MCQ ৫০ নম্বর

১. ক. উপবৃত্ত
ব্যাখ্যা: $y = \sqrt{4 - 2x^2}$
বর্গ করে, $y^2 = 4 - 2x^2 \Rightarrow 2x^2 + y^2 = 4$
$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$
ইহা একটি উপবৃত্ত

২. খ. $2x^2 - 4y + 3 = 0$
ব্যাখ্যা: ধরি, পরাবৃত্তের উপর বিন্দু $P(x_1, y_1)$, তাই $x_1^2 = 8y_1$; স্থির বিন্দু $A(0, 1)$
A, P কে $1 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দু (h, k):
$h = \frac{x_1}{4} \Rightarrow x_1 = 4h, \quad k = \frac{y_1+3}{4} \Rightarrow y_1 = 4k - 3$
বসিয়ে, $16h^2 = 8(4k - 3)$
সুতরাং $2x^2 - 4y + 3 = 0$

৩. গ. $4a$
ব্যাখ্যা: স্পর্শকের শর্ত: $c^2 = a^2m^2 - b^2$
এখানে $b^2 = 16, m = 2, c = 1$: $1 = 4a^2 - 16 \Rightarrow a^2 = \frac{17}{4} \Rightarrow 2a = \sqrt{17}$
অতিভুজ $= \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} = 2 \times 2a$
সুতরাং অতিভুজ $= 4a$ এর সমান

৪. ঘ. 16
ব্যাখ্যা: $y = 2x + 2 \Rightarrow m = 2, c = 2$
স্পর্শের শর্ত: $c = \frac{a}{m} \Rightarrow a = mc = 2 \times 2 = 4$
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4a = 16$

৫. ক. $\sqrt{\frac{3}{2}}$
ব্যাখ্যা: অধিবৃত্তে (x_1, y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের x -ছেদবিন্দু $= x_1e^2$
প্রশ্নমতে, $x_1 = 6$, ছেদবিন্দু $= 9$
$6e^2 = 9 \Rightarrow e^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow e = \sqrt{\frac{3}{2}}$

৬. খ. $x + y = -a$
ব্যাখ্যা: $y^2 = 4ax$ কে স্পর্শ করলে স্পর্শক: $y = mx + \frac{a}{m}$
এটি $x^2 = 4ay$ কেও স্পর্শ করলে, $x^2 - 4amx - \frac{4a^2}{m} = 0$ এর নিশ্চায়ক শূন্য
$(4am)^2 + \frac{16a^2}{m} = 0 \Rightarrow m^3 + 1 = 0 \Rightarrow m = -1$
সুতরাং $y = -x - a \Rightarrow x + y = -a$

৭. গ. $4\sec\theta, \sqrt{5}\tan\theta$
ব্যাখ্যা: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1 \Rightarrow a = 4, b = \sqrt{5}$
প্যারামেট্রিক স্থানাঙ্ক $(a\sec\theta, b\tan\theta) = (4\sec\theta, \sqrt{5}\tan\theta)$

৮. ঘ. $x - 4 = 0$
ব্যাখ্যা: $4(x - 1)^2 - 5(y + 2)^2 = 36 + 4 - 20 = 20$
$\frac{(x-1)^2}{5} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{5}, b = 2$
$e = \sqrt{1 + \frac{4}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$, তাই $ae = 3$
উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: $x - 1 = \pm 3 \Rightarrow x = 4$ বা $x = -2$
সুতরাং $x - 4 = 0$

৯. ক. $(3, 0)$
ব্যাখ্যা: $r^2\sin^2\theta = 12r\cos\theta$
$(r\sin\theta)^2 = 12(r\cos\theta) \Rightarrow y^2 = 12x$
$4a = 12 \Rightarrow a = 3$
উপকেন্দ্র $(3, 0)$

১০. খ. $\pm 45°$
ব্যাখ্যা: $a = \sqrt{6}, b = \sqrt{2}$; প্যারামেট্রিক বিন্দু $(\sqrt{6}\cos\theta, \sqrt{2}\sin\theta)$
প্রশ্নমতে, $6\cos^2\theta + 2\sin^2\theta = 4$
$4\cos^2\theta + 2 = 4 \Rightarrow \cos^2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\theta = \pm 45°$

১১. গ. $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$
ব্যাখ্যা: কেন্দ্র $\left(\frac{-1+9}{2}, 2\right) = (4, 2)$
$2a = |9 - (-1)| = 10 \Rightarrow a = 5$
$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow \frac{16}{25} = 1 - \frac{b^2}{25} \Rightarrow b^2 = 9$
সমীকরণ: $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

১২. ঘ. পরাবৃত্ত
ব্যাখ্যা: সংজ্ঞানুযায়ী, $SP = e \cdot PM$
প্রশ্নমতে, $SP = PM \Rightarrow e = 1$
$e = 1$ হলে সঞ্চারপথ পরাবৃত্ত

১৩. ক. $-4a^2$
ব্যাখ্যা: ধরি, প্রান্তবিন্দুদ্বয় $P(at_1^2, 2at_1)$, $Q(at_2^2, 2at_2)$; উপকেন্দ্রগামী জ্যার জন্য $t_1t_2 = -1$
কোটিদ্বয়ের গুণফল $y_1y_2 = (2at_1)(2at_2) = 4a^2t_1t_2 = 4a^2(-1) = -4a^2$

১৪. খ. $x = 8$
ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দু $(8, -3)$
পরাবৃত্তের অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল হওয়ায় শীর্ষে স্পর্শক অক্ষের লম্ব, অর্থাৎ উল্লম্ব রেখা
স্পর্শক: $x = 8$

১৫. গ. $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: ইহা একটি অধিবৃত্ত, আড় অক্ষ $2a = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$
উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $2ae = 8 \Rightarrow ae = 4$
$e = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

১৬. ঘ. $9x^2 - 9y^2 - 12y - 8 = 0$

ব্যাখ্যা: ধরি, অধিবৃত্তের উপর বিন্দু $P(x_1, y_1)$, তাই $x_1^2 - y_1^2 = 4$; স্থির বিন্দু $A(0, -1)$
A, P কে $1 : 2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দু (h, k):
$h = \frac{x_1}{3} \Rightarrow x_1 = 3h, \quad k = \frac{y_1 - 2}{3} \Rightarrow y_1 = 3k + 2$
বসিয়ে, $9h^2 - (3k + 2)^2 = 4 \Rightarrow 9h^2 - 9k^2 - 12k - 8 = 0$
সুতরাং $9x^2 - 9y^2 - 12y - 8 = 0$

১৭. ক. $\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 8x \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$
স্পর্শের শর্ত: $c = \frac{a}{m} = \frac{2}{3}$

১৮. খ. 10

ব্যাখ্যা: $16x^2 + 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a = 5$
উপবৃত্তের যেকোনো বিন্দুর জন্য, $PF_1 + PF_2 = 2a = 10$

১৯. গ. 64

ব্যাখ্যা: $y^2 = 64x \Rightarrow 4a = 64$
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4a = 64$

২০. ঘ. $15x^2 + 6xy + 7y^2 - 48x - 48y = 0$

ব্যাখ্যা: $y^2 = 8x \Rightarrow$ উপকেন্দ্র $P(2, 0)$; $x^2 = 24y \Rightarrow$ উপকেন্দ্র $Q(0, 6)$
মূলবিন্দু দিয়ে যায় বলে, $OP + OQ = 2a \Rightarrow 2 + 6 = 2a \Rightarrow a = 4$
বিন্দু $B(x, y)$ এর জন্য $BP + BQ = 8$; এই শর্তকে বর্গ করে সরল করলে,
$15x^2 + 6xy + 7y^2 - 48x - 48y = 0$

২১. ঘ. $x + 2y = 5$

ব্যাখ্যা: কেন্দ্র $(1, 2)$; $2ae = |5 - (-1)| = 6 \Rightarrow ae = 3$
$e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow 5 = 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$
অক্ষ উল্লম্ব হওয়ায় অসীমতট: $y - 2 = \pm\frac{a}{b}(x - 1) = \pm\frac{1}{2}(x - 1)$
ঋণাত্মক চিহ্নে: $2y - 4 = -(x - 1) \Rightarrow x + 2y = 5$

২২. খ. $(4, 0)$

ব্যাখ্যা: $2y = x + 16 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 8 \Rightarrow m = \frac{1}{2}, c = 8$
স্পর্শের শর্ত: $c = \frac{a}{m} \Rightarrow a = mc = \frac{1}{2} \times 8 = 4$
উপকেন্দ্র $(4, 0)$

২৩. ক. $2\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: এখানে $a^2 = 3\sqrt{3}$, $b = 3$ (মুখ্য অক্ষ)
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \times 3\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

২৪. গ. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

ব্যাখ্যা: $\frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{x^2}{1^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 2, b^2 = 1$
$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

২৫. ক. $(0, \pm 4\sqrt{2})$

ব্যাখ্যা: আয়তাকার অধিবৃত্ত: $y^2 - x^2 = a^2$
$(3, 5)$ বিন্দুগামী: $a^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow a = 4$
আয়তাকার অধিবৃত্তের $e = \sqrt{2}$
উপকেন্দ্র $(0, \pm ae) = (0, \pm 4\sqrt{2})$

২৬. খ. অধিবৃত্ত

ব্যাখ্যা: উভয়পক্ষ বর্গ করে সরল করলে একটি সাধারণ দ্বিঘাত রাশি $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + \cdots = 0$ পাওয়া যায়, যেখানে $B^2 - 4AC > 0$
যেহেতু $B^2 - 4AC > 0$, তাই ইহা একটি অধিবৃত্ত নির্দেশ করে

২৭. গ. (ক) এবং (খ) উভয়ই

ব্যাখ্যা: সমীকরণ: $\frac{x^2}{2/3} + \frac{y^2}{2/b} = 1$
উপবৃত্ত হতে হলে $\frac{2}{b} > 0 \Rightarrow b > 0$
বৃত্ত এড়াতে $\frac{2}{b} \neq \frac{2}{3} \Rightarrow b \neq 3$
সুতরাং $b > 0$ এবং $b \neq 3$ — উভয় শর্তই প্রয়োজন

২৮. ঘ. $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$

ব্যাখ্যা: $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + y^2 + 6y = x^3 + 6$
$3x^2 + 3x + y^2 + 6y - 5 = 0$
$3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 3)^2 = \frac{59}{4}$
কেন্দ্র $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$

২৯. ক. $9x - 8y = 20$

ব্যাখ্যা: সমদ্বিখণ্ডিত জ্যার সমীকরণ $T = S_1$
$T = 9x(4) - 16y(2) - 144 = 36x - 32y - 144$
$S_1 = 9(16) - 16(4) - 144 = -64$
$36x - 32y - 144 = -64 \Rightarrow 36x - 32y = 80$
সরলীকরণে, $9x - 8y = 20$

৩০. খ. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

ব্যাখ্যা: $2ae = 10 \Rightarrow ae = 5$; $e = \frac{5}{4}$ হওয়ায়, $a = \frac{5}{5/4} = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

$b^2 = a^2(e^2 - 1) = 16\left(\frac{25}{16} - 1\right) = 9$

সমীকরণ: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

৩১. গ. 5

ব্যাখ্যা: $4y = 4x + 4k \Rightarrow y = x + k \Rightarrow m = 1, c = k$

এখানে $a^2 = 16, b^2 = 9$

স্পর্শের শর্ত: $c^2 = a^2m^2 + b^2 \Rightarrow k^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow k = \pm 5$

৩২. ঘ. 2

ব্যাখ্যা: $(\pm 1, 0)$ বিন্দুগামী: $p(1) + 0 = 1 \Rightarrow p = 1$

সমীকরণ: $x^2 + 9y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1/9} = 1$

যেহেতু $1 > \frac{1}{9}$, মুখ্য অক্ষ x-বরাবর, $a = 1$

বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2$

৩৩. ক. $(3, 2)$

ব্যাখ্যা: $4(y - 2)^2 = 32(x - 3) \Rightarrow (y - 2)^2 = 8(x - 3)$

এই রূপ থেকে সরাসরি শীর্ষ $(3, 2)$

৩৪. গ. $-3a^2$

ব্যাখ্যা: $P(at_1^2, 2at_1)$, $Q(at_2^2, 2at_2)$; উপকেন্দ্রগামী বলে $t_1t_2 = -1$

$x_1x_2 = a^2t_1^2t_2^2 = a^2(t_1t_2)^2 = a^2$

$y_1y_2 = 4a^2t_1t_2 = -4a^2$

$x_1x_2 + y_1y_2 = a^2 - 4a^2 = -3a^2$

৩৫. খ. $16x^2 - 9y^2 + 64x + 18y + 199 = 0$

ব্যাখ্যা: ধরি, বিন্দুটি $P(x, y)$

$\frac{|4x-3y+11|}{5} \times \frac{|4x+3y+5|}{5} = \frac{144}{25}$

$|(4x - 3y + 11)(4x + 3y + 5)| = 144$

বিস্তার করে, $16x^2 - 9y^2 + 64x + 18y + 55 = \pm 144$

সুতরাং $16x^2 - 9y^2 + 64x + 18y + 199 = 0$

৩৬. ঘ. $x^2 - 3y^2 = 3$

ব্যাখ্যা: $x^2 + 4y^2 = 4 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow e_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

উপবৃত্তের উপকেন্দ্র $(\pm\sqrt{3}, 0)$

অধিবৃত্তের $e_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $(\pm\sqrt{3}, 0)$ বিন্দুগামী: $\frac{3}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 3$

$e_2^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{4}{3} = 1 + \frac{b^2}{3} \Rightarrow b^2 = 1$

সমীকরণ: $x^2 - 3y^2 = 3$

৩৭. ক. 9.455×10^7 মাইল

ব্যাখ্যা: $e = \frac{1}{60}$, $a = 9.3 \times 10^7$

বৃহত্তম দূরত্ব $d_{max} = a(1 + e) = 9.3 \times 10^7\left(1 + \frac{1}{60}\right)$

$= 9.3 \times 10^7 \times \frac{61}{60} = 9.455 \times 10^7$ মাইল

৩৮. খ. 1.94 m

ব্যাখ্যা: ধরি, উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; প্রশ্নমতে $a = 2\,m, b = 2\,m$

$x^2 + y^2 = 4$

যেকোনো প্রান্ত থেকে 1.5 m দূরে $x = 2 - 1.5 = 0.5$

$(0.5)^2 + h^2 = 4 \Rightarrow h = \sqrt{3.75} = 1.94\,m$

৩৯. গ. -18

ব্যাখ্যা: $(2, 3)$ বিন্দুগামী: $(3 + 3)^3 = 4k(2 - 5)$

$216 = -12k$

$k = -18$

৪০. ঘ. $3x + y + 1 = 0$

ব্যাখ্যা: $x - 3y + 5 = 0$ এর ঢাল $\frac{1}{3}$, লম্ব রেখার ঢাল $m = -3$

$y^2 = 12x \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$

স্পর্শক: $y = mx + \frac{a}{m} = -3x + \frac{3}{-3} = -3x - 1$

সুতরাং $3x + y + 1 = 0$

৪১. ক. $x^2 + 4x + 8y - 36 = 0$

ব্যাখ্যা: $|4a| = 8 \Rightarrow a = \pm 2$; অক্ষ y-অক্ষের সমান্তরাল: $(x + 2)^2 = \pm 8(y - 5)$

ঋণাত্মক চিহ্ন নিলে: $x^2 + 4x + 4 = -8y + 40$

সুতরাং $x^2 + 4x + 8y - 36 = 0$

৪২. খ. $\frac{5}{3}$

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{3} = \cot u + \tan u$, $\frac{y}{4} = \cot u - \tan u$

$\left(\frac{x}{3}\right)^2 - \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 4\cot u \tan u = 4$

$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1 \Rightarrow a^2 = 36, b^2 = 64$

$e = \sqrt{1 + \frac{64}{36}} = \sqrt{\frac{100}{36}} = \frac{5}{3}$

৪৩. গ. উপবৃত্ত

ব্যাখ্যা: সংজ্ঞানুযায়ী, দূরত্বের অনুপাত $= e = \frac{1}{2}$

যেহেতু $e < 1$, সঞ্চারপথ একটি উপবৃত্ত

৪৪. ঘ. $(\pm 2\sqrt{10}, 0)$

ব্যাখ্যা: $x - 3\sqrt{5}y = 0$ ও $\sqrt{5}x - 2y = 13$ এর ছেদবিন্দু $(3\sqrt{5}, 1)$

বিন্দুগামী: $\frac{45}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$

নাভিলম্ব: $\frac{2b^2}{a} = \frac{4}{3} \Rightarrow b^2 = \frac{2a}{3}$

সমাধান করে, $a^2 = 36, b^2 = 4$

$e = \sqrt{1 + \frac{4}{36}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$

উপকেন্দ্র $(\pm ae, 0) = (\pm 2\sqrt{10}, 0)$

৪৫. ক. $x^2 - y^2 = 32$

ব্যাখ্যা: $2ae = 16 \Rightarrow ae = 8$; $e = \sqrt{2}$ হওয়ায়, $a = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 32$

$b^2 = a^2(e^2 - 1) = 32(2 - 1) = 32$

সমীকরণ: $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{32} = 1 \Rightarrow x^2 - y^2 = 32$

৪৬. খ. $x = \infty$

ব্যাখ্যা: $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$; a = b হলে e = 0

নিয়ামক: $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a}{0} \Rightarrow x = \infty$

৪৭. খ. $\pm\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $x - py + 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{p}x + \frac{4}{p} \Rightarrow m = \frac{1}{p}, c = \frac{4}{p}$

$y^2 = 8x \Rightarrow a = 2$

স্পর্শের শর্ত: $c = \frac{a}{m} \Rightarrow \frac{4}{p} = 2p \Rightarrow p^2 = 2$

$p = \pm\sqrt{2}$

৪৮. গ. 6.4

ব্যাখ্যা: $16x^2 + 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a = 5, b^2 = 16$

উপকেন্দ্রিক লম্ব = $\frac{2b^2}{a} = \frac{32}{5} = 6.4$

৪৯. ঘ. $x = \pm 5$

ব্যাখ্যা: $4x^2 + 5y^2 = 20 \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 5, b^2 = 4$

$e = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

দিকাক্ষ: $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\left(\sqrt{5} \times \sqrt{5}\right) = \pm 5$

৫০. ক. 24.56

ব্যাখ্যা: a = 3, b = 4

উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi ab = \pi \times 3 \times 4 = 37.70$ বর্গ একক

বর্গের বাহু = $\sqrt{37.70} = 6.14$

পরিসীমা = $4 \times 6.14 = 24.56$