MCQ ৫০ নম্বর

১. ক. $\frac{3\sqrt{11}}{10}$
ব্যাখ্যা: ধরি, $t = \tan\alpha$
তাহলে $x = \frac{t}{1+t^2} = \frac{1}{2}\sin 2\alpha \Rightarrow 2x = \sin 2\alpha$
এবং $y = 5\cos 2\alpha \Rightarrow \frac{y}{5} = \cos 2\alpha$
বর্গ করে যোগ করে, $4x^2 + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{25} = 1$
এখানে $a^2 = 25, b^2 = \frac{1}{4}$
সুতরাং $e = \sqrt{1 - \frac{1/4}{25}} = \sqrt{\frac{99}{100}} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$

২. খ. $5x^2 - 4y^2 = 20$
ব্যাখ্যা: ধরি, বিন্দুটি $P(x, y)$
$SP = \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$, রেখা থেকে দূরত্ব $= \frac{|3x-4|}{3}$
শর্তমতে, $\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = \frac{3}{2} \times \frac{|3x-4|}{3} = \frac{|3x-4|}{2}$
বর্গ করে, $4(x-3)^2 + 4y^2 = (3x-4)^2$
$4x^2 - 24x + 36 + 4y^2 = 9x^2 - 24x + 16$
সুতরাং $5x^2 - 4y^2 = 20$

৩. গ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
ব্যাখ্যা: $x^2 + 4y^2 + 2x - 24y + 33 = 0$
$(x+1)^2 + 4(y-3)^2 = 4 + 1 + 36 - 33 = 4$
$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{1} = 1$
এখানে $a^2 = 4, b^2 = 1$
$e = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৪. ঘ. -1
ব্যাখ্যা: $(at_1^2, 2at_1)$ ও $(at_2^2, 2at_2)$ যোগকারী জ্যা:
$2x - (t_1 + t_2)y + 2at_1t_2 = 0$
$y^2 = 4ax$ এর নাভি $(a, 0)$
জ্যা নাভিগামী হলে, $2a + 2at_1t_2 = 0$
সুতরাং $t_1t_2 = -1$

৫. ক. $2x^2 - y^2 = 6$
ব্যাখ্যা: উপবৃত্তে $a^2 = 16, b^2 = 7$; $e_1 = \sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \frac{3}{4}$
উপকেন্দ্র $(\pm 4 \times \frac{3}{4}, 0) = (\pm 3, 0)$
অধিবৃত্তের জন্য $ae_2 = 3$, $e_2 = \sqrt{3}$ হলে $a = \sqrt{3}$
$b^2 = a^2(e_2^2 - 1) = 3(3-1) = 6$
সমীকরণ: $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1 \Rightarrow 2x^2 - y^2 = 6$

৬. খ. $4x^2 - 9y^2 = 36$
ব্যাখ্যা: ধরি, অধিবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
প্রশ্নমতে, $(2a)^2 + (2b)^2 = 52 \Rightarrow a^2 + b^2 = 13$
$e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} = \frac{13}{9} \Rightarrow b^2 = \frac{4}{9}a^2$
সমাধান করে, $a^2 = 9, b^2 = 4$
সমীকরণ: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 9y^2 = 36$

৭. গ. $(5, \pm 2\sqrt{15})$
ব্যাখ্যা: $y^2 = 12x \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$
উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= x + a = 8 \Rightarrow x = 5$
$y^2 = 12 \times 5 = 60 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{15}$
বিন্দুটি $(5, \pm 2\sqrt{15})$

৮. ঘ. $(3, 0)$
ব্যাখ্যা: $(3, -6)$ বিন্দুগামী: $(-6)^2 = 6p(3) \Rightarrow 36 = 18p \Rightarrow p = 2$
সমীকরণ: $y^2 = 12x \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$
উপকেন্দ্র $(3, 0)$

৯. ক. 0
ব্যাখ্যা: এখানে $a^2 = 9, b^2 = 16$, যেহেতু $b^2 > a^2$ তাই মুখ্য অক্ষ y-অক্ষ বরাবর, ফোকাসদ্বয় $(0, \pm be)$ আকারে, অর্থাৎ মূলবিন্দুর সাথে একই সরলরেখায়
মূলবিন্দু ও দুই ফোকাস একই সরলরেখায় থাকায় তিনটি বিন্দু সমরেখ
সুতরাং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 0$

১০. খ. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{9y^2}{b^2} = 1$
ব্যাখ্যা: ধরি, $P(a\cos\theta, b\sin\theta)$ এবং দ্বিগুণ কোটি $Q(a\cos\theta, -b\sin\theta)$
P-এর নিকটতম ত্রিখণ্ডক বিন্দু (h, k):
$h = \frac{1\cdot(a\cos\theta) + 2\cdot(a\cos\theta)}{3} = a\cos\theta$
$k = \frac{1\cdot(-b\sin\theta) + 2\cdot(b\sin\theta)}{3} = \frac{b\sin\theta}{3}$
$\cos\theta = \frac{h}{a}$, $\sin\theta = \frac{3k}{b}$
সুতরাং সঞ্চারপথ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{9y^2}{b^2} = 1$

১১. ঘ. অধিবৃত্ত
ব্যাখ্যা: $y = \sqrt{x^2 - 1}$
বর্গ করে, $y^2 = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - y^2 = 1$
$\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 1$
ইহা একটি অধিবৃত্ত

১২. ক. $\frac{1}{\sqrt{5}}$
ব্যাখ্যা: ধরি, উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b)$
প্রশ্নমতে, $2b = 2 \times (2ae) \Rightarrow b = 2ae$
$b^2 = a^2(1 - e^2)$ থেকে, $4a^2e^2 = a^2(1 - e^2)$
$5e^2 = 1 \Rightarrow e = \frac{1}{\sqrt{5}}$

১৩. গ. $41x^2 + 24xy + 34y^2 - 6x + 308y + 449 = 0$

ব্যাখ্যা: ধরি, বিন্দুটি $P(x, y)$

$\sqrt{x^2 + (y+3)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{|3x-4y+1|}{5}$

বর্গ করে, $50[x^2 + (y+3)^2] = (3x - 4y + 1)^2$

$50x^2 + 50y^2 + 300y + 450 = 9x^2 + 16y^2 + 1 - 24xy + 6x - 8y$

সুতরাং $41x^2 + 24xy + 34y^2 - 6x + 308y + 449 = 0$

১৪. খ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা: $2x^2 + 3y^2 - 4x = 4$

$2(x-1)^2 + 3y^2 = 6$

$\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

$e = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

১৫. গ. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

ব্যাখ্যা: ধরি, উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$(2, 2)$ বিন্দুগামী: $\frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$

$(3, \frac{4}{3})$ বিন্দুগামী: $\frac{9}{a^2} + \frac{16}{9b^2} = 1$

সমাধান করে, $a^2 = 13$, $b^2 = \frac{52}{9}$

$e = \sqrt{1 - \frac{52/9}{13}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

১৬. ঘ. $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

ব্যাখ্যা: $3r^2 \sin^2\theta = 16r\cos\theta$

$3(r\sin\theta)^2 = 16(r\cos\theta) \Rightarrow 3y^2 = 16x$

$y^2 = \frac{16}{3}x \Rightarrow 4a = \frac{16}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3}$

উপকেন্দ্র $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

১৭. ক. $\lambda > \frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 6x \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$y = 3x + \lambda$ থেকে $m = 3, c = \lambda$

স্পর্শ/ছেদ না করার শর্ত: $c > \frac{a}{m}$

$\lambda > \frac{3/2}{3} = \frac{1}{2}$

১৮. খ. $3x^2 + 4y^2 = 48$

ব্যাখ্যা: $SP = e \cdot PM$

$\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \frac{1}{2} \times |x - 8|$

বর্গ করে, $4(x^2 - 4x + 4 + y^2) = x^2 - 16x + 64$

সুতরাং $3x^2 + 4y^2 = 48$

১৯. গ. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

ব্যাখ্যা: $(-3, 2)$ বিন্দুগামী: $\frac{9}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 1$

$e^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow 1 + \frac{b^2}{a^2} = \frac{5}{3} \Rightarrow b^2 = \frac{2}{3}a^2$

সমাধান করে, $a^2 = 3, b^2 = 2$

নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

২০. ঘ. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

ব্যাখ্যা: $(8, -6)$ বিন্দুগামী: $3(64) - m(36) = 48 \Rightarrow 192 - 36m = 48 \Rightarrow m = 4$

সমীকরণ: $3x^2 - 4y^2 = 48 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$

$e = \sqrt{1 + \frac{12}{16}} = \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

২১. ক. $2\sqrt{10}$

ব্যাখ্যা: $x^2 - 9y^2 - 4x = 5$

$(x-2)^2 - 9y^2 = 9$

$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow a = 3, b = 1$

$e = \sqrt{1 + \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$

উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2ae = 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{10}}{3} = 2\sqrt{10}$

২২. খ. $\left(\frac{3}{m^2}, \frac{6}{m}\right)$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 12x \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$

$y = mx + c$ রেখা $y^2 = 4ax$ কে স্পর্শ করলে স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$

$a = 3$ বসিয়ে, স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{3}{m^2}, \frac{6}{m}\right)$

২৩. খ. $4\sqrt{5}\pi$

ব্যাখ্যা: $5(x-1)^2 + (y+2)^2 = 20$

$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{20} = 1$

এখানে অর্ধ-অক্ষ $\sqrt{4} = 2$ এবং $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ক্ষেত্রফল $= \pi \times 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\pi$

২৪. গ. অধিবৃত্ত

ব্যাখ্যা: $\operatorname{cosec} t + \sin t = \frac{x}{6}$ এবং $\operatorname{cosec} t - \sin t = \frac{y}{15}$

প্রথমটির বর্গ থেকে দ্বিতীয়টির বর্গ বিয়োগ করে, $4 = \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{225}$

$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{225} = 4$, যা একটি অধিবৃত্ত

২৫. ঘ. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

ব্যাখ্যা: $(x-1)^3 + y^2 - 4y + 2 = x^3 - 1$

$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + y^2 - 4y + 2 = x^3 - 1$

$-3x^2 + 3x + y^2 - 4y + 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3x - y^2 + 4y - 2 = 0$

$3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - (y-2)^2 = -\frac{21}{4}$

কেন্দ্র $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

২৬. ক. 4π

ব্যাখ্যা: $\frac{x-2}{4} = \cos\theta, y - 1 = \sin\theta$

বর্গ করে যোগ করে, $\frac{(x-2)^2}{16} + (y-1)^2 = 1$

এখানে $a = 4, b = 1$

ক্ষেত্রফল $= \pi ab = 4\pi$

২৭. গ. ± 5

ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 4, b^2 = 9$
স্পর্শকের শর্ত: $c^2 = a^2m^2 + b^2$
$m = 2$ বসিয়ে, $c^2 = 4 \times 4 + 9 = 25$
$c = \pm 5$

২৮. ঘ. $9x^2 + y^2 = 36$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 8x \Rightarrow a = 2$, নাভি $(2, 0)$
$x^2 = 24y \Rightarrow a = 6$, নাভি $(0, 6)$
ধরি, উপবৃত্ত $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$
$(2, 0)$ থেকে $A^2 = 4$; $(0, 6)$ থেকে $B^2 = 36$
সমীকরণ: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow 9x^2 + y^2 = 36$

২৯. ক. $x^2 = 2ay$

ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দু $(0, 0)$; পরাবৃত্তের উপর বিন্দু $P(2at, at^2)$
মধ্যবিন্দু $(x, y) = \left(at, \frac{at^2}{2}\right)$
$x = at \Rightarrow t = \frac{x}{a}$
$y = \frac{a}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2 \Rightarrow 2y = \frac{x^2}{a}$
সুতরাং $x^2 = 2ay$

৩০. খ. $4a\cos\theta\,\text{cosec}^2\theta$

ব্যাখ্যা: জ্যার সমীকরণ $y = x\tan\theta$
$(x\tan\theta)^2 = 4ax \Rightarrow x = 4a\cot^2\theta$
$y = x\tan\theta = 4a\cot\theta$
দৈর্ঘ্য $OP = \sqrt{x^2 + y^2} = 4a\sqrt{\cot^4\theta + \cot^2\theta} = 4a\cot\theta\,\text{cosec}\,\theta$
সরলীকরণে, $OP = 4a\cos\theta\,\text{cosec}^2\theta$

৩১. গ. $x + 2y = 0$

ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{3}, b = 1$
অসীমতটদ্বয়: $\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{3}} \pm y = 0 \Rightarrow x \pm \sqrt{3}y = 0$
সুতরাং $x - \sqrt{3}y = 0$ ও $x + \sqrt{3}y = 0$ উভয়ই অসীমতট, তাই $x + 2y = 0$ অসীমতট নয়

৩২. ঘ. $(0, 9)$

ব্যাখ্যা: ধরি, পরাবৃত্ত $y = ax^2 + bx + c$
$(-3, 0)$: $0 = 9a - 3b + c$
$(3, 0)$: $0 = 9a + 3b + c$
$(2, 5)$: $5 = 4a + 2b + c$
সমাধান করে, $a = -1, b = 0, c = 9$
$y = -x^2 + 9 \Rightarrow x^2 = -(y - 9)$
শীর্ষ $(0, 9)$

৩৩. ক. $3x + 4y + 25 = 0$

ব্যাখ্যা: অক্ষের ঢাল $= \frac{-4-4}{-3-3} = \frac{4}{3}$
দিকাক্ষের ঢাল, অক্ষের লম্ব বলে $= -\frac{3}{4}$
$(-3, -4)$ বিন্দুগামী দিকাক্ষ: $(y + 4) = -\frac{3}{4}(x + 3)$
সরলীকরণে, $3x + 4y + 25 = 0$

৩৪. খ. $2x + 2y - a = 0$

ব্যাখ্যা: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$
বর্গ করে, $x + y + 2\sqrt{xy} = a \Rightarrow (x + y - a)^2 = 4xy$
বিস্তার করে, $(x - y)^2 = a(2x + 2y - a)$
সুতরাং স্পর্শক: $2x + 2y - a = 0$

৩৫. গ. 2

ব্যাখ্যা: ধরি, $y^2 = 4ax$; ব্যাসার্ধ 4, গভীরতা 2 হওয়ায় $(2, 4)$ বিন্দুগামী
$4^2 = 4a(2) \Rightarrow 16 = 8a \Rightarrow a = 2$
শীর্ষ হতে রিসিভার (উপকেন্দ্র) এর দূরত্ব $= a = 2$ ফুট

৩৬. ক. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

ব্যাখ্যা: $9x^2 + 5y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1/9} + \frac{y^2}{1/5} = 1$
যেহেতু $\frac{1}{5} > \frac{1}{9}$, মুখ্য অক্ষ y-বরাবর; $a^2 = \frac{1}{5}$ (মুখ্য), $b^2 = \frac{1}{9}$
$e = \sqrt{1 - \frac{1/9}{1/5}} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3}$
দূরত্ব $= a\left(\frac{1}{e} - e\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt{5}}{6}$

৩৭. ঘ. 16

ব্যাখ্যা: $\left|\frac{a}{e} - ae\right| = 9$
$a\left(\frac{5}{4} - \frac{4}{5}\right) = 9 \Rightarrow a \times \frac{9}{20} = 9 \Rightarrow a = 20$
বৃহৎ অক্ষ $= 2a = 40$
$b^2 = a^2(1 - e^2) = 400 \times \frac{9}{25} = 144 \Rightarrow b = 12$,
ক্ষুদ্র অক্ষ $= 24$
পার্থক্য $= 40 - 24 = 16$ cm

৩৮. খ. উপবৃত্ত

ব্যাখ্যা: $|r| < 1$ হলে $1 + r > 0$ এবং $r - 1 < 0$
$\frac{x^2}{1+r} - \frac{y^2}{r-1} = \frac{x^2}{1+r} + \frac{y^2}{1-r} = 1$
উভয় হর ধনাত্মক হওয়ায় ইহা একটি উপবৃত্ত

৩৯. গ. 1 m

ব্যাখ্যা: $a^2 = 0.0625, b^2 = 0.1875$
নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2\times 0.1875}{0.25} = 1.5$ m
এই উচ্চতায় $y = \pm 0.75$ বসিয়ে, $\frac{x^2}{0.0625} - \frac{(0.75)^2}{0.1875} = 1$
$x = \sqrt{0.25} = 0.5$ m
ব্যাস $= 2 \times 0.5 = 1$ m

৪০. ঘ. 1.5π

ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$
সম্পূর্ণ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 2 \times 3 = 6\pi$
ধনাত্মক অক্ষ দুটি দ্বারা বেষ্টিত অংশ (এক-চতুর্থাংশ) $= \frac{6\pi}{4} = 1.5\pi$

৪১. ক. $(3, \pm 2\sqrt{6})$

ব্যাখ্যা: $(y-3)^2 + 6y - 9 = 8x \Rightarrow y^2 - 6y + 9 + 6y - 9 = 8x \Rightarrow y^2 = 8x$

$4a = 8 \Rightarrow a = 2$

উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= x + a = 5 \Rightarrow x = 3$

$y^2 = 8 \times 3 = 24 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{6}$

বিন্দুটি $(3, \pm 2\sqrt{6})$

৪২. খ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ব্যাখ্যা: $x^2 + 4y^2 - 2x = 15$

$(x-1)^2 + 4y^2 = 16$

$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

$e = \sqrt{1 - \frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৪৩. গ. $(y-2)^2 = 8(x-3)$

ব্যাখ্যা: ধরি, সমীকরণ $(y-2)^2 = 4a(x-3)$

শীর্ষ থেকে দিকাক্ষের লম্ব দূরত্ব $= a$

$|a| = |3 - 1| = 2$

সমীকরণ: $(y-2)^2 = 8(x-3)$

৪৪. ঘ. $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 12x \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$

$y = mx + c$ থেকে $m = 3, c = 1$; স্পর্শকের শর্ত $c = \frac{a}{m}$: $1 = \frac{3}{3} = 1$ (সিদ্ধ)

স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right) = \left(\frac{3}{9}, \frac{6}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}, 2\right)$

৪৫. ক. 3

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $\frac{2b^2}{a} = b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$e^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow 4e^2 = 3$

৪৬. খ. 6.25

ব্যাখ্যা: $(2, 1)$ বিন্দুগামী: $(1+4)^2 = 4k(2-1)$

$25 = 4k \Rightarrow k = 6.25$

৪৭. গ. $a\left(t + \frac{1}{t}\right)^2$

ব্যাখ্যা: $P(at^2, 2at)$; নাভিগামী জ্যার অপর প্রান্ত Q -এর জন্য $t_1 t = -1 \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{t}$, তাই $Q\left(\frac{a}{t^2}, -\frac{2a}{t}\right)$

$PQ^2 = a^2\left(t^2 - \frac{1}{t^2}\right)^2 + 4a^2\left(t + \frac{1}{t}\right)^2$

$= a^2\left(t + \frac{1}{t}\right)^2\left[\left(t - \frac{1}{t}\right)^2 + 4\right] = a^2\left(t + \frac{1}{t}\right)^4$

সুতরাং $PQ = a\left(t + \frac{1}{t}\right)^2$

৪৮. ক. $5y^2 = 18ax$

ব্যাখ্যা: ধরি, $P(at_1^2, 2at_1)$ ও $Q(at_2^2, 2at_2)$

প্রশ্নমতে, $2at_1 = 2 \times 2at_2 \Rightarrow t_1 = 2t_2$

মধ্যবিন্দু (h, k): $k = at_1 + at_2 = 3at_2 \Rightarrow t_2 = \frac{k}{3a}$

$h = \frac{at_1^2 + at_2^2}{2} = \frac{5at_2^2}{2}$

$2h = 5a \cdot \frac{k^2}{9a^2} \Rightarrow 5k^2 = 18ah \Rightarrow 5y^2 = 18ax$

৪৯. ঘ. $2\sqrt{14}$

ব্যাখ্যা: $x + y = 3$ ও $2x - 3y = 1$ এর ছেদবিন্দু $(2, 1)$

$e^2 = 3 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 2 \Rightarrow b^2 = 2a^2$

$(2, 1)$ বিন্দুগামী: $\frac{4}{a^2} - \frac{1}{2a^2} = 1 \Rightarrow \frac{7}{2a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{7}{2}, b^2 = 7$

উপকেন্দ্রিক লম্ব $= \frac{2b^2}{a} = \frac{14}{\sqrt{7/2}} = 2\sqrt{14}$

৫০. খ. $2\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: এখানে $a^2 = 3\sqrt{3}$, $b = 3$ (মুখ্য অক্ষ)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 3\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$