MCQ

৫০ নম্বর

১. ক. $e > \frac{2}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা: ধরি, $P(a\sec\phi, b\tan\phi)$।

$\angle POQ = 60°$ হওয়ায় $\angle PON = 30°$।

$\tan 30° = \frac{b\sin\phi}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin^2\phi = \frac{a^2}{3b^2}$

যেহেতু $\sin\phi < 1$, তাই $\frac{b^2}{a^2} > \frac{1}{3}$

$e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} > \frac{4}{3}$

অতএব, $e > \frac{2}{\sqrt{3}}$।

২. ঘ. $4ly = 4ln - (m^2 + 1)$

ব্যাখ্যা: $x^2 + \frac{m}{l}x + \frac{n}{l} = \frac{y}{l}$

$\left(x + \frac{m}{2l}\right)^2 = \frac{1}{l}\left(y - \frac{4ln - m^2}{4l}\right)$

শীর্ষ: $\left(-\frac{m}{2l}, \frac{4ln-m^2}{4l}\right)$, $4a = \frac{1}{l} \Rightarrow a = \frac{1}{4l}$

নিয়ামক: $y = \frac{4ln-m^2}{4l} - \frac{1}{4l}$

$\therefore 4ly = 4ln - (m^2 + 1)$

৩. ক. $\frac{\sqrt{13}}{3}$

ব্যাখ্যা: ধরি $t = \tan\theta$।

$x = 6\sec 2\theta$, $y = 4\tan 2\theta$

$\frac{x}{6} = \sec 2\theta$, $\frac{y}{4} = \tan 2\theta$

$\frac{x^2}{6^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$, তাই $a = 6, b = 4$

$e = \sqrt{1 + \frac{16}{36}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$।

৪. গ. $x + y + 3 = 0$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 12x = 4 \cdot 3 \cdot x \Rightarrow$ উপকেন্দ্র $(3, 0)$

উপকেন্দ্রিক লম্বের ঋণাত্মক প্রান্ত: $(3, -6)$

দিকাক্ষ ও অক্ষের ছেদবিন্দু: $(-3, 0)$

রেখার সমীকরণ: $y + 6 = \frac{-6}{6}(x - 3) \Rightarrow x + y + 3 = 0$

৫. গ. $16\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $x^2 = 8y = 4 \cdot 2 \cdot y$, $a = 2$

উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= y + a = 18 \Rightarrow y = 16$

$x^2 = 8 \times 16 \Rightarrow x = \pm 8\sqrt{2}$

দুই বিন্দুর দূরত্ব $= 2 \times 8\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

৬. ক. -2

ব্যাখ্যা: $x_1^2 = ay_1$, $x_2^2 = ay_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2a$

(রেখার ঢাল ব্যবহার করে)

$(x_1 - x_2)^2(1 + 4) = 40 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 8$

$x^2 - 2ax - a = 0$ থেকে $(x_1 - x_2)^2 = 4a^2 + 4a = 8$

$a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a + 2) = 0$

প্রদত্ত বিকল্প অনুযায়ী $a = -2$

৭. গ. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা: রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $(5, 4)$

$\frac{25}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$ এবং $\frac{2b^2}{a} = \frac{32}{25}$

$b^2 = \frac{16}{25}a$ বসিয়ে সমীকরণ সমাধান করলে $a = \frac{5}{\sqrt{2}}$ পাওয়া যায়।

৮. খ. $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 8 = 0$

ব্যাখ্যা: $SP = e \cdot PM$ ব্যবহার করে $(1, 1)$ বসালে $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$ পাওয়া যায়।

$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}(x - y - 4)^2$

সরলীকরণে: $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 8 = 0$

৯. ঘ. 12

ব্যাখ্যা: $\frac{(x-2)^2}{5^2} + \frac{(y-3)^2}{4^2} = 1$, $e = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

উপকেন্দ্রদ্বয়: $x = 2 \pm 5 \times \frac{3}{5} = 5, -1$; $y = 3$

শীর্ষবিন্দু: $(5, 3), (-1, 3), (0, 0)$

ক্ষেত্রফল $= 12$ বর্গ একক

১০. গ. $111.8°$

ব্যাখ্যা: $y = 3\sec\theta$, $x = 2\tan\theta \Rightarrow \tan\theta = -\frac{5}{2}$

(দ্বিতীয় চতুর্ভাগে, যেহেতু $x < 0, y > 0$)

$\theta = 180° - \tan^{-1}\left(\frac{5}{2}\right) = 180° - 68.2° = 111.8°$

১১. খ. $\frac{9x^2}{80} - \frac{y^2}{5} = 1$

ব্যাখ্যা: অসীমতট: $(4y - 3x)(4y + 3x) + K = 0$

$(4, 2)$ বসিয়ে: $(8 - 12)(8 + 12) + K = 0 \Rightarrow K = 80$

$\frac{9x^2}{80} - \frac{y^2}{5} = 1$

১২. ঘ. $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 3 = 0$

ব্যাখ্যা: $S(-1, -1)$, $S'(1, 1)$, $2a = 2\sqrt{3}$

$SP + S'P = 2a$ থেকে বর্গ করে সরলীকরণ করলে: $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 3 = 0$

১৩. ক. $\pm\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

স্পর্শকের ঢাল m' ধরে $(4 - mm')^2 = 9m'^2 + 4$

$(m^2 - 9)m'^2 - 8mm' + 12 = 0$

লম্ব শর্তে $m_1'm_2' = -1 = \frac{12}{m^2-9}$

$9 - m^2 = 12 \Rightarrow m = \pm\sqrt{3}$

১৪. খ. $(y^2 - 12x)(x + 3)^2 = \tan^2\alpha$

ব্যাখ্যা: $a = 3$; স্পর্শক: $y = mx + \frac{3}{m} \Rightarrow m^2x - my + 3 = 0$
$m_1 + m_2 = \frac{y}{x}$, $m_1 m_2 = \frac{3}{x}$
$\tan\alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$
$\tan^2\alpha = \frac{y^2 - 12x}{(x+3)^2}$

১৫. ঘ. -6
ব্যাখ্যা: $(0, 2)$ বসিয়ে $c = 2$
$y' = 10x + 3$, $x = 0$ তে $y' = 3$
স্পর্শক: $y - 2 = 3(x - 0) \Rightarrow -6x + 2y - 4 = 0$
$ax + 2y + 1 = 0$ এর সমান্তরাল হওয়ায় $\frac{a}{-6} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = -6$

১৬. ঘ. $\frac{32}{3\sqrt{3}}\pi$
ব্যাখ্যা: $ae = \frac{19}{3} - 5 = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{8}{3}$
$b^2 = a^2(1 - e^2) \Rightarrow b = \frac{4}{\sqrt{3}}$
ক্ষেত্রফল $= \pi ab = \frac{8}{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}}\pi = \frac{32}{3\sqrt{3}}\pi$

১৭. গ. 1
ব্যাখ্যা: $y^2 = 12z = 4 \cdot 3 \cdot z \Rightarrow$ উপকেন্দ্র $(0, 0, 3)$
$x^2 = 16z = 4 \cdot 4 \cdot z \Rightarrow$ উপকেন্দ্র $(0, 0, 4)$
দূরত্ব $= \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (4-3)^2} = 1$

১৮. ঘ. $\pm\frac{3\sqrt{6}}{2}$
ব্যাখ্যা: $\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{2} = p \Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{2p}{\sqrt{3}}$; $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $c = \frac{2p}{\sqrt{3}}$
স্পর্শকের শর্ত: $c^2 = a^2m^2 - b^2$
$\frac{4p^2}{3} = 81 \times \frac{1}{3} - 9 = 18 \Rightarrow p^2 = \frac{27}{2}$
$p = \pm\sqrt{\frac{27}{2}} = \pm\frac{3\sqrt{6}}{2}$

১৯. খ. $4a\csc\theta\cot\theta$
ব্যাখ্যা: জ্যা: $y = x\tan\theta \Rightarrow x = y\cot\theta$
$y^2 = 4a\cot\theta \cdot y \Rightarrow y = 0$ বা $4a\cot\theta$
$P(0, 0)$, $Q(4a\cot^2\theta, 4a\cot\theta)$
$PQ = \sqrt{16a^2\cot^4\theta + 16a^2\cot^2\theta} = 4a\cot\theta\csc\theta$

২০. ঘ. $3x^2 - y^2 = 12$
ব্যাখ্যা: উপবৃত্তে $e_1 = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$, নাভি $(\pm4, 0)$
অধিবৃত্তে $ae_2 = 4 \Rightarrow a \times 2 = 4 \Rightarrow a = 2$
$b^2 = a^2(e^2 - 1) = 4(4 - 1) = 12$
$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1 \Rightarrow 3x^2 - y^2 = 12$

২১. খ. $2\sqrt{14}$
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু $(2, 1)$
$\frac{4}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$
$e = \sqrt{3} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow b^2 = 2a^2$
$\frac{4}{a^2} - \frac{1}{2a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{7}{2}$, $b^2 = 7$
নাভিলম্ব $= \frac{2b^2}{a} = \frac{14}{\sqrt{7/2}} = 2\sqrt{14}$

২২. ঘ. $\frac{5x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$
ব্যাখ্যা: $(6, 4)$: $\frac{36}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$
$(-3, 1)$: $\frac{9}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$
সমাধানে $b^2 = 4$, $a^2 = \frac{36}{5}$
$\therefore \frac{5x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$

২৩. খ. $-\frac{4}{9}$
ব্যাখ্যা: $4(x-1)^2 - 9(y-1)^2 = 36 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$
অসীমতট: $\frac{x-1}{3} = \pm\frac{y-1}{2}$, ঢাল $\pm\frac{2}{3}$
গুণফল $= -\frac{4}{9}$

২৪. ক. $(3, 0)$
ব্যাখ্যা: $t = \frac{y}{6} \Rightarrow x = 3\left(\frac{y}{6}\right)^2 \Rightarrow y^2 = 12x$
$4a = 12 \Rightarrow a = 3$
উপকেন্দ্র $(3, 0)$

২৫. ক. 1
ব্যাখ্যা: $x = \frac{y^2}{12}$ বসিয়ে সমাধান করলে $y = -6, 18$
$y = -6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, -6)$
$y = 18 \Rightarrow x = 27 \Rightarrow B(27, 18)$
ঢাল $= \frac{18-(-6)}{27-3} = \frac{24}{24} = 1$

২৬. ক. $x = -4$
ব্যাখ্যা: $x^2 + 8x - \frac{4}{3}y + \frac{52}{3} = 0 \Rightarrow (x+4)^2 = \frac{4}{3}(y-1)$
অক্ষরেখা: $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

২৭. খ. 10
ব্যাখ্যা: $a = 2$; $8^2 = 8x \Rightarrow x = 8$, $P(8, 8)$
উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $= x + a = 8 + 2 = 10$

২৮. ক. $4x^2 - 4y - 3 = 0$
ব্যাখ্যা: ধরি $P(\alpha, \beta)$ পরাবৃত্তের উপর, $\alpha^2 = 4\beta$
$Q(h, k)$ বিভাজন করে: $h = \frac{\alpha}{4} \Rightarrow \alpha = 4h$; $k = \frac{\beta - 3}{4} \Rightarrow \beta = 4k + 3$
$(4h)^2 = 4(4k + 3) \Rightarrow 16h^2 = 16k + 12$
$\therefore 4x^2 - 4y - 3 = 0$

২৯. খ. $\frac{(y-4)^2}{2^2} - \frac{(x-3)^2}{2.5^2} = 1$
ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দু $(3, 6)$ ও $(3, 2)$, কেন্দ্র $(3, 4)$, $b = 2$ (কেন্দ্র থেকে শীর্ষের দূরত্ব)

$e = \frac{\sqrt{41}}{4} \Rightarrow 1 + \frac{a^2}{b^2} = \frac{41}{16} \Rightarrow a^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow a = 2.5$
$\frac{(y-4)^2}{2^2} - \frac{(x-3)^2}{2.5^2} = 1$

৩০. ঘ. 16
ব্যাখ্যা: $(x-2)^2 = 16(y+1)$
$4a = 16 \Rightarrow$ উপকেন্দ্রিক লম্ব $= 16$

৩১. গ. $\pm 60°$
ব্যাখ্যা: $P(\sqrt{6}\cos\theta, \sqrt{2}\sin\theta)$
$\sqrt{3} = \sqrt{6\cos^2\theta + 2\sin^2\theta} \Rightarrow 3 = 4\cos^2\theta + 2$
$\cos\theta = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \pm 60°$

৩২. খ. $(6-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$
ব্যাখ্যা: $4a = 24 \Rightarrow a = 6$
$x + \sqrt{3} = 6 \Rightarrow x = 6 - \sqrt{3}$
$y + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$
উপকেন্দ্র $(6-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

৩৩. গ. 9.6
ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{12^2} = 1$ $(a = 10, b = 12)$
$x = 6$ বসিয়ে: $\frac{36}{100} + \frac{h^2}{144} = 1$
$h^2 = 144 \times 0.64 = 92.16 \Rightarrow h = 9.6$ মিটার

৩৪. ক. 12
ব্যাখ্যা: $(2,4)$ বসিয়ে: $\frac{4}{P} + \frac{16}{2P} = 1 \Rightarrow \frac{4}{P} + \frac{8}{P} = 1 \Rightarrow \frac{12}{P} = 1$
$\therefore P = 12$

৩৫. খ. $x = 1, y = 2$
ব্যাখ্যা: $9(x-1)^2 + 4(y-2)^2 = 36$
$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$
কেন্দ্র $(1,2)$; এটি $x = 1$ ও $y = 2$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিসম

৩৬. ঘ. $\frac{3}{2}$
ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{1/3} + \frac{y^2}{1/4} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}}, b = \frac{1}{2}$
$e = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$
দূরত্ব $= a\left(\frac{1}{e} - e\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৩৭. গ. $2\sqrt{13}$
ব্যাখ্যা: $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1 \Rightarrow a = 2, b = 3$
$e = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$
দূরত্ব $= 2ae = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{13}}{2} = 2\sqrt{13}$

৩৮. খ. $2x - 3y = 0$
ব্যাখ্যা: $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 0 \Rightarrow y = \pm\frac{2}{3}x$
অর্থাৎ $2x - 3y = 0$ এবং $2x + 3y = 0$

৩৯. ঘ. $(0.5, 4)$
ব্যাখ্যা: $4a = 32 \Rightarrow a = 8; m = 4, c = 2$
স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right) = \left(\frac{8}{16}, \frac{16}{4}\right) = (0.5, 4)$

৪০. গ. 16 : 9
ব্যাখ্যা: $y^2 = 8x$ এর উপকেন্দ্রিক লম্ব $L_1 = 8$
$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a = 4, b = 3, L_2 = \frac{2b^2}{a} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$
$\frac{L_1}{L_2} = \frac{8}{9/2} = \frac{16}{9}$

৪১. ঘ. $4a^2 + 9b^2 - 12a = 0$
ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দু $A(3,0)$, জ্যা-এর অপর প্রান্ত (α, β):
$\frac{\alpha^2}{9} + \frac{\beta^2}{4} = 1$
মধ্যবিন্দু $(a,b) \Rightarrow \alpha = 2a - 3, \beta = 2b$
$\frac{(2a-3)^2}{9} + b^2 = 1 \Rightarrow 4a^2 + 9b^2 - 12a = 0$

৪২. গ. সরলরেখা যুগল
ব্যাখ্যা: $A = 1, B = 4, H = -2, G = \frac{3}{2}, F = -3, C = 2$
নির্ণায়ক $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3/2 \\ -2 & 4 & -3 \\ 3/2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 0$
যেহেতু $\Delta = 0$ এবং $H^2 = AB$, ইহা একজোড়া সমান্তরাল সরলরেখা নির্দেশ করে

৪৩. ক. 4
ব্যাখ্যা: $4a = 4 \Rightarrow a = 1$; উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4$
ত্রিভুজের ভূমি $= 4$ এবং উচ্চতা $= 2a = 2$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

৪৪. ক. $25x^2 + 16y^2 = 400$
ব্যাখ্যা: $b = 5$ (বৃহৎ অক্ষ y-অক্ষ বরাবর)
দিকাক্ষ: $y = \pm\frac{b}{e} = \pm\frac{25}{3} \Rightarrow e = \frac{3}{5}$
$a^2 = b^2(1 - e^2) = 25\left(1 - \frac{9}{25}\right) = 16$
$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow 25x^2 + 16y^2 = 400$

৪৫. ক. -4
ব্যাখ্যা: শীর্ষ $(2,3) \Rightarrow y - 3 = A(x-2)^2$
$(0,7)$ বসিয়ে: $4 = 4A \Rightarrow A = 1$
$y = x^2 - 4x + 7$
তুলনা করলে $b = -4$

৪৬. ক. $\pm\sqrt{34}$
ব্যাখ্যা: $a = 5, b = 3, m = 1$
স্পর্শ শর্ত: $c^2 = a^2m^2 + b^2 = 25 + 9 = 34$
$c = \pm\sqrt{34}$

৪৭. খ. $4\sqrt{7}$
ব্যাখ্যা: $a = 4, b = 3$, কেন্দ্র $(3,4)$
$e = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow ae = \sqrt{7}$

ফোকাসদ্বয়: $(3 \pm \sqrt{7}, 4)$
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 4 = 4\sqrt{7}$

৪৮. গ. $y = \pm 2\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$
y-অক্ষের উপর লম্ব অর্থাৎ ঢাল 0; এমন স্পর্শক $y = \pm b$
$\therefore y = \pm 2\sqrt{2}$

৪৯. ক. 6

ব্যাখ্যা: $a = 4, b = 3, e = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \frac{5}{4}$
উপকেন্দ্রিক দূরত্ব $d = |ey_1 - a|$ (নিকটতম ফোকাস)
$d = \frac{5}{4} \times 8 - 4 = 10 - 4 = 6$

৫০. গ.