MCQ

৫০ নম্বর

১. ক. 3

ব্যাখ্যা: লম্ব হওয়ার শর্ত, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$
এখানে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = (2)(4) + (m)(-2) + (1)(-2)$
প্রশ্নমতে, $8 - 2m - 2 = 0$
বা, $2m = 6$
সুতরাং, $m = 3$

২. ক. $-\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা: লম্ব অভিক্ষেপ $= \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|Q|}$
এখানে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = (2)(1) + (-1)(2) + (1)(-2) = -2$
এবং, $|\vec{Q}| = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$
অতএব, লম্ব অভিক্ষেপ $= -\frac{2}{3}$

৩. খ. $5\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{d}_1 \times \vec{d}_2|$
এখানে, $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = \hat{i}(4 - 6) - \hat{j}(12 + 2) + \hat{k}(-9 - 1) = -2\hat{i} - 14\hat{j} - 10\hat{k}$
এবং, $|\vec{d}_1 \times \vec{d}_2| = \sqrt{4 + 196 + 100} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$
অতএব, ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ বর্গ একক

৪. ক. 1

ব্যাখ্যা: সমতলীয় হওয়ার শর্ত, $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$
সারণিক বিস্তার করে, $1(\lambda - 1) - (-1)(2\lambda + \lambda) + 1(-2 - \lambda) = 0$
বা, $\lambda - 1 + 3\lambda - 2 - \lambda = 0$
বা, $3\lambda = 3$
সুতরাং, $\lambda = 1$

৫. ক. 3

ব্যাখ্যা: এখানে, $|\vec{A} \times \vec{B}|^2 + |\vec{A} \cdot \vec{B}|^2 = A^2B^2 \sin^2\theta + A^2B^2 \cos^2\theta = A^2B^2$
প্রশ্নমতে, $A^2B^2 = 144$
বা, $16B^2 = 144$
বা, $B^2 = 9$
সুতরাং, $|\vec{B}| = 3$

৬. খ. $\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা: $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$
এখানে, পরস্পর লম্ব হওয়ায় সব ডট গুণফল 0 এবং একক ভেক্টর হওয়ায় $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$
সুতরাং, $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = 1 + 1 + 1 + 0 = 3$
অতএব, $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{3}$

৭. গ. 90°

ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $|\vec{P} + \vec{Q}|^2 = |\vec{P} - \vec{Q}|^2$
বা, $P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\theta$
বা, $4PQ\cos\theta = 0$
বা, $\cos\theta = 0$
সুতরাং, $\theta = 90°$

৮. ঘ. $-2\vec{a}$

ব্যাখ্যা: ভেক্টর ত্রৈগুণনের সূত্র, $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$
এখানে, $\hat{i} \times (\hat{i} \times \vec{a}) = (\hat{i} \cdot \vec{a})\hat{i} - (\hat{i} \cdot \hat{i})\vec{a} = a_x\hat{i} - \vec{a}$
একইভাবে, $\hat{j} \times (\hat{j} \times \vec{a}) = a_y\hat{j} - \vec{a}$ এবং $\hat{k} \times (\hat{k} \times \vec{a}) = a_z\hat{k} - \vec{a}$
যোগ করে, $(a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}) - 3\vec{a} = \vec{a} - 3\vec{a}$
অতএব, রাশিটির মান $= -2\vec{a}$

৯. খ. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

ব্যাখ্যা: ধরি, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য a
দুটি কর্ণ, $\vec{d}_1 = a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$ এবং $\vec{d}_2 = -a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$
এখানে, $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = -a^2 + a^2 + a^2 = a^2$
এবং, $|\vec{d}_1| = |\vec{d}_2| = \sqrt{3}a$
সুতরাং, $\cos\theta = \frac{a^2}{3a^2} = \frac{1}{3}$
অতএব, $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

১০. ক. 90°

ব্যাখ্যা: সবচেয়ে কম সময়ে নদী পার হতে হলে নৌকার বেগের সবটুকু নদীর প্রস্থ বরাবর কাজে লাগাতে হয়, তাই নৌকাকে স্রোতের সাথে লম্বভাবে অর্থাৎ 90° কোণে চালাতে হবে।

১১. ক. $\pm\frac{4\hat{i}+3\hat{j}}{5}$

ব্যাখ্যা: ধরি, নির্ণেয় ভেক্টর $\vec{v} = x\hat{i} + y\hat{j}$ (কারণ এটি xy -সমতলে অবস্থিত)
লম্ব হওয়ায়, $\vec{v} \cdot (3\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}) = 0$
বা, $3x - 4y = 0$
বা, $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$
অর্থাৎ, $\vec{v}$ ভেক্টরটি $4\hat{i} + 3\hat{j}$ এর সমান্তরাল
সুতরাং, একক ভেক্টর $= \pm\frac{4\hat{i}+3\hat{j}}{\sqrt{4^2+3^2}} = \pm\frac{4\hat{i}+3\hat{j}}{5}$

১২. খ. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ m

ব্যাখ্যা: ধরি, কণা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব D
এখানে, $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (4 - 2t)\hat{i} + (t - 3)\hat{j}$
সুতরাং, $D^2 = (4 - 2t)^2 + (t - 3)^2 = 5t^2 - 22t + 25$
ন্যূনতম দূরত্বের জন্য, $\frac{d(D^2)}{dt} = 10t - 22 = 0$
বা, $t = 2.2$ s
আবার, $D^2 = 5(2.2)^2 - 22(2.2) + 25 = 24.2 - 48.4 + 25 = 0.8 = \frac{4}{5}$
অতএব, $D_{min} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ m

১৩. খ. $\frac{1}{3}(5\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

ব্যাখ্যা: ধরি, $\vec{B} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$
$\vec{A} \cdot \vec{B} = 3$ থেকে, $x + y + z = 3$
আবার, $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{i}(z - y) - \hat{j}(z - x) + \hat{k}(y - x) = \hat{j} - \hat{k}$
সহগ সমীকৃত করে, $z - y = 0$ বা $y = z$ এবং $x - z = 1$ বা $x = z + 1$
$x + y + z = 3$ এ বসিয়ে, $(z + 1) + z + z = 3$
বা, $z = \frac{2}{3}$, সুতরাং $y = \frac{2}{3}$ এবং $x = \frac{5}{3}$
অতএব, $\vec{B} = \frac{1}{3}(5\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

১৪. খ. -25

ব্যাখ্যা: ধরি, $S = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$
এখানে, $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \cdot (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$
বা, $a^2 + b^2 + c^2 + 2S = 0$
বা, $9 + 16 + 25 + 2S = 0$
বা, $2S = -50$
সুতরাং, $S = -25$

১৫. ক. $2\sin\frac{\theta}{2}$

ব্যাখ্যা: $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$
এখানে, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$
সুতরাং, $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2 - 2\cos\theta = 2(1 - \cos\theta)$
আবার, $1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$
সুতরাং, $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4\sin^2\frac{\theta}{2}$
অতএব, $|\vec{a} - \vec{b}| = 2\sin\frac{\theta}{2}$

১৬. খ. $2\{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})\}$

ব্যাখ্যা: এখানে, $(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a}) = \vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} + \vec{c} \times \vec{a}$ [কারণ $\vec{c} \times \vec{c} = \vec{0}$]
$(\vec{a} + \vec{b})$ এর সাথে ডট গুণ করলে যে পদে কোনো ভেক্টর পুনরাবৃত্ত হয়, স্কেলার ত্রৈগুণনে তার মান শূন্য হয়
সুতরাং, রাশি $= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$
আবার, চক্রাকার নিয়মে $\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$
অতএব, রাশি $= 2\{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})\}$

১৭. খ. $60°$

ব্যাখ্যা: ধরি, ভেক্টর দুটির মান P এবং মধ্যবর্তী কোণ θ
প্রশ্নমতে, $|\vec{P} + \vec{Q}| = \sqrt{3}|\vec{P} - \vec{Q}|$
বা, $P^2 + P^2 + 2P^2\cos\theta = 3(P^2 + P^2 - 2P^2\cos\theta)$
বা, $2P^2(1 + \cos\theta) = 6P^2(1 - \cos\theta)$
বা, $1 + \cos\theta = 3 - 3\cos\theta$
বা, $4\cos\theta = 2$
বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$
সুতরাং, $\theta = 60°$

১৮. ক. $\frac{\sqrt{35}}{2}$

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{A} \times \vec{B}|$
এখানে, $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{i}(1 + 2) - \hat{j}(3 - 4) + \hat{k}(-3 - 2) = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$
এবং, $|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{9 + 1 + 25} = \sqrt{35}$
অতএব, ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{35}}{2}$ বর্গ একক

১৯. গ. $90°$

ব্যাখ্যা: বেগ, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -a\omega\sin(\omega t)\hat{i} + a\omega\cos(\omega t)\hat{j}$
এখানে, $\vec{r} \cdot \vec{v} = -a^2\omega\sin\omega t\cos\omega t + a^2\omega\sin\omega t\cos\omega t = 0$
ডট গুণফল শূন্য হওয়ায় ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব
অতএব, কোণ $= 90°$ (কণাটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে)

২০. খ. $3x - 2y + 4z = 20$

ব্যাখ্যা: সমতলের সমীকরণ, $\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$

এখানে, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$

সুতরাং, $3x - 2y + 4z = 3(2) - 2(-1) + 4(3)$

বা, $3x - 2y + 4z = 6 + 2 + 12$

অতএব, $3x - 2y + 4z = 20$

২১. ক. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{6}\right)$

ব্যাখ্যা: ধরি, সরলরেখা ও সমতলের মধ্যবর্তী কোণ θ

সরলরেখার দিক ভেক্টর, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ এবং সমতলের অভিলম্ব ভেক্টর, $\vec{n} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

সূত্র, $\sin\theta = \frac{|\vec{b}\cdot\vec{n}|}{|b||\vec{n}|}$

এখানে, $\vec{b} \cdot \vec{n} = 2 - 1 - 2 = -1$ এবং $|\vec{b}| = |\vec{n}| = \sqrt{6}$

সুতরাং, $\sin\theta = \frac{1}{6}$

অতএব, $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{6}\right)$

২২. খ. 240

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{6}{r}(2x)^r = \binom{6}{r}2^r x^r$

x^4 এর জন্য, $r = 4$

সুতরাং, সহগ $= \binom{6}{4}2^4 = 15 \times 16 = 240$

২৩. খ. 2

ব্যাখ্যা: ধরি, লম্ব দূরত্ব D

সূত্র, $D = \frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

এখানে, $|2(1) - 3(2) + 6(-1) + 24| = |2 - 6 - 6 + 24| = 14$

এবং, $\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$

অতএব, $D = \frac{14}{7} = 2$ একক

২৪. ক. $2x - 4y - 5z + 7 = 0$

ব্যাখ্যা: ধরি, বিন্দু তিনটি $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 3)$, $C(3, 2, 1)$

এখানে, $\overrightarrow{AB} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\overrightarrow{AC} = 2\hat{i} + \hat{j}$

সমতলের অভিলম্ব, $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$

সুতরাং, সমতলের সমীকরণ, $-2(x - 1) + 4(y - 1) + 5(z - 1) = 0$

বা, $-2x + 4y + 5z = 7$

অতএব, $2x - 4y - 5z + 7 = 0$

২৫. ক. $x - 5y - 3z + 6 = 0$

ব্যাখ্যা: সমতলটি $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ উভয়ের সমান্তরাল হওয়ায় অভিলম্ব ভেক্টর $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$

এখানে, $\vec{n} = \hat{i}(1 - 2) - \hat{j}(-1 - 4) + \hat{k}(1 + 2) = -\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$

সুতরাং, সমতলের সমীকরণ, $-1(x - 1) + 5(y - 2) + 3(z + 1) = 0$

বা, $-x + 1 + 5y - 10 + 3z + 3 = 0$

বা, $-x + 5y + 3z - 6 = 0$

অতএব, $x - 5y - 3z + 6 = 0$

২৬. গ. 1

ব্যাখ্যা: সমতল দুটি পরস্পর লম্ব হলে অভিলম্ব ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে

এখানে, $\vec{n}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j} + k\hat{k}$ এবং $\vec{n}_2 = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

প্রশ্নমতে, $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

বা, $3 - 4 + k = 0$

সুতরাং, $k = 1$

২৭. ক. 672

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{9}{r}(2x^2)^{9-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r = \binom{9}{r}2^{9-r}(-1)^r x^{18-3r}$

x বর্জিত পদের জন্য, $18 - 3r = 0$

বা, $r = 6$

অতএব, নির্ণেয় পদ $= \binom{9}{6}2^3(-1)^6 = 84 \times 8 \times 1 = 672$

২৮. খ. 70

ব্যাখ্যা: এখানে, সূচক $n = 8$ জোড়, তাই মধ্যপদ একটি এবং তা $\left(\frac{8}{2} + 1\right) = 5$ তম পদ

সুতরাং, $T_5 = \binom{8}{4}\left(\frac{x}{2}\right)^4\left(\frac{2}{x}\right)^4$

$= 70 \times \frac{x^4}{16} \times \frac{16}{x^4}$

অতএব, মধ্যপদ $= 70$

২৯. খ. -1

ব্যাখ্যা: সহগগুলোর সমষ্টি পেতে চলকগুলোর মান 1 বসাতে হয়

এখানে, $x = 1$ এবং $y = 1$ বসিয়ে, $(3 - 4)^{15} = (-1)^{15}$

অতএব, সমষ্টি $= -1$

৩০. খ. 7

ব্যাখ্যা: ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদের সহগ যথাক্রমে $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, $\binom{n}{3}$

প্রশ্নমতে, $2\binom{n}{2} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3}$

বা, $n(n-1) = n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

বা, $6(n-1) = 6 + (n-1)(n-2)$ [n দ্বারা ভাগ করে]

বা, $6n - 6 = n^2 - 3n + 8$

বা, $n^2 - 9n + 14 = 0$

বা, $(n-7)(n-2) = 0$

যেহেতু $n \geq 3$, সুতরাং $n = 7$

৩১. খ. 9

ব্যাখ্যা: প্রথম শর্ত থেকে, $\binom{n}{r-1} = \binom{n}{r+1}$

যেহেতু $r - 1 \neq r + 1$, সুতরাং $(r-1) + (r+1) = n$

বা $n = 2r$

দ্বিতীয় শর্ত থেকে, $\frac{\binom{n+2}{r+1}}{\binom{n}{r}} = \frac{(n+2)(n+1)}{(r+1)(n-r+1)} = \frac{7}{2}$

$n = 2r$ বসিয়ে, $\frac{(2r+2)(2r+1)}{(r+1)(r+1)} = \frac{7}{2}$

বা, $\frac{2(2r+1)}{r+1} = \frac{7}{2}$

বা, $8r + 4 = 7r + 7$

বা, $r = 3$ এবং $n = 6$

অতএব, $n + r = 9$

৩২. গ. 66

ব্যাখ্যা: বহুপদী বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা = $\binom{n+k-1}{k-1}$, যেখানে k হলো চলকের সংখ্যা

এখানে, $n = 10$ এবং $k = 3$

সুতরাং, পদসংখ্যা = $\binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$

৩৩. গ. 4

ব্যাখ্যা: এখানে, $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots + (r+1)x^r + \ldots$

x^3 এর জন্য, $r = 3$

অতএব, সহগ = $3 + 1 = 4$

৩৪. গ. $\binom{24}{12}$

ব্যাখ্যা: $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে n জোড় হলে মধ্যপদের সহগই সবচেয়ে বড় হয়

এখানে, $n = 24$ জোড়, তাই মধ্যপদ $\left(\frac{24}{2} + 1\right) = 13$ তম পদ

অতএব, বৃহত্তম সহগ = $\binom{24}{12}$

৩৫. ক. 7 : 8

ব্যাখ্যা: এখানে, $T_4 = \binom{10}{3}x^7y^3$ এবং $T_5 = \binom{10}{4}x^6y^4$

প্রশ্নমতে, $\frac{T_4}{T_5} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{120x^7y^3}{210x^6y^4} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{4x}{7y} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{7}{8}$

সুতরাং, $x : y = 7 : 8$

৩৬. খ. $a = 2$, $n = 4$

ব্যাখ্যা: $T_2 = \binom{n}{1}ax = 8x$ থেকে, $na = 8$ ...(i)

আবার, $T_3 = \binom{n}{2}a^2x^2 = 24x^2$ থেকে, $\frac{n(n-1)}{2}a^2 = 24$

বা, $\frac{n-1}{n} \cdot \frac{(na)^2}{2} = 24$

বা, $\frac{n-1}{n} \cdot 32 = 24$ [(i) থেকে $(na)^2 = 64$]

বা, $\frac{n-1}{n} = \frac{3}{4}$

বা, $n = 4$

(i) এ বসিয়ে, $a = \frac{8}{4} = 2$

৩৭. গ. 9

ব্যাখ্যা: ৩য় পদ, $T_3 = \binom{n}{2}x^2$

প্রশ্নমতে, $\binom{n}{2} = 36$

বা, $\frac{n(n-1)}{2} = 36$

বা, $n(n-1) = 72 = 9 \times 8$

সুতরাং, $n = 9$

৩৮. খ. 21

ব্যাখ্যা: $(1-x)^{-n}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ = $\binom{n+r-1}{r}$

এখানে, $n = 3$ এবং $r = 5$

সুতরাং, সহগ = $\binom{7}{5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$

৩৯. গ. A = B

ব্যাখ্যা: এখানে, x^2 এর সহগ, $A = \binom{4}{2}2^2 \cdot 3^2 = 6 \times 4 \times 9 = 216$

এবং, x^3 এর সহগ, $B = \binom{4}{3}2^1 \cdot 3^3 = 4 \times 2 \times 27 = 216$

অতএব, A = B

৪০. খ. 12

ব্যাখ্যা: মধ্যপদটি x বর্জিত হতে n অবশ্যই জোড় হতে হবে এবং তখন মধ্যপদ = $\binom{n}{\frac{n}{2}}$

প্রশ্নমতে, $\binom{n}{\frac{n}{2}} = 924$

আমরা জানি, $\binom{12}{6} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 924$

সুতরাং, $n = 12$

৪১. ক. $n2^{n-1}$

ব্যাখ্যা: এখানে, $(1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \cdots + C_nx^n$

x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে, $n(1+x)^{n-1} = C_1 + 2C_2x + 3C_3x^2 + \cdots + nC_nx^{n-1}$

$x = 1$ বসিয়ে, $n2^{n-1} = C_1 + 2C_2 + \cdots + nC_n$

অতএব, $\sum_{r=1}^{n} rC_r = n2^{n-1}$

৪২. গ. $|x| < \frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা: এখানে, $(2+3x)^{-1/2} = 2^{-1/2}\left(1+\frac{3x}{2}\right)^{-1/2}$

বিস্তৃতিটি বৈধ হওয়ার শর্ত, $\left|\frac{3x}{2}\right| < 1$

বা, $|3x| < 2$

সুতরাং, $|x| < \frac{2}{3}$

৪৩. ক. $\binom{3n}{n}(-1)^n$

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{3n}{r}x^{3n-r}\left(-x^{-2}\right)^r = \binom{3n}{r}(-1)^r x^{3n-3r}$

x বর্জিত হওয়ার শর্ত, $3n - 3r = 0$

বা, $r = n$

অতএব, নির্ণেয় পদ $= \binom{3n}{n}(-1)^n$

৪৪. ক. -3

ব্যাখ্যা: এখানে, $(1+x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + \ldots$

এবং, $(1-x)^3 = 1 - 3x + 3x^2 - \ldots$

গুণফলে x^2 এর সহগ $= (1)(3) + (4)(-3) + (6)(1)$

$= 3 - 12 + 6 = -3$

৪৫. খ. 2^{n-1}

ব্যাখ্যা: $x = 1$ বসিয়ে, $C_0 + C_1 + C_2 + \cdots + C_n = 2^n$

$x = -1$ বসিয়ে, $C_0 - C_1 + C_2 - \cdots = 0$

যোগ করে, $2(C_0 + C_2 + C_4 + \ldots) = 2^n$

অতএব, $C_0 + C_2 + C_4 + \cdots = 2^{n-1}$

৪৬. ক. $120x^3y^7$

ব্যাখ্যা: মোট পদসংখ্যা $= 10 + 1 = 11$

শেষ দিক হতে ৪র্থ পদ = প্রথম দিক হতে $(11 - 4 + 1) = 8$ তম পদ

সুতরাং, $T_8 = T_{7+1} = \binom{10}{7}x^3y^7$

অতএব, ৪র্থ পদ $= 120x^3y^7$

৪৭. খ. 3

ব্যাখ্যা: সাধারণ পদ, $T_{r+1} = \binom{12}{r}\left(\sqrt{2}\right)^{12-r}\left(\sqrt[3]{3}\right)^r = \binom{12}{r}2^{(12-r)/2}3^{r/3}$

মূলদ পদের জন্য $\frac{12-r}{2}$ এবং $\frac{r}{3}$ উভয়ই পূর্ণসংখ্যা হতে হবে

সুতরাং, r অবশ্যই 2 ও 3 এর ল.সা.গু. 6 এর গুণিতক হবে

এখানে, $0 \le r \le 12$ হওয়ায় $r = 0, 6, 12$

অতএব, মূলদ পদের সংখ্যা 3 টি

৪৮. ক. 15×2^{14}

ব্যাখ্যা: $(1+x)^{15}$ কে x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে, $15(1+x)^{14} = C_1 + 2C_2x + \cdots + 15C_{15}x^{14}$

$x = 1$ বসিয়ে, $C_1 + 2C_2 + \cdots + 15C_{15} = 15 \times 2^{14}$

অতএব, নির্ণেয় মান $= 15 \times 2^{14}$

৪৯. খ. 9

ব্যাখ্যা: এখানে, $\frac{1-x}{(1+x)^2} = (1-x)(1+x)^{-2}$

আবার, $(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - \ldots$

সুতরাং, x^4 এর সহগ $= (1)(5) + (-1)(-4)$

$= 5 + 4 = 9$

৫০. ক. 2

ব্যাখ্যা: ধরি, $y = -3x$

$(1+y)^{-1/3} = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)y + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)}{2!}y^2 + \ldots$

এখানে, y^2 এর সহগ $= \frac{\frac{4}{9}}{2} = \frac{2}{9}$

এবং, $y^2 = 9x^2$

অতএব, x^2 এর সহগ $= \frac{2}{9} \times 9 = 2$