MCQ

৫০ নম্বর

১. ক. $(6, 150^\circ)$

ব্যাখ্যা: $r = \sqrt{(-3\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{27+9} = 6$

বিন্দুটি ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$\theta = 180^\circ - \tan^{-1}\left|\frac{3}{-3\sqrt{3}}\right| = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

২. গ. $(4\sqrt{3}, -4)$

ব্যাখ্যা: $x = r\cos\theta = 8\cos 330^\circ = 8\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\sqrt{3}$

$y = r\sin\theta = 8\sin 330^\circ = 8\left(-\frac{1}{2}\right) = -4$

৩. ক. $(\frac{5}{2}, 0)$

ব্যাখ্যা: ধরি, $P(x, 0)$। প্রশ্নমতে, $PA = PB \Rightarrow PA^2 = PB^2$

$(x-2)^2 + (0-4)^2 = (x-6)^2 + (0-(-2))^2$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 16 = x^2 - 12x + 36 + 4$

$\Rightarrow 8x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$

৪. ক. **(4, 0)**

ব্যাখ্যা: $x = \frac{2(7)+3(2)}{2+3} = \frac{14+6}{5} = 4$

$y = \frac{2(-6)+3(4)}{2+3} = \frac{-12+12}{5} = 0$

৫. ক. $(\frac{11}{2}, \frac{23}{2})$

ব্যাখ্যা: $x = \frac{3(4)-1(1)}{3-1} = \frac{11}{2}$

$y = \frac{3(7)-1(-2)}{3-1} = \frac{21+2}{2} = \frac{23}{2}$

৬. খ. **3**

ব্যাখ্যা: সমরেখ হলে AB এর ঢাল = BC এর ঢাল

$\frac{4-2}{k-1} = \frac{6-4}{5-k} \Rightarrow \frac{2}{k-1} = \frac{2}{5-k}$

$\Rightarrow k - 1 = 5 - k \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3$

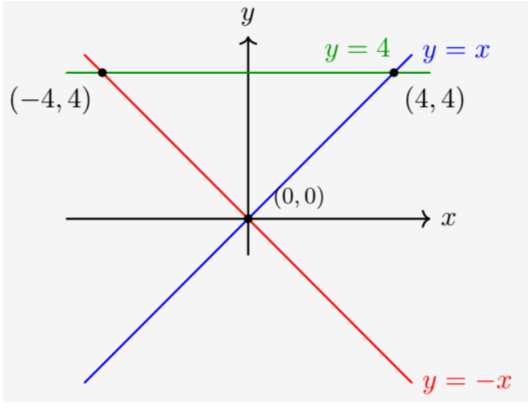
৭. খ. **16**

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দুগুলো: $(0,0), (4,4), (-4,4)$

ত্রিভুজের ভূমি $y = 4$ রেখা বরাবর, যার দৈর্ঘ্য $= 4 - (-4) = 8$ একক

উচ্চতা $= 4$ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ বর্গ একক



৮. ক. **(1, 2)**

ব্যাখ্যা: ধরি, তৃতীয় শীর্ষবিন্দু (x, y)।

$\frac{1+4+x}{3} = 2 \Rightarrow 5 + x = 6 \Rightarrow x = 1$

$\frac{3+1+y}{3} = 2 \Rightarrow 4 + y = 6 \Rightarrow y = 2$

৯. ক. $x^2 = 4(y-1)$

ব্যাখ্যা: ধরি, চলমান বিন্দু $P(x, y)$।

শর্তমতে, $\sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = |y|$

বর্গ করে, $x^2 + y^2 - 4y + 4 = y^2 \Rightarrow x^2 - 4y + 4 = 0$

$\Rightarrow x^2 = 4(y-1)$

১০. খ. $(\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$

ব্যাখ্যা: $x' = x\cos\theta - y\sin\theta = 4\cos 45^\circ - 2\sin 45^\circ = 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$y' = x\sin\theta + y\cos\theta = 4\sin 45^\circ + 2\cos 45^\circ = 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

১১. ক. $3x^2 + 4y^2 - 16x + 16 = 0$

ব্যাখ্যা: শর্তমতে, $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \frac{1}{2}|x|$

বর্গ করে, $x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{1}{4}x^2$

$\Rightarrow \frac{3}{4}x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 + 4y^2 - 16x + 16 = 0$

১২. ক. $4x + 3y + 1 = 0$

ব্যাখ্যা: $3x - 4y + 5 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ: $4x + 3y + k = 0$

$(2, -3)$ বিন্দুগামী হওয়ায়: $4(2) + 3(-3) + k = 0$

$\Rightarrow 8 - 9 + k = 0$

$\Rightarrow k = 1$

$\therefore 4x + 3y + 1 = 0$

১৩. খ. $4x + 3y = 24$

ব্যাখ্যা: ধরি, রেখার সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$। দেওয়া আছে, $a + b = 14 \Rightarrow b = 14 - a$

$(3, 4)$ বিন্দুগামী: $\frac{3}{a} + \frac{4}{14-a} = 1$

$\Rightarrow \frac{42-3a+4a}{a(14-a)} = 1$

$\Rightarrow 42 + a = 14a - a^2$

$a = 6 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \Rightarrow 4x + 3y = 24$

$a = 7 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1 \Rightarrow x + y = 7$

বিকল্পগুলোর মধ্যে $4x + 3y = 24$ আছে।

১৪. খ. **30**

ব্যাখ্যা: $\frac{5x}{60} + \frac{12y}{60} = 1 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{5} = 1$

x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ $a = 12$ এবং y-অক্ষের খণ্ডিতাংশ $b = 5$

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|ab| = \frac{1}{2}(12)(5) = 30$ বর্গ একক

১৫. ক. $3x - 2y = 9$

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু $(3, 0)$।

$3x - 2y = 0$ এর সমান্তরাল রেখা: $3x - 2y = k$

$(3, 0) : 3(3) - 2(0) = k \Rightarrow k = 9$

$\therefore 3x - 2y - 9 = 0$ বা $3x - 2y = 9$

১৬. ক. $\tan^{-1}(7)$

ব্যাখ্যা: ঢাল $m_1 = 2$ এবং $m_2 = -\frac{1}{3}$

$\tan\theta = \left|\frac{2-(-1/3)}{1+2(-1/3)}\right| = \left|\frac{7/3}{1/3}\right| = 7$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(7)$

১৭. খ. **3**

ব্যাখ্যা: লম্ব দূরত্ব $= \frac{|-15|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{15}{5} = 3$ একক

১৮. ক. $\frac{5}{2}$

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা: $6x - 8y + 16 = 0$

দূরত্ব, $d = \frac{|16-(-9)|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$ একক

১৯. ক. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

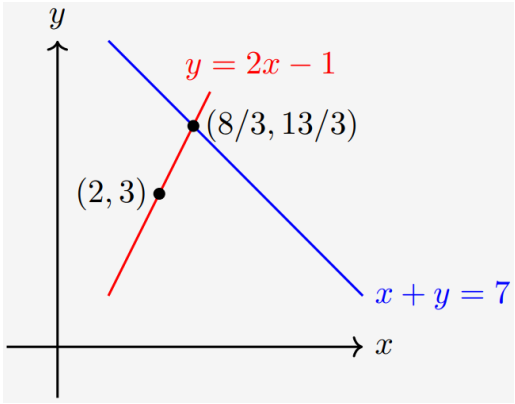
ব্যাখ্যা: $y = 2x - 1$ রেখাটি $(2, 3)$ বিন্দুগামী।

$x + y = 7$ এবং $y = 2x - 1$ এর ছেদবিন্দু: $x + (2x - 1) = 7$

$\Rightarrow x = \frac{8}{3}$

$y = 2\left(\frac{8}{3}\right) - 1 = \frac{13}{3}$। ছেদবিন্দু $\left(\frac{8}{3}, \frac{13}{3}\right)$

দূরত্ব $= \sqrt{\left(\frac{8}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{13}{3} - 3\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$



২০. খ. **(-1, 4)**

ব্যাখ্যা: শর্টকাট সূত্র: $\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = -2\frac{ax_1+by_1+c}{a^2+b^2}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = -2\frac{1(1)-1(2)+3}{1^2+(-1)^2} = -2\frac{2}{2} = -2$

$\Rightarrow x = -1$

$\Rightarrow y = 4$

$\therefore$ প্রতিবিম্ব $(-1, 4)$

২১. ক. 1

ব্যাখ্যা: প্রথম দুটি রেখার ছেদবিন্দু $(-1, 2)$।

তৃতীয় রেখা এই বিন্দুগামী: $3(-1) + k(2) + 1 = 0$

$\Rightarrow k = 1$

২২. খ. উপবৃত্ত **[Ellipse]**

ব্যাখ্যা: $\frac{x}{3} = \cos t$ এবং $\frac{y}{4} = \sin t$

বর্গ করে যোগ করলে: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = \cos^2 t + \sin^2 t = 1$

এটি একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

২৩. খ. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

ব্যাখ্যা: সমবিন্দু হওয়ার শর্ত: নির্ণায়ক শূন্য হবে।

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow a(bc - a^2) - b(b^2 - ac) + c(ab - c^2) = 0$

$\Rightarrow 3abc - a^3 - b^3 - c^3 = 0$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

এটিই মূল প্রয়োজনীয় শর্ত—অর্থাৎ, সমবিন্দু হওয়ার জন্য শর্তটি অবশ্যই সত্য হতে হবে—এবং পর্যাপ্ত শর্ত —অর্থাৎ, শর্তটি সত্য হলেই সমবিন্দু হওয়ার শর্ত পূরণ হবে।

অতএব, সঠিক উত্তর অপশন খ। অন্যদিকে, $a + b + c = 0$

অর্থাৎ অপশন গ, কেবল একটি পর্যাপ্ত শর্ত; এটি প্রয়োজনীয় নয়।

যেমন, $a = b = c \neq 0$হলেও নির্ণায়ক শূন্য হয়, কিন্তু, $a + b + c \neq 0$

$\therefore$ সঠিক উত্তর শুধু অপশন খ।

২৪. ক. $8x + y = 0$

ব্যাখ্যা: প্রথমে ধ্রুবপদগুলোকে ধনাত্মক করি: $3x - 4y + 10 = 0$ এবং $-5x - 12y + 26 = 0$

মূলবিন্দু ধারণকারী কোণের সমদ্বিখণ্ডকের জন্য ধনাত্মক (+) চিহ্ন নিতে হবে।

$\frac{3x-4y+10}{5} = \frac{-5x-12y+26}{13}$

$\Rightarrow 39x - 52y + 130 = -25x - 60y + 130$

$\Rightarrow 64x + 8y = 0$

$\Rightarrow 8x + y = 0$

২৫. খ. $7x - 56y + 130 = 0$

ব্যাখ্যা: c_1, c_2 ধনাত্মক করার পর: $a_1a_2 + b_1b_2 = (3)(-5) + (-4)(-12) = -15 + 48 = 33 > 0$

যেহেতু > 0, তাই ধনাত্মক (+) চিহ্ন নিয়ে স্থূলকোণ এবং ঋণাত্মক (-) চিহ্ন নিয়ে সূক্ষ্মকোণ পাওয়া যাবে।

সূক্ষ্মকোণ: $\frac{3x-4y+10}{5} = -\frac{-5x-12y+26}{13}$

$\Rightarrow 39x - 52y + 130 = 25x + 60y - 130 \Rightarrow 14x - 112y + 260 = 0 \Rightarrow 7x - 56y + 130 = 0$

২৬. খ. $(4, \frac{8}{3})$

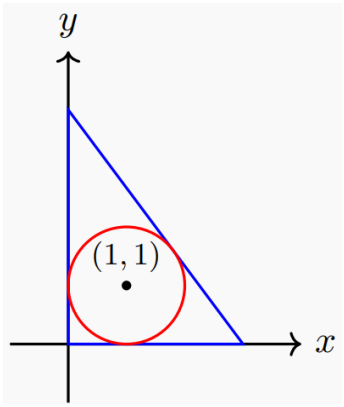
ব্যাখ্যা: $C(4, 6)$ হতে AB (যা x-অক্ষ) এর উপর লম্বের সমীকরণ: $x = 4$

AC এর ঢাল $= \frac{6-0}{4-0} = \frac{3}{2}$। $B(8, 0)$ হতে AC এর

উপর লম্বের ঢাল $= -\frac{2}{3}$
এই লম্বের সমীকরণ: $3y = -2x + 16$
$x = 4$ বসালে: $3y = -8 + 16 = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{3}$
$\therefore$ লম্বকেন্দ্র $\left(4, \frac{8}{3}\right)$

২৭. খ. **(3, 4)**
ব্যাখ্যা: এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার সমকোণ মূলবিন্দু $A(0,0)$ এ অবস্থিত।
সমকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র হয় এর অতিভুজের মধ্যবিন্দু।
অতিভুজ BC এর প্রান্তবিন্দু $(6,0)$ ও $(0,8)$
মধ্যবিন্দু $= \left(\frac{6+0}{2}, \frac{0+8}{2}\right) = (3,4)$

২৮. ক. **(1, 1)**
ব্যাখ্যা: বাহুর দৈর্ঘ্য: $a = 3, b = 4, c = 5$ (সমকোণী ত্রিভুজ)
অন্তঃব্যাসার্ধ $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{3+4-5}{2} = 1$
মূলবিন্দুতে সমকোণ থাকায় অন্তঃকেন্দ্র হবে $(r, r) = (1, 1)$



২৯. গ. 4
ব্যাখ্যা: $y = 4$ রেখাটি $y = x$ কে ছেদ করে $(4,4)$ বিন্দুতে এবং $y = 2x$ কে ছেদ করে $(2,4)$ বিন্দুতে।
$y = x$ ও $y = 2x$ এর ছেদবিন্দু মূলবিন্দু $(0,0)$
ভূমি ($y = 4$ এর উপর) $= 4 - 2 = 2$ একক
উচ্চতা $= 4 - 0 = 4$ একক।
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ বর্গ একক।

৩০. ক. $\left(4, \frac{4}{3}\right)$
ব্যাখ্যা: $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$
$\Rightarrow A(6,0)$ এবং $B(0,4)$
$AP : PB = 1 : 2$ অনুপাতে বিভক্ত করলে,
$x = \frac{1(0)+2(6)}{1+2} = \frac{12}{3} = 4$
$y = \frac{1(4)+2(0)}{1+2} = \frac{4}{3}$
$\therefore P\left(4, \frac{4}{3}\right)$

৩১. খ. $3x + 4y + 5 = 0$
ব্যাখ্যা: x-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিবিম্বে y এর স্থলে $-y$ বসাতে হয়।
$\therefore 3x - 4(-y) + 5 = 0$
$\Rightarrow 3x + 4y + 5 = 0$

৩২. গ. $5x - 2y + 10 = 0$
ব্যাখ্যা: $y = x$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিফলনে x ও y পরস্পর স্থান বিনিময় করে।
$2y - 5x = 10$
$\Rightarrow 5x - 2y + 10 = 0$

৩৩. গ. 5
ব্যাখ্যা: $(3,4)$ বিন্দু থেকে মূলবিন্দুগামী রেখার লম্ব দূরত্ব সর্বোচ্চ হবে তখন, যখন রেখাটি মূলবিন্দু এবং $(3,4)$ এর সংযোগ রেখার উপর লম্ব হয়।
সর্বোচ্চ লম্ব দূরত্ব = মূলবিন্দু হতে ঐ বিন্দুর সরাসরি দূরত্ব
$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ একক

৩৪. ক. $x + y = 5$
ব্যাখ্যা: অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ছেদ করলে সমীকরণ: $x + y = a$
$(2,3)$ বিন্দুগামী হওয়ায়: $2 + 3 = a \Rightarrow a = 5$
$\therefore x + y = 5$

৩৫. খ. $x - y = 3$
ব্যাখ্যা: অক্ষদ্বয় হতে সমান কিন্তু বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট অংশ ছেদ করলে সমীকরণ: $x - y = a$
$(4,1)$ বিন্দুগামী হওয়ায়: $4 - 1 = a \Rightarrow a = 3$
$\therefore x - y = 3$

৩৬. গ. $2 : 1$ বহির্বিভক্ত **[2 : 1 external division]**
ব্যাখ্যা: অনুপাত $= -\frac{ax_1+by_1+c}{ax_2+by_2+c} = -\frac{2-(-1)-1}{5-3-1} = -\frac{2}{1} = -2$
যেহেতু অনুপাত ঋণাত্মক, তাই এটি $2 : 1$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে।

৩৭. ক. **(0, 3)**
ব্যাখ্যা: লম্বের পাদবিন্দু (x, y) হলে: $\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = -\frac{ax_1+by_1+c}{a^2+b^2}$
$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = -\frac{1(2)-1(1)+3}{1^2+(-1)^2} = -\frac{4}{2} = -2$
$x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0$
$y - 1 = 2 \Rightarrow y = 3$
$\therefore$ পাদবিন্দু $(0,3)$

৩৮. ক. $x - y + 5\sqrt{2} = 0$
ব্যাখ্যা: সমীকরণ: $x\cos 135^\circ + y\sin 135^\circ = 5$
$\Rightarrow x\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5$
$\Rightarrow -x + y = 5\sqrt{2} \Rightarrow x - y + 5\sqrt{2} = 0$

৩৯. ক. $\left(\frac{6}{5}, \frac{13}{5}\right)$
ব্যাখ্যা: $k(2x + y - 5) + (x - 2y + 4) = 0$
রেখাসমূহ নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হতে হলে $2x + y - 5 = 0$ এবং $x - 2y + 4 = 0$ হতে হবে।

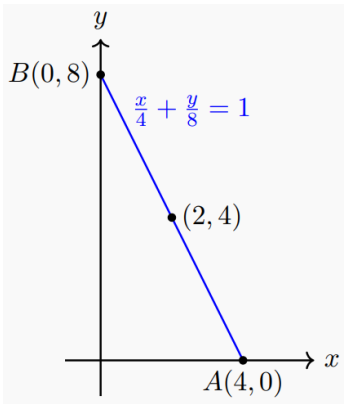
১ম সমীকরণকে 2 দিয়ে গুণ করে যোগ করলে: $5x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$
$y = 5 - 2\left(\frac{6}{5}\right) = \frac{13}{5}$

৪০. খ. 10
ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|(x_1y_2 - y_1x_2) + \cdots + (x_ny_1 - y_nx_1)|$
$= \frac{1}{2}|(0 + 4 + 12 + 2 + 0) - (0 + 0 + 2 - 4 + 0)|$
$= \frac{1}{2}|18 - (-2)| = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ বর্গ একক।

৪১. ক. $(\frac{15}{4}, \frac{5}{4})$
ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দু: $(0,0), \left(\frac{25}{4}, 0\right), (4,3)$ এবং বাহুর দৈর্ঘ্য: $BC = \frac{15}{4}, AC = 5, AB = \frac{25}{4}$
পরিসীমা, $p = \frac{15}{4} + 5 + \frac{25}{4} = 15$
$x = \frac{\frac{15}{4}(0) + 5\left(\frac{25}{4}\right) + \frac{25}{4}(4)}{15} = \frac{\frac{225}{4}}{15} = \frac{15}{4}$
$y = \frac{\frac{15}{4}(0) + 5(0) + \frac{25}{4}(3)}{15} = \frac{\frac{75}{4}}{15} = \frac{5}{4}$

৪২. খ. k
ব্যাখ্যা: রেখাটি $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$। মূলবিন্দু হতে লম্ব দূরত্ব:
$d = \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1/k^2}} = k$

৪৩. গ. 16
ব্যাখ্যা: (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে গঠিত ত্রিভুজের সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফল $= 2x_1y_1$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= 2(2)(4) = 16$ বর্গ একক।



৪৪. খ. $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$
ব্যাখ্যা: ধরি, মধ্যবিন্দু $M(x, y)$। তাহলে A ও B হবে যথাক্রমে $(2x, 0)$ ও $(0, 2y)$।
রেখাটির সমীকরণ: $\frac{X}{2x} + \frac{Y}{2y} = 1$
এটি $(3, 2)$ বিন্দুগামী: $\frac{3}{2x} + \frac{2}{2y} = 1$
$\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$

৪৫. ক. $a + b = ab$
ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 0$ হবে।
$\frac{1}{2}|a(b-1) + 0 + 1(0-b)| = 0 \Rightarrow ab - a - b = 0 \Rightarrow a + b = ab$

৪৬. গ. **(1, 1)**
ব্যাখ্যা: ত্রিভুজটি $(1,1)$ বিন্দুতে সমকোণী। সমকোণী ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র ওই সমকৌণিক শীর্ষবিন্দুতেই থাকে।
$\therefore$ লম্বকেন্দ্র $(1,1)$

৪৭. গ. $3abc$
ব্যাখ্যা: ভরকেন্দ্র মূলবিন্দু হওয়ায় $\frac{a+b+c}{3} = 0$
$\Rightarrow a + b + c = 0$
আমরা জানি, $a + b + c = 0$ হলে $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ হয়।

৪৮. ক. **(1, 1)**
ব্যাখ্যা: $x = 0, y = 0, 3x + 4y = 12$ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের শীর্ষ $(0,0), (4,0), (0,3)$।
এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার বাহুগুলো $3, 4, 5$।
অন্তঃব্যাসার্ধ $r = \frac{3+4-5}{2} = 1$
যেহেতু সমকোণ মূলবিন্দুতে, তাই অন্তঃকেন্দ্র $(r, r) = (1, 1)$

৪৯. খ. **(6, 8)**
ব্যাখ্যা: প্রতিবিম্ব (x, y) হলে: $\frac{x-0}{3} = \frac{y-0}{4} = -2\frac{3(0)+4(0)-25}{3^2+4^2} = -2\frac{-25}{25} = 2$
$x = 3 \times 2 = 6$
$y = 4 \times 2 = 8$
$\therefore$ প্রতিবিম্ব $(6, 8)$

৫০. গ. $x + y + 1 = 0$
ব্যাখ্যা: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ গঠন করলে রেখার ঢাল $m = \pm 1$
$m = 1$ হলে: $y - (-4) = 1(x - 3) \Rightarrow x - y - 7 = 0$
$m = -1$ হলে: $y - (-4) = -1(x - 3) \Rightarrow x + y + 1 = 0$
অপশনগুলোর মধ্যে $x + y + 1 = 0$ বিদ্যমান।