## MCQ

৫০ নম্বর

**১.** ঘ. $20°$

**ব্যাখ্যা:** ঘড়ির কাঁটার কোণের সূত্র: $\theta = \left|30H - \frac{11M}{2}\right|$

এখানে, $H = 3$ এবং $M = 20$

$\theta = \left|30 \times 3 - \frac{11\times20}{2}\right|$

$= |90 - 110| = 20°$

অতএব, ক্ষুদ্রতর কোণ $20°$

**২.** খ. $\frac{\pi}{2}$

**ব্যাখ্যা:** $f(x) = A\sin(bx + c) + d$ ফাংশনের পর্যায় $T = \frac{2\pi}{|b|}$

এখানে, $b = 4$

সুতরাং, $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

অতএব, মৌলিক পর্যায় $\frac{\pi}{2}$

**৩.** ক. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

**ব্যাখ্যা:** দেওয়া আছে, $\sec\theta + \tan\theta = x$ ... (i)

আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

সুতরাং, $\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$ ... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে, $2\sec\theta = x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x}$, অর্থাৎ $\cos\theta = \frac{2x}{x^2+1}$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে, $2\tan\theta = x - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x}$,

অর্থাৎ $\tan\theta = \frac{x^2-1}{2x}$

আবার, $\sin\theta = \tan\theta\cos\theta = \frac{x^2-1}{2x} \times \frac{2x}{x^2+1}$

অতএব, $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

**৪.** ক. $168.75\ \text{cm}^2$

**ব্যাখ্যা:** বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $A = \frac{1}{2}r^2\theta$ (যেখানে $\theta$ রেডিয়ানে)

এখানে, $r = 15$ cm এবং $\theta = 1.5$

$A = \frac{1}{2} \times 15^2 \times 1.5 = \frac{1}{2} \times 225 \times 1.5$

অতএব, ক্ষেত্রফল $168.75\ \text{cm}^2$

**৫.** গ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**ব্যাখ্যা:** আমরা জানি, $\cos(-\theta) = \cos\theta$

সুতরাং, $\cos(-1125°) = \cos 1125°$

এখানে, $1125° = 3 \times 360° + 45°$

$\cos 1125° = \cos 45°$

অতএব, মান $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**৬.** খ. 2

**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\sin A = s$

প্রশ্নমতে, $s + \frac{1}{s} = 2$

$s^2 - 2s + 1 = 0$

$(s-1)^2 = 0$

সুতরাং, $s = 1$, অর্থাৎ $\sin A = 1$ এবং $\text{cosec}\ A = 1$

$\sin^{10} A + \text{cosec}^{10} A = 1^{10} + 1^{10}$

অতএব, মান 2

**৭.** গ. $[2, 8]$

**ব্যাখ্যা:** আমরা জানি, $-1 \le \cos 2x \le 1$

সুতরাং, $-3 \le -3\cos 2x \le 3$

$5 - 3 \le 5 - 3\cos 2x \le 5 + 3$

$2 \le y \le 8$

অতএব, রেঞ্জ $[2, 8]$

**৮.** ক. 4

**ব্যাখ্যা:** $f(x) = 3\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) + \sin^2 x = 3 + \sin^2 x$

আমরা জানি, $0 \le \sin^2 x \le 1$

সুতরাং, সর্বোচ্চ মান $3 + 1 = 4$

অতএব, সর্বোচ্চ মান 4

**৯.** খ. $10\pi\ \text{rads}^{-1}$

**ব্যাখ্যা:** 1 বার ঘুরলে অতিক্রান্ত কোণ $2\pi$ রেডিয়ান

এখানে, 60 সেকেন্ডে ঘোরে 300 বার

সুতরাং, 1 সেকেন্ডে ঘোরে $\frac{300}{60} = 5$ বার

$\omega = 5 \times 2\pi = 10\pi\ \text{rads}^{-1}$

অতএব, কৌণিক বেগ $10\pi\ \text{rads}^{-1}$

**১০.** ক. 2

**ব্যাখ্যা:** এখানে, $\cos\frac{7\pi}{8} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) = -\cos\frac{\pi}{8}$

$\cos\frac{5\pi}{8} = \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) = -\cos\frac{3\pi}{8}$

সুতরাং, রাশি $= 2\cos^2\frac{\pi}{8} + 2\cos^2\frac{3\pi}{8}$

আবার, $\cos\frac{3\pi}{8} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\frac{\pi}{8}$

$= 2\left(\cos^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8}\right) = 2 \times 1$

অতএব, মান 2

**১১.** খ. $4\sin A\sin B\sin C$

**ব্যাখ্যা:** $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 2\sin(A + B)\cos(A - B) + 2\sin C\cos C$

এখানে, $A + B = \pi - C$, তাই $\sin(A + B) = \sin C$

এবং $\cos C = -\cos(A + B)$

সুতরাং, রাশি $=$

$2\sin C\left[\cos(A - B) - \cos(A + B)\right]$

$= 2\sin C \times 2\sin A\sin B$

অতএব, মান $4\sin A\sin B\sin C$

**১২.** গ. $\frac{c^2}{ab}$

**ব্যাখ্যা:** এখানে, $\angle C = 90°$, তাই $a^2 + b^2 = c^2$
সমকোণী ত্রিভুজে, $\tan A = \frac{a}{b}$ এবং $\tan B = \frac{b}{a}$
$\tan A + \tan B = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$
অতএব, মান $\frac{c^2}{ab}$

**১৩.** ঘ. $-5$
**ব্যাখ্যা:** $a \sin x + b \cos x$ এর রেঞ্জ
$\left[-\sqrt{a^2 + b^2}, \sqrt{a^2 + b^2}\right]$
এখানে, $a = 3$, $b = -4$
$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$
অতএব, সর্বনিম্ন মান $-5$

**১৪.** ঘ. $\frac{2x}{1+x^2}$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\tan^{-1} x = \theta$, তাহলে $\tan \theta = x$
$\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1+\tan^2 \theta}$
সুতরাং, $\sin\left(2 \tan^{-1} x\right) = \frac{2x}{1+x^2}$
অতএব, মান $\frac{2x}{1+x^2}$

**১৫.** ক. $\frac{3}{2}$
**ব্যাখ্যা:** আমরা জানি, $\sin \frac{7\pi}{8} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) = \sin \frac{\pi}{8}$
এবং $\sin \frac{5\pi}{8} = \sin\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) = \sin \frac{3\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{8}$
সুতরাং, রাশি $= 2\left(\sin^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8}\right)$
$= 2\left[1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8}\right]$
$= 2\left[1 - \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\pi}{4}\right]$
$= 2\left[1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right] = 2 \times \frac{3}{4}$
অতএব, মান $\frac{3}{2}$

**১৬.** ঘ. $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty\right)$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $g(x) = \cos x - \sin x$
$g(x)$ এর রেঞ্জ $\left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$, কিন্তু হর শূন্য হতে পারে না, তাই $g(x) \neq 0$
যখন $0 < g(x) \leq \sqrt{2}$, তখন $f(x) = \frac{1}{g(x)} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$
যখন $-\sqrt{2} \leq g(x) < 0$, তখন $f(x) \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$
অতএব, রেঞ্জ $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty\right)$

**১৭.** খ. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$
**ব্যাখ্যা:** সর্বোচ্চ ধনাত্মক মানের জন্য $x + y < \pi$ ধরি এবং $z = \pi - (x + y)$
এখানে, $x + y + z = \pi$ এবং $\sin(x + y) = \sin(\pi - z) = \sin z$
সুতরাং, প্রদত্ত রাশি $= \sin x \sin y \sin z$
ত্রিভুজের কোণ $x, y, z$ হলে এই গুণফল সর্বোচ্চ হয় যখন $x = y = z = \frac{\pi}{3}$
$\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$
অতএব, সর্বোচ্চ মান $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

**১৮.** ঘ. $\frac{\pi}{4}$
**ব্যাখ্যা:** এখানে, $2n = (n^2 + n + 1) - (n^2 - n + 1)$
এবং $n^4 + n^2 + 2 = 1 + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$
সুতরাং, $T_n = \tan^{-1} \frac{(n^2+n+1)-(n^2-n+1)}{1+(n^2+n+1)(n^2-n+1)}$
$= \tan^{-1}(n^2 + n + 1) - \tan^{-1}(n^2 - n + 1)$
আবার, $n^2 + n + 1 = (n + 1)^2 - (n + 1) + 1$ হওয়ায় পদগুলো পরপর কাটাকাটি হয়
$S_n = \tan^{-1}(n^2 + n + 1) - \tan^{-1} 1$
সুতরাং, $S_\infty = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$
অতএব, মান $\frac{\pi}{4}$

**১৯.** খ. 0
**ব্যাখ্যা:** এখানে, $10 \sin x \cos x = 5 \sin 2x$ এবং $\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x$
ধরি, $\sin 2x = s$
প্রশ্নমতে, $1 - 2s^2 + 5s = 5$
$2s^2 - 5s + 4 = 0$
নিশ্চায়ক, $D = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 4 = 25 - 32 = -7 < 0$
সুতরাং, $s$ এর কোনো বাস্তব মান নেই
অতএব, বাস্তব সমাধান 0 টি

**২০.** গ. 1
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\cos^{-1} x = A$, $\cos^{-1} y = B$, $\cos^{-1} z = C$
প্রশ্নমতে, $A + B + C = \pi$, তাই $A + B = \pi - C$
সুতরাং, $\cos(A + B) = -\cos C$
$\cos A \cos B - \sin A \sin B = -z$
$xy + z = \sqrt{1 - x^2}\sqrt{1 - y^2}$
বর্গ করে, $x^2y^2 + 2xyz + z^2 = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^2$
অতএব, $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$

**২১.** ক. $\frac{\pi}{3}$
**ব্যাখ্যা:** $\sin^{-1}$ এর রেঞ্জ $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
$\sin \frac{2\pi}{3} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$
যেহেতু $\frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
অতএব, মুখ্য মান $\frac{\pi}{3}$

**২২.** ঘ. 10
**ব্যাখ্যা:** ধরি, বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা $n$।
অন্তঃকোণগুলোর সমষ্টি $(n - 2) \times 180°$
প্রশ্নমতে, $(n - 2) \times 180° = 1440°$
$n - 2 = 8$
অতএব, $n = 10$

**২৩.** ক. $\frac{\pi}{12}$ ডানে
**ব্যাখ্যা:** $f(x) = 2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin\left[3\left(x - \frac{\pi}{12}\right)\right]$

এটি $A\sin(b(x-h))$ আকারের, যেখানে $h = \frac{\pi}{12}$
অতএব, গ্রাফ ডানদিকে $\frac{\pi}{12}$ সরে গেছে

**২৪.** খ. 1
**ব্যাখ্যা:** আমরা জানি, $a\sin x + b\cos x$ এর মান $\left[-\sqrt{a^2+b^2}, \sqrt{a^2+b^2}\right]$ এর মধ্যে থাকে
সুতরাং, $3\sin x - 4\cos x \in [-5, 5]$
হর $3\sin x - 4\cos x + 6 \in [1, 11]$, যা সবসময় ধনাত্মক
ভগ্নাংশটি সর্বোচ্চ হবে যখন হর সর্বনিম্ন, অর্থাৎ 1
অতএব, সর্বোচ্চ মান $\frac{1}{1} = 1$

**২৫.** গ. $\sec^2\theta\,\mathrm{cosec}^2\theta$
**ব্যাখ্যা:** $\sec^2\theta + \mathrm{cosec}^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}$
$= \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$
$= \frac{1}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$
অতএব, রাশিটি $\sec^2\theta\,\mathrm{cosec}^2\theta$ এর সমান

**২৬.** গ. 4
**ব্যাখ্যা:** এখানে, পদসংখ্যা $\frac{80-10}{10} + 1 = 8$
আবার, $\cos 80° = \sin 10°$, $\cos 70° = \sin 20°$, $\cos 60° = \sin 30°$, $\cos 50° = \sin 40°$
সুতরাং, $\cos^2 10° + \cos^2 80° = \cos^2 10° + \sin^2 10° = 1$
একইভাবে বাকি তিন জোড়ার প্রতিটির যোগফল 1
অতএব, মোট সমষ্টি $4 \times 1 = 4$

**২৭.** ঘ. 2
**ব্যাখ্যা:** $\tan(A+B) = \frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$
এখানে, $A + B = 45°$, তাই $\tan 45° = 1$
সুতরাং, $\tan A + \tan B + \tan A\tan B = 1$
$(1+\tan A)(1+\tan B) = 1 + \tan A + \tan B + \tan A\tan B = 1 + 1$
অতএব, মান 2

**২৮.** খ. সমদ্বিবাহু বা সমকোণী
**ব্যাখ্যা:** সাইন সূত্র থেকে $a = 2R\sin A$ এবং $b = 2R\sin B$
প্রশ্নমতে, $2R\sin A\cos A = 2R\sin B\cos B$
$\sin 2A = \sin 2B$
হয় $2A = 2B$, অর্থাৎ $A = B$ (সমদ্বিবাহু)
অথবা $2A = 180° - 2B$, অর্থাৎ $A + B = 90°$ এবং $C = 90°$ (সমকোণী)
অতএব, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু বা সমকোণী

**২৯.** খ. 90°
**ব্যাখ্যা:** সাইন সূত্র অনুসারে, $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 3 : 4 : 5$
এখানে, $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$
সুতরাং, $a^2 + b^2 = c^2$, ত্রিভুজটি সমকোণী এবং c অতিভুজ
অতএব, $\angle C = 90°$

**৩০.** ক. 15
**ব্যাখ্যা:** আমরা জানি, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ এবং $\mathrm{cosec}^2\phi = 1 + \cot^2\phi$
সুতরাং, $\sec^2\left(\tan^{-1}2\right) = 1 + 2^2 = 5$
আবার, $\mathrm{cosec}^2\left(\cot^{-1}3\right) = 1 + 3^2 = 10$
অতএব, মান $5 + 10 = 15$

**৩১.** ঘ. $\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\tan^{-1}x = \theta$, তাহলে $\tan\theta = x$
সুতরাং, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
আবার, ধরি, $\cot^{-1}(\cos\theta) = \phi$, তাহলে $\cot\phi = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\mathrm{cosec}^2\phi = 1 + \cot^2\phi = 1 + \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2+2}{x^2+1}$
যেহেতু $\phi \in (0, \pi)$, তাই $\sin\phi > 0$
অতএব, $\sin\phi = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$

**৩২.** গ. $x + y + z = xyz$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\tan^{-1}x = A$, $\tan^{-1}y = B$, $\tan^{-1}z = C$
প্রশ্নমতে, $A + B = \pi - C$, তাই $\tan(A+B) = -\tan C$
$\frac{x+y}{1-xy} = -z$
$x + y = -z + xyz$
অতএব, $x + y + z = xyz$

**৩৩.** ঘ. $2n\pi + \frac{\pi}{4}$
**ব্যাখ্যা:** $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x = 1$
$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$
$x + \frac{\pi}{4} = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$
অতএব, $x = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$

**৩৪.** খ. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$
**ব্যাখ্যা:** $\tan 2x\tan x = 1$
$\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x} \times \tan x = 1$
$2\tan^2 x = 1 - \tan^2 x$
$\tan^2 x = \frac{1}{3}$
$\tan x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)$
অতএব, $x = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

**৩৫.** ঘ. 2
**ব্যাখ্যা:** $\sin^2 x - \cos x = \frac{1}{4}$
$1 - \cos^2 x - \cos x = \frac{1}{4}$
$4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0$

$(2\cos x + 3)(2\cos x - 1) = 0$
$\cos x = -\frac{3}{2}$ অসম্ভব, কারণ $-1 \le \cos x \le 1$
সুতরাং, $\cos x = \frac{1}{2}$, অর্থাৎ $[0, 2\pi]$ এ $x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$
অতএব, সমাধান 2 টি

**৩৬.** খ. $2n\pi + \frac{\pi}{6}$ ও $2n\pi - \frac{\pi}{2}$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\sqrt{3} = r\cos\alpha$ এবং $1 = r\sin\alpha$
সুতরাং, $r = \sqrt{3+1} = 2$ এবং $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, অর্থাৎ $\alpha = \frac{\pi}{6}$
প্রশ্নমতে, $2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$
$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{3}$
$x + \frac{\pi}{6} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$
(+) নিয়ে, $x = 2n\pi + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$
(-) নিয়ে, $x = 2n\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = 2n\pi - \frac{\pi}{2}$
অতএব, $x = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$ এবং $x = 2n\pi - \frac{\pi}{2}$

**৩৭.** ঘ. $\sqrt{2} : 1 : \sqrt{5}$
**ব্যাখ্যা:** দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$, তাই $\tan A = \frac{1}{2}$
আবার, $\cos B = \frac{3}{\sqrt{10}}$, তাই $\sin B = \frac{1}{\sqrt{10}}$ এবং $\tan B = \frac{1}{3}$
$\tan(A + B) = \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{6}} = 1$
যেহেতু $A, B < 45°$, তাই $A + B = 45°$ এবং $C = 135°$
সুতরাং, $\sin C = \frac{1}{\sqrt{2}}$
সাইন সূত্র অনুযায়ী, $a : b : c = \frac{1}{\sqrt{5}} : \frac{1}{\sqrt{10}} : \frac{1}{\sqrt{2}}$
প্রতিটিকে $\sqrt{10}$ দিয়ে গুণ করে, $a : b : c = \sqrt{2} : 1 : \sqrt{5}$
অতএব, অনুপাত $\sqrt{2} : 1 : \sqrt{5}$

**৩৮.** ক. 4
**ব্যাখ্যা:** এখানে, $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, তাই $2^{\sin^2 x} + 2^{1-\sin^2 x} = 2\sqrt{2}$
ধরি, $2^{\sin^2 x} = y$
সুতরাং, $y + \frac{2}{y} = 2\sqrt{2}$
$y^2 - 2\sqrt{2}y + 2 = 0$
$\left(y - \sqrt{2}\right)^2 = 0$
সুতরাং, $2^{\sin^2 x} = \sqrt{2}$, অর্থাৎ $\sin^2 x = \frac{1}{2}$
$\sin x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $[0, 2\pi]$ এ $x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$
অতএব, সমাধান 4 টি

**৩৯.** গ. a, c, b সমান্তর ধারায়
**ব্যাখ্যা:** অর্ধকোণের সূত্রানুসারে, $\tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$
এবং $\tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$
সুতরাং, $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} = \frac{s-c}{s}$
প্রশ্নমতে, $\frac{s-c}{s} = \frac{1}{3}$
$3s - 3c = s$
$2s = 3c$
এখানে, $2s = a + b + c$, তাই $a + b + c = 3c$
$a + b = 2c$
অতএব, a, c, b সমান্তর ধারায় আছে

**৪০.** গ. $-\frac{1}{12}$
**ব্যাখ্যা:** যেহেতু দুটি $\sin^{-1}$ এর যোগফল ঋণাত্মক, তাই $x < 0$। ধরি, $x = -y$ (যেখানে $y > 0$)
প্রশ্নমতে, $\sin^{-1}(6y) + \sin^{-1}\left(6\sqrt{3}y\right) = \frac{\pi}{2}$
$\sin^{-1}\left(6\sqrt{3}y\right) = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}(6y) = \cos^{-1}(6y)$
$6\sqrt{3}y = \sqrt{1 - 36y^2}$
$108y^2 = 1 - 36y^2$
$y^2 = \frac{1}{144}$
যেহেতু $y > 0$, তাই $y = \frac{1}{12}$
অতএব, $x = -\frac{1}{12}$

**৪১.** ঘ. 0
**ব্যাখ্যা:** দেওয়া আছে, $\sin\theta + \sin\phi = \sqrt{3}(\cos\phi - \cos\theta)$
বা, $2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2} = 2\sqrt{3}\sin\frac{\theta+\phi}{2}\sin\frac{\theta-\phi}{2}$
বা, $\cos\frac{\theta-\phi}{2} = \sqrt{3}\sin\frac{\theta-\phi}{2}$
বা, $\cot\frac{\theta-\phi}{2} = \sqrt{3}$
বা, $\frac{\theta-\phi}{2} = 30°$
সুতরাং, $\theta - \phi = 60°$
এখন, $\sin 3\theta + \sin 3\phi = 2\sin\frac{3\theta+3\phi}{2}\cos\frac{3\theta-3\phi}{2}$
$= 2\sin\frac{3\theta+3\phi}{2}\cos 90°$
অতএব, $\sin 3\theta + \sin 3\phi = 0$

**৪২.** খ. $\frac{\pi}{3}$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $y = \cos A\sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right)$
এখানে, $y = \frac{1}{2}\left\{2\sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right)\cos A\right\}$
$= \frac{1}{2}\left\{\sin\left(2A - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\frac{\pi}{6}\right\}$
y বৃহত্তম হবে যখন $\sin\left(2A - \frac{\pi}{6}\right)$ বৃহত্তম, অর্থাৎ $\sin\left(2A - \frac{\pi}{6}\right) = 1 = \sin\frac{\pi}{2}$
সুতরাং, $2A - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$
বা, $2A = \frac{2\pi}{3}$
অতএব, $A = \frac{\pi}{3}$

**৪৩.** ঘ. সমবাহু
**ব্যাখ্যা:** ধরি, ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু, যেখানে $C = 90°$ এবং $A = B = 45°$
তাহলে, $\cot A + \cot B + \cot C = \cot 45° + \cot 45° + \cot 90°$
$= 1 + 1 + 0 = 2$
কিন্তু $2 \neq \sqrt{3}$, অর্থাৎ শর্ত সিদ্ধ হয় না

সুতরাং, সমকোণী ও সমদ্বিবাহু অপশন দুটি বাদ
এখন, সমবাহুর জন্য $A = B = C = 60°$ বসাই
$\cot A + \cot B + \cot C = 3 \cot 60° = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$
শর্ত সিদ্ধ হয়, অতএব ত্রিভুজটি সমবাহু

**৪৪.** খ. $n\pi,\ n\pi \pm \frac{\pi}{3}$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\tan x = u$
আমরা জানি, $\sec 2x = \frac{1+\tan^2 x}{1-\tan^2 x}$
প্রশ্নমতে, $u^2 + \frac{1+u^2}{1-u^2} = 1$
বা, $\frac{u^2-u^4+1+u^2}{1-u^2} = 1$
বা, $2u^2 + 1 - u^4 = 1 - u^2$
বা, $3u^2 - u^4 = 0$
বা, $u^2(3 - u^2) = 0$
সুতরাং, $u = 0$ অথবা $u^2 = 3$, অর্থাৎ $\tan x = 0$ অথবা $\tan x = \pm\sqrt{3}$
$\tan x = 0$ হলে, $x = n\pi$
$\tan x = \pm\sqrt{3}$ হলে, $x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$
অতএব, সমাধান $n\pi$ এবং $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

**৪৫.** গ. $\frac{1}{4}$
**ব্যাখ্যা:** প্রশ্নমতে, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$
বর্গ করে, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 2$
সুতরাং, $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$
এখন, $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta = 1 - 1 = 0$
সুতরাং, $\sin\theta = \cos\theta$
আবার, $2\sin\theta = \sqrt{2}$, অর্থাৎ $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
অতএব, $\theta = 45°$
প্রশ্নে বসিয়ে পাই, $\sin^6 45° + \cos^6 45° = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6$
$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

**৪৬.** ক. $2n\pi + 2\alpha,\ 2n\pi$
**ব্যাখ্যা:** প্রশ্নমতে, $\cos\theta + 2\sin\theta = 1$
ধরি, $1 = R\cos\alpha$ এবং $2 = R\sin\alpha$
এখানে, $R = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ এবং $\tan\alpha = 2$,
অর্থাৎ $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$
তাহলে, $R\cos(\theta - \alpha) = 1$
বা, $\sqrt{5}\cos(\theta - \alpha) = 1$
বা, $\cos(\theta - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos\alpha$
সুতরাং, $\theta - \alpha = 2n\pi \pm \alpha$
অতএব, $\theta = 2n\pi + 2\alpha$ অথবা $\theta = 2n\pi$।

**৪৭.** গ. 1
**ব্যাখ্যা:** দেওয়া আছে, $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$
বা, $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \pi - \cos^{-1} z$
উভয়পক্ষে cos নিয়ে পাই, $xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)} = -z$
বা, $xy + z = \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}$
বর্গ করে, $x^2y^2 + 2xyz + z^2 = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^2$
বা, $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$

**৪৮.** খ. $\frac{n\pi}{3}$
**ব্যাখ্যা:** এখানে, $\tan 3x = \tan(x + 2x) = \frac{\tan x + \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x}$
বা, $\tan x + \tan 2x = \tan 3x - \tan x \tan 2x \tan 3x$
প্রশ্নমতে, $\tan x + \tan 2x = \tan x \tan 2x \tan 3x - \tan 3x$
সুতরাং, $\tan x + \tan 2x = -(\tan x + \tan 2x)$
বা, $\tan x + \tan 2x = 0$
বা, $\tan 2x = \tan(-x)$
বা, $2x = n\pi - x$
অতএব, $x = \frac{n\pi}{3}$

**৪৯.** ঘ. $\frac{13}{2}$
**ব্যাখ্যা:** এখানে, $\theta = \frac{\pi}{36} = 5°$
সুতরাং, রাশি $= \sin^2 15° + \sin^2 20° + \cdots + \sin^2 75°$
প্রথম ও শেষ থেকে জোড়া করে, $\sin^2 15° + \sin^2 75° = \sin^2 15° + \cos^2 15° = 1$
একইভাবে, এরূপ 6 টি জোড়া আছে এবং মাঝের পদ $\sin^2 45° = \frac{1}{2}$
অতএব, মান $= 6 + \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$

**৫০.** ঘ. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$
**ব্যাখ্যা:** ধরি, $\sin^{-1} x = \alpha$, তাহলে $x = \sin\alpha$
প্রশ্নমতে, $\sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3} - \alpha$
বা, $2x = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2} - \frac{x}{2}$
বা, $5x = \sqrt{3}\sqrt{1-x^2}$
বা, $25x^2 = 3 - 3x^2$
বা, $x^2 = \frac{3}{28}$
যেহেতু $5x > 0$, তাই $x > 0$
অতএব, $x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$
ক্যালকুলেটরের টেবিল মোডে বামপক্ষকে ফাংশন ধরে অপশনের মান বসালে সমাধান আরও দ্রুত হয়।