MCQ ৫০ নম্বর

১. ক. $-\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: $\tan\theta + \cot\theta = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{2}{\sin 2\theta}$

প্রশ্নমতে, $\frac{2}{\sin 2\theta} = 4$

$\sin 2\theta = \frac{1}{2}$

যেহেতু $0 < 2\theta < \frac{\pi}{2}$, তাই $2\theta = \frac{\pi}{6}$, অর্থাৎ $\theta = \frac{\pi}{12}$

$\cos 8\theta = \cos\frac{2\pi}{3}$

অতএব, মান $-\frac{1}{2}$

২. ঘ. π

ব্যাখ্যা: $f(x) = \frac{1-\cos 6x}{2} + \frac{1+\cos 10x}{2} = 1 - \frac{1}{2}\cos 6x + \frac{1}{2}\cos 10x$

$\cos 6x$ এর পর্যায় $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ এবং $\cos 10x$ এর পর্যায় $\frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

সাধারণ পর্যায় $T = m\frac{\pi}{3} = n\frac{\pi}{5}$ এ ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $m = 3, n = 5$

অতএব, মৌলিক পর্যায় π

৩. খ. $\frac{\sqrt{2}}{64}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $P = \prod_{k=1}^{7}\sin\frac{k\pi}{16}$

সূত্র: $\prod_{k=1}^{m-1}\sin\frac{k\pi}{m} = \frac{m}{2^{m-1}}$; $m = 16$ হলে গুণফল $= \frac{16}{2^{15}}$

এখানে, $\sin\frac{(16-k)\pi}{16} = \sin\frac{k\pi}{16}$ এবং $\sin\frac{8\pi}{16} = 1$

সুতরাং, $P^2 = \frac{16}{2^{15}}$

$P = \frac{4}{2^7\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{64}$

অতএব, মান $\frac{\sqrt{2}}{64}$

৪. খ. $-\frac{2}{5\sqrt{5}}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $\alpha = \sin^{-1}\frac{3}{5}$, তাহলে $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ও $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$, $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$

আবার, $\beta = \tan^{-1}\frac{1}{2}$ হলে $\cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos(2\alpha+\beta) = \cos 2\alpha\cos\beta - \sin 2\alpha\sin\beta$

$= \frac{7}{25}\times\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{24}{25}\times\frac{1}{\sqrt{5}}$

অতএব, মান $-\frac{2}{5\sqrt{5}}$

৫. ঘ. $\frac{u^8-28u^6+70u^4-28u^2+1}{(u^2+1)^4}$

ব্যাখ্যা: $\sec\theta + \tan\theta = u$ হলে $\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{u}$

সুতরাং, $\cos\theta = \frac{2u}{u^2+1}$ এবং $\sin\theta = \frac{u^2-1}{u^2+1}$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{-u^4+6u^2-1}{(u^2+1)^2}$

আবার, $\cos 4\theta = 2\cos^2 2\theta - 1$

$= \frac{2(u^4-6u^2+1)^2-(u^2+1)^4}{(u^2+1)^4}$

অতএব, $\cos 4\theta = \frac{u^8-28u^6+70u^4-28u^2+1}{(u^2+1)^4}$

৬. ক. $\frac{10+\sqrt{145}}{9}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $y = \frac{2+3\sin x}{5-4\cos x}$; হর $5 - 4\cos x > 0$

$3\sin x + 4y\cos x = 5y - 2$

বাস্তব x এর জন্য $(5y-2)^2 \le 3^2 + (4y)^2$

$25y^2 - 20y + 4 \le 9 + 16y^2$

$9y^2 - 20y - 5 \le 0$

$y = \frac{20\pm\sqrt{400+180}}{18} = \frac{10\pm\sqrt{145}}{9}$

সুতরাং, $\frac{10-\sqrt{145}}{9} \le y \le \frac{10+\sqrt{145}}{9}$

অতএব, সর্বোচ্চ মান $\frac{10+\sqrt{145}}{9}$

৭. গ. $\frac{11}{27}$

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2\sin x\cos x = \frac{1}{9}$

সুতরাং, $\sin x\cos x = -\frac{4}{9}$

$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x$

$= 1 - 3\times\frac{16}{81} = \frac{33}{81}$

অতএব, মান $\frac{11}{27}$

৮. গ. $-\frac{1}{32}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $x = \frac{\pi}{31}$ এবং $P = \cos x\cos 2x\cos 4x\cos 8x\cos 16x$

$\sin x\cdot P = \frac{1}{32}\sin 32x$

$\sin 32x = \sin\frac{32\pi}{31} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{31}\right) = -\sin x$

$P = -\frac{1}{32}$

অতএব, মান $-\frac{1}{32}$

৯. ঘ. $2 - \sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: সূত্র: $\tan\theta\tan(60^\circ-\theta)\tan(60^\circ+\theta) = \tan 3\theta$

এখানে, $\theta = 5^\circ$ হলে $60^\circ - \theta = 55^\circ$ এবং $60^\circ + \theta = 65^\circ$

$\tan 5^\circ\tan 55^\circ\tan 65^\circ = \tan 15^\circ$

অতএব, মান $2 - \sqrt{3}$

১০. ঘ. $\frac{1}{8}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $P = \cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}$

$\sin\frac{\pi}{7}\cdot P = \frac{1}{8}\sin\frac{8\pi}{7} = -\frac{1}{8}\sin\frac{\pi}{7}$

সুতরাং, $P = -\frac{1}{8}$

আবার, $\cos\frac{4\pi}{7} = \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{7}\right) = -\cos\frac{3\pi}{7}$
$\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7} = -P$
অতএব, মান $\frac{1}{8}$

১১. খ. $\frac{1}{\sqrt{15}}$
ব্যাখ্যা: ধরি, $\tan A = k$, $\tan B = 2k$, $\tan C = 4k$
তিনটি tan একই চিহ্নের এবং ত্রিভুজে সর্বোচ্চ একটি কোণ স্থূলকোণ, তাই $k > 0$
$A + B + C = \pi$ হওয়ায় $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$
$7k = 8k^3$
সুতরাং, $k^2 = \frac{7}{8}$
$\tan^2 C = 16k^2 = 14$
যেহেতু C সূক্ষ্মকোণ, $\cos C = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 C}} = \frac{1}{\sqrt{15}}$
অতএব, $\cos C = \frac{1}{\sqrt{15}}$

১২. গ. $\frac{73}{42}$
ব্যাখ্যা: এখানে, $s = \frac{13+14+15}{2} = 21$
$\Delta = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$, তাই $r = \frac{\Delta}{s} = 4$
$\tan\frac{A}{2} = \frac{r}{s-a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\tan\frac{B}{2} = \frac{4}{7}$, $\tan\frac{C}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
$\frac{1}{2} + \frac{4}{7} + \frac{2}{3} = \frac{21+24+28}{42}$
অতএব, মান $\frac{73}{42}$

১৩. ক. $\frac{3}{5}$
ব্যাখ্যা: সূত্র: $\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} = \frac{s}{4R}$
এখানে, $s = 24$ এবং $R = 10$
$\frac{s}{4R} = \frac{24}{4\times10} = \frac{3}{5}$
অতএব, মান $\frac{3}{5}$

১৪. ঘ. $5a + 5b = 9c$
ব্যাখ্যা: $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} = \frac{s-c}{s}$
প্রশ্নমতে, $\frac{s-c}{s} = \frac{2}{7}$
$7s - 7c = 2s$
$5s = 7c$
$s = \frac{a+b+c}{2}$ বসিয়ে, $5(a + b + c) = 14c$
অতএব, $5a + 5b = 9c$

১৫. গ. $\frac{31}{21}$
ব্যাখ্যা: কোসাইন সূত্র থেকে, $\cos A = \frac{8^2+9^2-7^2}{2\times8\times9} = \frac{2}{3}$
$\cos B = \frac{7^2+9^2-8^2}{2\times7\times9} = \frac{11}{21}$
$\cos C = \frac{7^2+8^2-9^2}{2\times7\times8} = \frac{2}{7}$
সুতরাং, যোগফল $= \frac{14}{21} + \frac{11}{21} + \frac{6}{21}$
অতএব, মান $\frac{31}{21}$

১৬. ঘ. $\frac{6}{11\sqrt{11}}$
ব্যাখ্যা: ধরি, $\tan\frac{A}{2} = k$, $\tan\frac{B}{2} = 2k$, $\tan\frac{C}{2} = 3k$ ($k > 0$)
যেহেতু $\frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2}$, তাই জোড়া গুণফলের যোগফল 1
$2k^2 + 6k^2 + 3k^2 = 1$
সুতরাং, $k^2 = \frac{1}{11}$, অর্থাৎ $k = \frac{1}{\sqrt{11}}$
$\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} = 6k^3$
অতএব, মান $\frac{6}{11\sqrt{11}}$

১৭. ক. $\frac{71\sqrt{7}}{105}$
ব্যাখ্যা: এখানে, $s = \frac{15}{2}$, $s - a = \frac{7}{2}$, $s - b = \frac{5}{2}$, $s - c = \frac{3}{2}$
$\Delta = \sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{7}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}} = \frac{15\sqrt{7}}{4}$
সুতরাং, $r = \frac{\Delta}{s} = \frac{\sqrt{7}}{2}$
$\tan\frac{A}{2} = \frac{r}{s-a} = \frac{1}{\sqrt{7}}$, $\tan\frac{B}{2} = \frac{\sqrt{7}}{5}$, $\tan\frac{C}{2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$
$\sqrt{7}\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) = \sqrt{7} \times \frac{71}{105}$
অতএব, মান $\frac{71\sqrt{7}}{105}$

১৮. ঘ. $\frac{20\pi}{77}$
ব্যাখ্যা: $\frac{17\pi}{11} = 2\pi - \frac{5\pi}{11}$, তাই $\sin\frac{17\pi}{11} = \sin\left(-\frac{5\pi}{11}\right)$
এবং প্রথম পদ $-\frac{5\pi}{11}$
$\frac{19\pi}{7} = 2\pi + \frac{5\pi}{7}$ এবং $\frac{5\pi}{7} \in [0, \pi]$, তাই দ্বিতীয় পদ $\frac{5\pi}{7}$
$-\frac{5\pi}{11} + \frac{5\pi}{7} = \frac{5\pi(11-7)}{77}$
অতএব, মান $\frac{20\pi}{77}$

১৯. খ. $\frac{\sqrt{17}-3}{4}$
ব্যাখ্যা: $\tan\left(\tan^{-1}x + \tan^{-1}2x\right) = \frac{x+2x}{1-2x^2} =$
$\tan\frac{\pi}{4} = 1$
$3x = 1 - 2x^2$
$2x^2 + 3x - 1 = 0$
$x = \frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$
যেহেতু $x > 0$, তাই $x = \frac{\sqrt{17}-3}{4}$
অতএব, $x = \frac{\sqrt{17}-3}{4}$

২০. ক. $\frac{2}{\sqrt{5}}$
ব্যাখ্যা: তিনটি কোণের যোগফল π হলে, $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$
$x + 2x + 5x = x \times 2x \times 5x$
$8x = 10x^3$
$x^2 = \frac{4}{5}$
যেহেতু $x > 0$, তাই $x = \frac{2}{\sqrt{5}}$
অতএব, $x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

২১. খ. $\frac{1}{\sqrt{5}}$
ব্যাখ্যা: $\cos^{-1}(2x) = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}x$
উভয়পাশে cos নিয়ে, $2x = \sin\left(\cos^{-1}x\right) =$

$\sqrt{1-x^2}$
$4x^2 = 1 - x^2$
$5x^2 = 1$
ডানপক্ষ অঋণাত্মক, তাই $x > 0$
অতএব, $x = \frac{1}{\sqrt{5}}$

২২. ঘ. $\frac{\pi}{12}$

ব্যাখ্যা: $\tan\frac{17\pi}{12} = \tan\left(\pi + \frac{5\pi}{12}\right) = \tan\frac{5\pi}{12}$, তাই প্রথম পদ $\frac{5\pi}{12}$
$\sin\frac{19\pi}{12} = \sin\left(2\pi - \frac{5\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$, তাই দ্বিতীয় পদ $-\frac{5\pi}{12}$
$\cos\frac{23\pi}{12} = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{12}\right) = \cos\frac{\pi}{12}$, তাই তৃতীয় পদ $\frac{\pi}{12}$
$\frac{5\pi}{12} - \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12}$
অতএব, মান $\frac{\pi}{12}$

২৩. ক. $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $\alpha = \sin^{-1}\frac{3}{5}$ ও $\beta = \sin^{-1}\frac{5}{13}$, তাহলে $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ও $\cos\beta = \frac{12}{13}$
$\cos(\alpha+\beta) = \frac{4}{5}\times\frac{12}{13} - \frac{3}{5}\times\frac{5}{13} = \frac{33}{65}$
যেহেতু $\cos(\alpha+\beta) > 0$ এবং $0 < \alpha+\beta < \pi$, তাই $\alpha+\beta$ সূক্ষ্মকোণ
সুতরাং, $\sin^{-1}\frac{33}{65} = \frac{\pi}{2} - (\alpha+\beta)$
$\alpha+\beta+\frac{\pi}{2} - (\alpha+\beta) = \frac{\pi}{2}$
অতএব, মান $\frac{\pi}{2}$

২৪. খ. $\tan^{-1}\frac{4}{3}$

ব্যাখ্যা: $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{6}} = \tan^{-1}1 = \frac{\pi}{4}$
সুতরাং, মোট মান $= \frac{\pi}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{7}$, যা $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ এ থাকে
$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \tan^{-1}\frac{1}{7}\right) = \frac{1+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}} = \frac{4}{3}$
অতএব, মান $\tan^{-1}\frac{4}{3}$

২৫. খ. 2

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\sin x + \sin 3x = 2\sin 2x\cos x$, তাই সমীকরণটি $\sin 2x(2\cos x + 1) = 1$
ধরি, $P(x) = \sin 2x(2\cos x + 1)$
$\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ এ $\cos x \le 0$, তাই $|2\cos x + 1| \le 1$ এবং $|P(x)| \le 1$
সমতার জন্য $|\sin 2x| = 1$ ও $|2\cos x + 1| = 1$ একসাথে হতে হবে, যা অসম্ভব; তাই $P(x) < 1$
$\frac{3\pi}{2} \le x \le 2\pi$ এ $\sin 2x \le 0$ ও $2\cos x + 1 > 0$, তাই $P(x) \le 0$
সুতরাং, সব মূল $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ এ আছে
এখানে, $P(0) = P\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ এবং $P\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + 1 > 1$
$c = \cos x$ হলে $P'(x) = 2\left(6c^3 + 2c^2 - 4c - 1\right)$; এই ঘন রাশি $[0, 1]$ এ ঠিক একবার চিহ্ন বদলায়
অতএব, P প্রথমে বাড়ে, পরে কমে এবং সর্বোচ্চ মান 1 এর বেশি; তাই $P(x) = 1$ এর মূল ঠিক 2 টি

২৬. গ. 2

ব্যাখ্যা: $x = 0$ এ $2^0 + 2^1 = 3$ এবং $x = \frac{\pi}{2}$ এ $2^1 + 2^0 = 3$; দুটিই সমাধান
$\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ এ $0 < \sin x < 1, \cos x < 0$, তাই বামপক্ষ $< 2 + 1 = 3$
$\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ এ $\sin x \le 0, \cos x \le 0$, তাই বামপক্ষ $\le 2 < 3$
$\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ এ $\sin x < 0, \cos x < 1$, তাই বামপক্ষ $< 1 + 2 = 3$
$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ এ ধরি, $G(x) = 2^{\sin x} + 2^{\cos x} - 3$; $G(0) = G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
$G'(x) = \ln 2\left(\cos x \cdot 2^{\sin x} - \sin x \cdot 2^{\cos x}\right)$
$G'(x) = 0$ হলে $\frac{\cos x}{2^{\cos x}} = \frac{\sin x}{2^{\sin x}}$; $(0, 1)$ এ $\frac{t}{2^t}$ বর্ধমান, তাই $\sin x = \cos x$, অর্থাৎ একমাত্র ক্রান্তিবিন্দু $x = \frac{\pi}{4}$
যেহেতু $G'(0) > 0$, তাই G প্রথমে বাড়ে, $\frac{\pi}{4}$ এর পর কমে; সুতরাং $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ এ $G > 0$
অতএব, সমাধান $x = 0$ ও $x = \frac{\pi}{2}$, মোট 2 টি

২৭. গ. 2

ব্যাখ্যা: ধরি, $u = \sin x + \cos x$, তাহলে $u^2 = 1 + \sin 2x$, অর্থাৎ $\sin 2x = u^2 - 1$
প্রশ্নমতে, $u = u^2 - 1$ বা $u^2 - u - 1 = 0$
$u = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
কিন্তু $|u| \le \sqrt{2}$ এবং $\frac{1+\sqrt{5}}{2} > \sqrt{2}$, তাই $u = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$
ডানপক্ষ ঋণাত্মক এবং -1 এর চেয়ে বড়, তাই $x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}\right)$ এ এই মান ঠিক 2 বার পাওয়া যায়
অতএব, সমাধান 2 টি

২৮. ঘ. 10

ব্যাখ্যা: $\sin 3x = \cos 5x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$
প্রথম ক্ষেত্রে, $3x = \frac{\pi}{2} - 5x + 2n\pi$, অর্থাৎ $x = \frac{\pi}{16} + \frac{n\pi}{4}$; $[0, 2\pi)$ এ $n = 0, 1, \ldots, 7$ নিয়ে 8 টি মূল
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $3x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + 2n\pi$, অর্থাৎ $x = -\frac{\pi}{4} - n\pi$; $[0, 2\pi)$ এ $x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$, অর্থাৎ 2 টি মূল
প্রথম ক্ষেত্রের মূলগুলো $\frac{\pi}{16}$ এর বিজোড় গুণিতক, কিন্তু $\frac{3\pi}{4} = \frac{12\pi}{16}$ ও $\frac{7\pi}{4} = \frac{28\pi}{16}$ জোড় গুণিতক; তাই কোনো মিল নেই
অতএব, মোট সমাধান $8 + 2 = 10$ টি

২৯. ক. 14

ব্যাখ্যা: $\cos x + \cos 7x = 2\cos 4x \cos 3x$
$\cos 3x + \cos 5x = 2\cos 4x \cos x$
$2\cos 4x(\cos 3x + \cos x) =$
$4\cos 4x \cos 2x \cos x = 0$
$\cos 4x = 0$ থেকে x হলো $\frac{\pi}{8}$ এর বিজোড় গুণিতক, 8 টি মূল
$\cos 2x = 0$ থেকে $x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$, 4 টি মূল
$\cos x = 0$ থেকে $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, 2 টি মূল
এই তিন সেটে কোনো মিল নেই
অতএব, মোট সমাধান $8 + 4 + 2 = 14$ টি

৩০. গ. 12
ব্যাখ্যা: উভয়পাশে বর্গ করে, $\sin^2 x = \cos^2 3x$
$1 - \cos 2x = 1 + \cos 6x$
$\cos 6x + \cos 2x = 0$
$2\cos 4x \cos 2x = 0$
$\cos 4x = 0$ থেকে 8 টি এবং $\cos 2x = 0$ থেকে 4 টি মূল; দুই সেটে কোনো মিল নেই
অতএব, মোট সমাধান 12 টি

৩১. গ. $\frac{2026}{2^{2025}}$
ব্যাখ্যা: সূত্র: $\prod_{k=1}^{n-1} \sin \frac{k\pi}{n} = \frac{n}{2^{n-1}}$
এখানে, $n = 2026$
অতএব, গুণফল $\frac{2026}{2^{2025}}$

৩২. ঘ. $\cot \frac{\pi}{2048}$
ব্যাখ্যা: $\tan t = \cot t - 2\cot 2t$
সুতরাং, $2^k \tan\left(2^k x\right) = 2^k \cot\left(2^k x\right) - 2^{k+1}\cot\left(2^{k+1}x\right)$
$k = 0$ থেকে 9 পর্যন্ত যোগ করে (কাটাকাটি), যোগফল $= \cot x - 2^{10}\cot\left(2^{10}x\right)$
এখানে, $2^{10}x = \frac{1024\pi}{2048} = \frac{\pi}{2}$ এবং $\cot \frac{\pi}{2} = 0$
অতএব, মান $\cot \frac{\pi}{2048}$

৩৩. ঘ. 10
ব্যাখ্যা: $\cos 5x = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$
সুতরাং, সমীকরণটি $\cos 5x = \frac{1}{2}$
এখানে, $5x \in [0, 10\pi)$, যা 5 টি পূর্ণ 2π পর্যায়
প্রতি 2π এ $\cos 5x = \frac{1}{2}$ এর 2 টি মান আছে
অতএব, সমাধান $5 \times 2 = 10$ টি

৩৪. খ. $\frac{11}{8}$
ব্যাখ্যা: ধরি, $F(x) = \lambda$, তাহলে $(\sin x + 2\cos x)^2 = \lambda(3 + 2\sin x \cos x)$
$\sin^2 x + 4\cos^2 x + 4\sin x \cos x =$
$3\lambda\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) + 2\lambda \sin x \cos x$
$\cos^2 x$ দিয়ে ভাগ করে $t = \tan x$ বসালে, $(1 - 3\lambda)t^2 + (4 - 2\lambda)t + (4 - 3\lambda) = 0$
t বাস্তব, তাই নিশ্চায়ক $D \geq 0$
$(4 - 2\lambda)^2 - 4(1 - 3\lambda)(4 - 3\lambda) \geq 0$
$16 - 16\lambda + 4\lambda^2 - 16 + 60\lambda - 36\lambda^2 \geq 0$
$4\lambda(11 - 8\lambda) \geq 0$
সুতরাং, $0 \leq \lambda \leq \frac{11}{8}$
অতএব, সর্বোচ্চ মান $\frac{11}{8}$

৩৫. গ. 78°
ব্যাখ্যা: ঘড়ির কাঁটার কোণের সূত্র: $\theta = \left|30H - \frac{11M}{2}\right|$
এখানে, $H = 7$ এবং $M = 24$
$\theta = \left|30 \times 7 - \frac{11 \times 24}{2}\right| = |210 - 132|$
অতএব, ক্ষুদ্রতর কোণ 78°

৩৬. ক. $\frac{4\pi}{5}$
ব্যাখ্যা: $f(x) = A\sin(bx + c) + d$ ফাংশনের পর্যায় $T = \frac{2\pi}{|b|}$
এখানে, $b = \frac{5}{2}$
$T = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}$
অতএব, মৌলিক পর্যায় $\frac{4\pi}{5}$

৩৭. খ. $\frac{135\pi}{2}\ \text{cm}^2$
ব্যাখ্যা: বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $A = \frac{1}{2}r^2\theta$
এখানে, $r = 18\ \text{cm}$ এবং $\theta = \frac{5\pi}{12}$
$A = \frac{1}{2} \times 18^2 \times \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2} \times 324 \times \frac{5\pi}{12}$
অতএব, ক্ষেত্রফল $\frac{135\pi}{2}\ \text{cm}^2$

৩৮. খ. $[-3, 11]$
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $-1 \leq \sin\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) \leq 1$
$-7 \leq 7\sin\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) \leq 7$
$-3 \leq y \leq 11$
অতএব, রেঞ্জ $[-3, 11]$

৩৯. গ. $24\pi\ \text{rads}^{-1}$
ব্যাখ্যা: 1 বার ঘুরলে অতিক্রান্ত কোণ 2π রেডিয়ান
এখানে, 60 সেকেন্ডে ঘোরে 720 বার
$\omega = \frac{2\pi \times 720}{60} = 24\pi\ \text{rads}^{-1}$
অতএব, কৌণিক বেগ $24\pi\ \text{rads}^{-1}$

৪০. ক. $-1 - 4\cos A \cos B \cos C$
ব্যাখ্যা: $A + B + C = \pi$ হলে, $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2\cos A \cos B \cos C$
আমরা জানি, $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C =$
$2\left(\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C\right) - 3$
$= 2(1 - 2\cos A \cos B \cos C) - 3$
অতএব, মান $-1 - 4\cos A \cos B \cos C$

৪১. খ. $\frac{c^4}{a^2b^2}$
ব্যাখ্যা: সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos A = \frac{b}{c}$ এবং $\cos B = \frac{a}{c}$
$\sec^2 A + \sec^2 B = \frac{c^2}{b^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2(a^2+b^2)}{a^2b^2}$

যেহেতু $a^2 + b^2 = c^2$
অতএব, মান $\frac{c^4}{a^2b^2}$

৪২. ক. $\frac{\pi}{2}$
ব্যাখ্যা: $\tan\theta \tan\phi = (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
সুতরাং, $\tan(\theta+\phi) = \frac{\tan\theta+\tan\phi}{1-\tan\theta\tan\phi}$ এর হর 0, অর্থাৎ $\tan(\theta+\phi)$ অসংজ্ঞায়িত
যেহেতু $0 < \theta + \phi < \pi$, তাই $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$
অতএব, মান $\frac{\pi}{2}$

৪৩. গ. $75°$
ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $\sqrt{3}\tan 5\theta - \sqrt{3}\tan 3\theta + \tan 5\theta \tan 3\theta + 1 = 0$
বা, $\sqrt{3}(\tan 5\theta - \tan 3\theta) = -(1 + \tan 3\theta \tan 5\theta)$
বা, $\frac{\tan 5\theta - \tan 3\theta}{1+\tan 3\theta \tan 5\theta} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\tan 2\theta = \tan 150°$
বা, $2\theta = n \cdot 180° + 150°$
সুতরাং, $\theta = n \cdot 90° + 75°$
অতএব, $0° < \theta < 90°$ ব্যবধিতে $\theta = 75°$

৪৪. ক. 5
ব্যাখ্যা: এখানে, $\frac{1}{\cos 4\theta} - \frac{1}{\cos 2\theta} = 2$
বা, $\cos 2\theta - \cos 4\theta = 2\cos 4\theta \cos 2\theta = \cos 6\theta + \cos 2\theta$
বা, $\cos 6\theta + \cos 4\theta = 0$
বা, $2\cos 5\theta \cos\theta = 0$
সুতরাং, $\cos 5\theta = 0$ অথবা $\cos\theta = 0$
$\cos 5\theta = 0$ হলে, $\theta = (2n+1) \cdot 18°$, অর্থাৎ $\theta = 18°, 54°, 90°, 126°, 162°$
$\cos\theta = 0$ হলে, $\theta = 90°$, যা আগেই আছে
অতএব, সমাধান সংখ্যা 5

৪৫. খ. $\sqrt{2} - 1$
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2}$
সুতরাং, $2\tan^{-1}x + 3\left(\tan^{-1}x + \cot^{-1}x\right) = \frac{7\pi}{4}$
বা, $2\tan^{-1}x + \frac{3\pi}{2} = \frac{7\pi}{4}$
বা, $2\tan^{-1}x = \frac{\pi}{4}$
বা, $\tan^{-1}x = \frac{\pi}{8}$
অতএব, $x = \tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$

৪৬. ঘ. 8
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $-\sqrt{7^2+5^2} \le 7\cos x + 5\sin x \le \sqrt{7^2+5^2}$
সুতরাং, সমাধান থাকতে হলে, $-\sqrt{74} \le 2k+1 \le \sqrt{74}$
বা, $-4.8 \le k \le 3.8$
এখানে, k পূর্ণসংখ্যা, তাই k = $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
অতএব, k এর মান 8 টি

৪৭. ক. $\frac{1}{12}$
ব্যাখ্যা: এখানে, $f_4(x) = \frac{1}{4}\left\{\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right\} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}\sin^2 2x$
এবং, $f_6(x) = \frac{1}{6}\left\{\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^3 - 3\sin^2 x\cos^2 x\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\right\} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8}\sin^2 2x$
অতএব, $f_4(x) - f_6(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

৪৮. গ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
ব্যাখ্যা: এখানে, $\frac{\sin A - \sin C}{\cos C - \cos A} = \frac{2\cos\frac{A+C}{2}\sin\frac{A-C}{2}}{2\sin\frac{A+C}{2}\sin\frac{A-C}{2}} = \cot\frac{A+C}{2}$
সুতরাং, $\cot B = \cot\frac{A+C}{2}$
বা, $A + C = 2B$
আবার, $A + B + C = 180°$
বা, $3B = 180°$
বা, $B = 60°$
অতএব, $\cot B = \cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

৪৯. খ. 0
ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $2\cos(\beta-\gamma) + 2\cos(\gamma-\alpha) + 2\cos(\alpha-\beta) + 3 = 0$
বা, $\sum(2\cos\beta\cos\gamma + 2\sin\beta\sin\gamma) + \sum\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right) = 0$
বা, $(\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma)^2 + (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma)^2 = 0$
সুতরাং, দুটি বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে প্রতিটি শূন্য
অতএব, $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$

৫০. ক. $(4n-1)\frac{\pi}{8}$
ব্যাখ্যা: এখানে, $\sin\theta\cos\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta) = \frac{1}{4}$
বা, $-\sin\theta\cos\theta\cos 2\theta = \frac{1}{4}$
বা, $4\sin\theta\cos\theta\cos 2\theta = -1$
বা, $2\sin 2\theta\cos 2\theta = -1$
বা, $\sin 4\theta = -1$
সুতরাং, $4\theta = (4n-1)\frac{\pi}{2}$
অতএব, $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{8}$