থাকবে এমন জোড়া নির্বাচন ${}^3C_2 = 3$ উপায়ে এবং জোড়ার অভ্যন্তরীণ ক্রম 2 উপায়ে
জোড়াটিকে গুচ্ছ ধরলে মোট 6টি বস্তু; বিনা শর্তে বিন্যাস $6!$
তৃতীয় নির্দিষ্ট বইটি গুচ্ছের পাশে থাকলে তাকে গুচ্ছের

আগে বা পরে বসিয়ে মোট $2 \times 5!$টি নিষিদ্ধ বিন্যাস হয়
অতএব, মোট উপায় = $3 \times 2 \times (6! - 2 \times 5!) = 6(720 - 240) = 2880$

৪৮. গ. 390

ব্যাখ্যা: $f(1), f(2)$ ভিন্ন হওয়ায় এদের ক্রমযুক্ত নির্বাচন $3 \times 2 = 6$ উপায়ে
এই দুই মান নির্দিষ্ট হলে B-এর তৃতীয় মানটি $f(3), f(4), f(5), f(6)$-এর অন্তত একটিতে আসতে হবে
অবশিষ্ট চারটি মানের বিনা শর্তে নির্বাচন 3^4টি; তৃতীয় মান একবারও না আসার নির্বাচন 2^4টি
অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা = $6(3^4 - 2^4) = 6(81 - 16) = 390$

৪৯. ক. 900000

ব্যাখ্যা: ধরি, ৬ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা $d_1d_2d_3d_4d_5d_6$
এখানে, প্রথম অঙ্ক d_1 এর জন্য 0 বাদে 9 টি উপায়
এবং, বাকি 5 টি অঙ্কের প্রত্যেকটির জন্য 10 টি উপায়
সুতরাং, মোট সংখ্যা = 9×10^5
অতএব, মোট সংখ্যা = 900000

৫০. ঘ. $(0, \infty)$

ব্যাখ্যা: ধরি, $g(x) = \frac{5x^3-2x^2}{x-4} = \frac{x^2(5x-2)}{x-4}$
$\ln g(x)$ সংজ্ঞায়িত হতে, $g(x) > 0$ হতে হবে
সুতরাং, $x \neq 0$ এবং $\frac{5x-2}{x-4} > 0$, অর্থাৎ $x < \frac{2}{5}$ অথবা $x > 4$
আবার, $f(x) = e^{\ln g(x)} = g(x)$
এখানে, $x \to 0$ বা $x \to \frac{2}{5}$ হলে $g(x) \to 0^+$ এবং $x \to -\infty$ হলে $g(x) \to \infty$
আবার, $g(x)$ সন্তত, তাই $(-\infty, 0)$ এ $g(x)$ সকল ধনাত্মক মান নেয়
অতএব, রেঞ্জ = $(0, \infty)$