MCQ

৫০ নম্বর

১. খ. $(4, 210^\circ)$

ব্যাখ্যা: $r = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + 2^2}$

$= \sqrt{12 + 4} = 4$

এখন, $\theta = 180^\circ - \tan^{-1}\left|\frac{2}{-2\sqrt{3}}\right|$

$= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে 60° ঘুরালে নতুন কোণ,

$\theta' = 150^\circ + 60^\circ = 210^\circ$

$\therefore$ নতুন পোলার স্থানাঙ্ক, $\boxed{(4, 210^\circ)}$

২. ক. $2\sqrt{19}$

ব্যাখ্যা: দূরত্ব, $d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_1 - \theta_2)}$

$= \sqrt{4^2 + 6^2 - 2(4)(6)\cos(135^\circ - 15^\circ)}$

$= \sqrt{16 + 36 - 48\cos 120^\circ}$

$= \sqrt{52 - 48\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$= \sqrt{52 + 24}$

$= \sqrt{76}$

$= 2\sqrt{19}$ একক

$\therefore \boxed{d = 2\sqrt{19} \text{ একক}}$

৩. ক. $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 9 = 0$

ব্যাখ্যা: শর্তমতে, $\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 2\sqrt{x^2 + (y-3)^2}$

উভয় পাশে বর্গ করে পাই, $(x-3)^2 + y^2 = 4\left[x^2 + (y-3)^2\right]$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 = 4(x^2 + y^2 - 6y + 9)$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 9 = 4x^2 + 4y^2 - 24y + 36$

$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x - 24y + 27 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 8y + 9 = 0$

$\therefore \boxed{x^2 + y^2 + 2x - 8y + 9 = 0}$

৪. ক. $(-1, 5)$

ব্যাখ্যা: ধরি, তৃতীয় শীর্ষবিন্দু (x, y)।

$\frac{3 + 4 + x}{3} = 2$

$\Rightarrow 7 + x = 6$

$\Rightarrow x = -1$

এবং, $\frac{-1 + 5 + y}{3} = 3$

$\Rightarrow 4 + y = 9 \Rightarrow y = 5$

$\therefore$ তৃতীয় শীর্ষবিন্দু, $\boxed{(-1, 5)}$

৫. ক. $\tan^{-1}(7)$

ব্যাখ্যা: $m_1 = -2, \quad m_2 = \frac{1}{3}$

রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right|$

$= \left|\frac{-2 - \frac{1}{3}}{1 + (-2)\left(\frac{1}{3}\right)}\right|$

$= \left|\frac{-\frac{7}{3}}{\frac{1}{3}}\right| = |-7| = 7$

$\therefore \boxed{\theta = \tan^{-1}(7)}$

৬. খ. $7 : 4$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত **(externally in the ratio $7 : 4$)**

ব্যাখ্যা: অনুপাত, $m_1 : m_2 = -\dfrac{ax_1 + by_1 + c}{ax_2 + by_2 + c}$

$= -\dfrac{2(1) - (-2) + 3}{2(4) - 7 + 3}$

$= -\dfrac{2 + 2 + 3}{8 - 7 + 3} = -\dfrac{7}{4}$

যেহেতু অনুপাত ঋণাত্মক, তাই রেখাটি $7 : 4$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে।

$\therefore \boxed{m_1 : m_2 = 7 : 4}$

৭. ক. $7, -\frac{19}{3}$

ব্যাখ্যা:

ক্ষেত্রফল, $\Delta =$
$\dfrac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)| = 10$

$\Rightarrow |k(1 - 2) + 1(2 - 2k) + 3(2k - 1)| = 20$

$\Rightarrow |-k + 2 - 2k + 6k - 3| = 20$

$\Rightarrow |3k - 1| = 20$

অতএব, $3k - 1 = 20 \Rightarrow 3k = 21 \Rightarrow k = 7$

অথবা, $3k - 1 = -20 \Rightarrow 3k = -19 \Rightarrow k = -\dfrac{19}{3}$

$\therefore \boxed{k = 7 \text{ অথবা } k = -\dfrac{19}{3}}$

৮. ক. $4x - 3y - 6 = 0$

ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু নির্ণয় করি, $2x - 3(5 - x) = 0$

$\Rightarrow 2x - 15 + 3x = 0 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$

এবং, $y = 5 - x = 2$

অতএব, ছেদবিন্দু $(3, 2)$

$3x + 4y = 0$ রেখার ঢাল, $m_1 = -\dfrac{3}{4}$

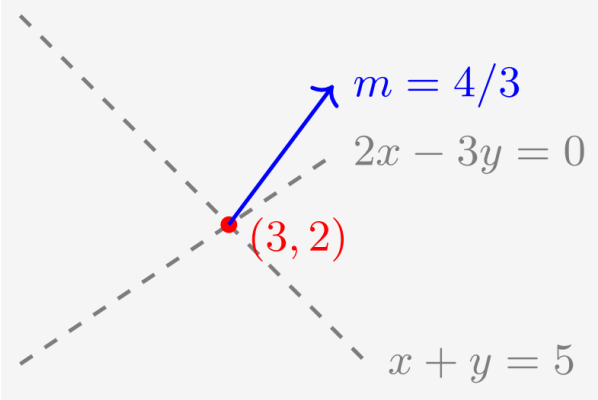
তাই এর লম্ব রেখার ঢাল, $m_2 = \dfrac{4}{3}$

এখন $(3, 2)$ বিন্দুগামী লম্ব রেখার সমীকরণ,

$y - 2 = \dfrac{4}{3}(x - 3) \Rightarrow 3y - 6 = 4x - 12$

$\Rightarrow 4x - 3y - 6 = 0$

$\therefore \boxed{4x - 3y - 6 = 0}$



৯. ক. $(-1, -4)$

ব্যাখ্যা: $x + 3y - 7 = 0$ রেখার লম্ব এবং $(3, 8)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $3x - y - 1 = 0$

রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু অর্থাৎ লম্বের পাদবিন্দু, $(1, 2)$

প্রতিবিম্ব বিন্দু (x, y) হলে, $(1, 2)$ হবে $(3, 8)$ ও (x, y) -এর মধ্যবিন্দু।

অতএব, $\dfrac{x + 3}{2} = 1 \Rightarrow x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1$

এবং, $\dfrac{y + 8}{2} = 2 \Rightarrow y + 8 = 4 \Rightarrow y = -4$

$\therefore$ প্রতিবিম্ব বিন্দু, $\boxed{(-1, -4)}$

১০. ক. $112x - 14y + 3 = 0$

ব্যাখ্যা: ধ্রুবপদগুলো একই চিহ্নবিশিষ্ট (ধনাত্মক) করি:

$4x - 3y + 1 = 0$ এবং $-12x - 5y + 2 = 0$

এখানে, $a_1a_2 + b_1b_2$
$= 4(-12) + (-3)(-5) = -48 + 15$ =-33<0

যেহেতু মান ঋণাত্মক, তাই $(+)$ চিহ্ন নিয়ে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক পাওয়া যাবে।

$\dfrac{4x - 3y + 1}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = +\dfrac{-12x - 5y + 2}{\sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}}$

$\Rightarrow \dfrac{4x - 3y + 1}{5} = \dfrac{-12x - 5y + 2}{13}$

$\Rightarrow 13(4x - 3y + 1) = 5(-12x - 5y + 2)$

$\Rightarrow 52x - 39y + 13 = -60x - 25y + 10$

$\Rightarrow 112x - 14y + 3 = 0$

$\therefore \boxed{112x - 14y + 3 = 0}$

১১. খ. -2
ব্যাখ্যা: ১ম ও ৩য় রেখার ছেদবিন্দু, $(1, 2)$

এই $(1, 2)$ বিন্দুটি ২য় রেখাকে সিদ্ধ করবে।

অতএব, $3(1) + k(2) + 1 = 0$

$\Rightarrow 3 + 2k + 1 = 0$

$\Rightarrow 2k = -4$

$\Rightarrow \boxed{k = -2}$

১২. খ. $(2, 2)$
ব্যাখ্যা:
ভূমি x-অক্ষ হওয়ায় $(2, 4)$ বিন্দু হতে ভূমির উপর লম্বের সমীকরণ, $x = 2$

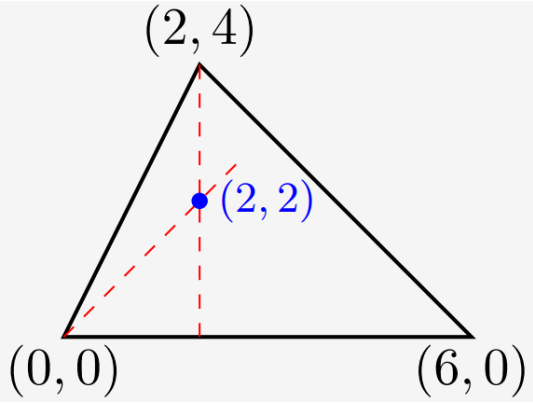
$(6, 0)$ ও $(2, 4)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল,

$$m = \frac{4 - 0}{2 - 6} = \frac{4}{-4} = -1$$

সুতরাং $(0, 0)$ বিন্দু হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্বের ঢাল, $m' = 1$। তাই লম্বটির সমীকরণ, $y = x$

এখন, $x = 2$ এবং $y = x$

রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু, $(2, 2)$
$\therefore$ লম্বকেন্দ্র, $\boxed{(2, 2)}$



১৩. ক. $(3, 1)$
ব্যাখ্যা:
$y = 0$ বাহুর লম্বসমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ, $x = 3$

$(0, 0)$ ও $(2, 4)$-এর মধ্যবিন্দু,

$$\left(\frac{0 + 2}{2}, \frac{0 + 4}{2}\right) = (1, 2)$$

এবং রেখাটির ঢাল, $m = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2$

তাই এর লম্বসমদ্বিখণ্ডকের ঢাল, $m' = -\frac{1}{2}$

অতএব, $(1, 2)$ বিন্দুগামী লম্বসমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ,

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow x + 2y = 5$$

এখন, $x = 3$ হলে, $3 + 2y = 5$

$\Rightarrow 2y = 2 \Rightarrow y = 1$

$\therefore$ পরিকেন্দ্র, $\boxed{(3, 1)}$

১৪. ক. $(1, 1)$
ব্যাখ্যা: শীর্ষবিন্দুগুলো, $A(3, 0)$, $B(0, 4)$, $O(0, 0)$

বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য, $a = OB = 4$, $b = OA = 3$, $c = AB = 5$

অন্তঃকেন্দ্রের ভুজ, $x = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}$

$$= \frac{4(3) + 3(0) + 5(0)}{4 + 3 + 5}$$

$$= \frac{12}{12} = 1$$

অন্তঃকেন্দ্রের কোটি, $y = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c}$

$$= \frac{4(0) + 3(4) + 5(0)}{12}$$

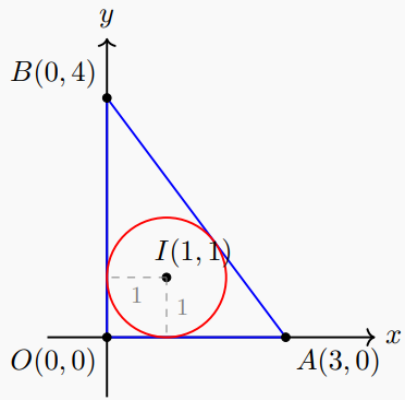
$$= \frac{12}{12} = 1$$

$\therefore$ অন্তঃকেন্দ্র, $\boxed{(1, 1)}$

শর্টকাট: মূলবিন্দুতে সমকোণী ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র (r, r), যেখানে

$$r = \frac{\text{লম্ব} + \text{ভূমি} - \text{অতিভুজ}}{2}$$

$$= \frac{3+4-5}{2} = 1 \therefore \boxed{(r,r) = (1,1)}$$



১৫. ক. $x + y = 2$
ব্যাখ্যা: রেখার সমীকরণ,

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ এবং, $a + b = 4$

$\Rightarrow b = 4 - a$

রেখাটি $(1,1)$ বিন্দু দিয়ে যায়। তাই,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{4-a} = 1 \Rightarrow \frac{4-a+a}{a(4-a)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{a(4-a)} = 1 \Rightarrow a(4-a) = 4$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow (a-2)^2 = 0$$

$\Rightarrow a = 2 \therefore b = 4 - a = 2$

অতএব, নির্ণেয় সমীকরণ, $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$

$\Rightarrow \boxed{x + y = 2}$

১৬. খ. 3
ব্যাখ্যা: সরলরেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

অর্থাৎ, $a = 4, \quad b = 3$

ত্রিভুজের অভ্যন্তরে খোদিত সর্বোচ্চ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, $A_{max} = \frac{1}{4}ab$

$$= \frac{1}{4}(4 \times 3) = 3$$

$\therefore \boxed{A_{max} = 3 \text{ বর্গ একক}}$

১৭. ক. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
ব্যাখ্যা: $y = 2x$ রেখার সমান্তরাল এবং $(1,2)$ বিন্দুগামী রেখা, $y = 2x$

এখন, $x + y = 5$ এবং, $y = 2x$

রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু নির্ণয় করি।

$$x + 2x = 5 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

তাই, $y = 2x = \frac{10}{3}$

অতএব, ছেদবিন্দু, $\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}\right)$

এখন দূরত্ব, $d = \sqrt{\left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{10}{3} - 2\right)^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{16}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \therefore \boxed{d = \frac{2\sqrt{5}}{3}}$$

১৮. খ. $a = 3, b = 10$
ব্যাখ্যা:
রেখাদ্বয় অভিন্ন হলে, $\frac{a}{6} = \frac{a-1}{4} = \frac{5}{b}$

এখন, $\frac{a}{6} = \frac{a-1}{4} \Rightarrow 4a = 6(a-1)$

$\Rightarrow 4a = 6a - 6 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$

আবার, $\frac{3}{6} = \frac{5}{b} \Rightarrow 3b = 30 \Rightarrow b = 10$

$\therefore \boxed{a = 3, \quad b = 10}$

১৯. ক. $X^2 + Y^2 = 1$
ব্যাখ্যা: নতুন অক্ষরব্যবস্থায়, $x = X + 2$ এবং, $y = Y - 3$

তাই, $(X+2)^2+(Y-3)^2-4(X+2)+6(Y-3)+12=0$

$\Rightarrow X^2+4X+4+Y^2-6Y+9-4X-8+6Y-18+12=0$

$\Rightarrow X^2+Y^2-1=0$

$\Rightarrow \boxed{X^2+Y^2=1}$

২০. ক. 3.5
ব্যাখ্যা: দ্বিতীয় রেখার সমীকরণ, $3x+4y+7.5=0$

সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$d=\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|-10-7.5|}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$=\frac{17.5}{5}=3.5$$

$\therefore \boxed{d=3.5 \text{ একক}}$

২১. ক. $(3,4)$
ব্যাখ্যা: বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি মূলবিন্দুতে সমকোণী।

সমদূরবর্তী বিন্দুটি হলো পরিকেন্দ্র, যা সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

অতিভুজের প্রান্তবিন্দু, $(6,0)$ এবং $(0,8)$

অতএব, অতিভুজের মধ্যবিন্দু, $\left(\frac{6+0}{2},\frac{0+8}{2}\right)$

$=(3,4)$

$\therefore$ সমদূরবর্তী বিন্দু, $\boxed{(3,4)}$

২২. ক. -2
ব্যাখ্যা: ভরকেন্দ্র, $\equiv\left(\frac{1+a+3}{3},\frac{a+2+4}{3}\right)$

$=\left(\frac{a+4}{3},\frac{a+6}{3}\right)$

ভরকেন্দ্রটি $y=2x$ রেখায় অবস্থিত। তাই,

$$\frac{a+6}{3}=2\left(\frac{a+4}{3}\right)$$

$\Rightarrow a+6=2a+8\Rightarrow a=-2$

$\therefore \boxed{a=-2}$

২৩. গ. 5
ব্যাখ্যা: সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1$

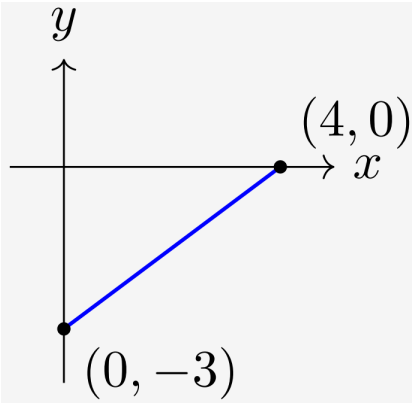
এখানে, $a=4, \quad b=-3$

অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য,

$=\sqrt{a^2+b^2}$

$=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

$\therefore \boxed{5 \text{ একক}}$



২৪. ক. 1 : 2
ব্যাখ্যা: x-অক্ষ দ্বারা বিভক্তির অনুপাত, $m_1:m_2=|y_1|:|y_2|$

যেহেতু y_1 ও y_2 বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট, তাই রেখাংশটি অন্তর্বিভক্ত হবে।

অতএব, $m_1:m_2=|-3|:|6|=3:6=1:2$

$\therefore \boxed{m_1:m_2=1:2 \text{ (অন্তর্বিভক্ত)}}$

২৫. ক. 6
ব্যাখ্যা:
সূত্র, $\Delta=\frac{|(c_1-d_1)(c_2-d_2)|}{|a_1b_2-a_2b_1|}$

এখানে, $c_1=-2, \quad d_1=-5\Rightarrow |c_1-d_1|=|-2-(-5)|=3$

এবং, $c_2=-1, \quad d_2=-7\Rightarrow |c_2-d_2|=|-1-(-7)|=6$

নির্ণায়ক, $|a_1b_2-a_2b_1|=|1(-2)-1(1)|=|-3|=3$

অতএব, $\Delta = \frac{3 \times 6}{3} = 6$

$\therefore \boxed{\Delta = 6 \text{ বর্গ একক}}$

২৬. গ. 75°
ব্যাখ্যা: ১ম রেখার ঢাল, $m_1 = 1 \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$

২য় রেখার ঢাল, $m_2 = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta_2 = 120^\circ$

অতএব, রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = |120^\circ - 45^\circ| = 75^\circ$

$\therefore \boxed{\theta = 75^\circ}$

২৭. খ. 2
ব্যাখ্যা: রেখাদ্বয় সমান্তরাল হলে,

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}\ \frac{k}{2} = \frac{k+1}{3}$

$\Rightarrow 3k = 2(k+1) \Rightarrow 3k = 2k + 2 \Rightarrow \boxed{k = 2}$

২৮. ক. $y = -3x + 2$
ব্যাখ্যা: y-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিফলনে x-এর পরিবর্তে $-x$ হয়।

অতএব, $y = 3(-x) + 2 \Rightarrow y = -3x + 2$

$\therefore \boxed{y = -3x + 2}$

২৯. ক. $x - 2y = 0$
ব্যাখ্যা: $x - y = 0$ বা $y = x$ রেখার সাপেক্ষে প্রতিফলনে x ও y-এর স্থান বিনিময় হয়।

অতএব, $2x - y = 0$ রেখায় x-এর জায়গায় y এবং y -এর জায়গায় x বসালে, $2y - x = 0 \Rightarrow x - 2y = 0$

$\therefore \boxed{x - 2y = 0}$

৩০. ক. $x + y = 3$
ব্যাখ্যা: ছেদবিন্দু, $(2, 1)$

অক্ষদ্বয় থেকে সমান ও একই চিহ্নবিশিষ্ট অংশ ছেদকারী রেখার সমীকরণ, $x + y = a$

রেখাটি $(2, 1)$ বিন্দু দিয়ে যায়। তাই, $2 + 1 = a$

$\Rightarrow a = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $\boxed{x + y = 3}$

৩১. খ. 8
ব্যাখ্যা: প্রদত্ত শর্তমতে, $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

$\Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{a-1}{a} \Rightarrow b = \frac{2a}{a-1}$

ধরি, $P = ab$

তাহলে, $P = a\left(\frac{2a}{a-1}\right) = \frac{2a^2}{a-1}$

সর্বনিম্ন মানের জন্য, $\frac{dP}{da} = 0$

$\Rightarrow \frac{(a-1)\cdot 4a - 2a^2}{(a-1)^2} = 0$

$\Rightarrow 4a^2 - 4a - 2a^2 = 0$

$\Rightarrow 2a^2 - 4a = 0$

$\Rightarrow 2a(a-2) = 0$

যেহেতু a>0 এবং $a \neq 1, \Rightarrow a = 2$

এখন, $b = \frac{2(2)}{2-1} = 4$

অতএব, $ab = 2 \times 4 = 8$

$\therefore \boxed{ab_{min} = 8}$

৩২. ক. $13, -17$
ব্যাখ্যা: $\frac{|3(2) + 4(-1) + c|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$

$\Rightarrow \frac{|6 - 4 + c|}{5} = 3 \Rightarrow |c + 2| = 15$

অতএব, $c + 2 = 15 \Rightarrow c = 13$

অথবা, $c + 2 = -15 \Rightarrow c = -17$

$\therefore \boxed{c = 13 \text{ অথবা } c = -17}$

৩৩. ক. $(3, 4)$
ব্যাখ্যা: আয়তের শীর্ষবিন্দুগুলো হলো,

$(1, 2), \quad (5, 2), \quad (5, 6), \quad (1, 6)$

কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু হলো বিপরীত শীর্ষবিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু।

$(1,2)$ ও $(5,6)$-এর মধ্যবিন্দু,

$$\left(\frac{1+5}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = (3,4)$$

$\therefore$ কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু, $\boxed{(3,4)}$

৩৪. খ. $y + 6 = 0$
ব্যাখ্যা: ধরি, ত্রিভুজটির ৩য় শীর্ষবিন্দু (x, y)।

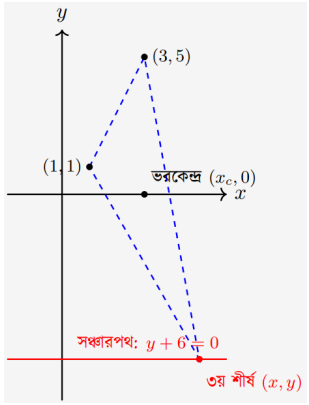
যেহেতু ভরকেন্দ্র x-অক্ষের উপর অবস্থিত, তাই ভরকেন্দ্রের কোটি 0 হবে।

আমরা জানি, ভরকেন্দ্রের কোটি $= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

শর্তমতে, $\frac{1 + 5 + y}{3} = 0$

$\Rightarrow y + 6 = 0 \Rightarrow y = -6$

$\therefore$ ৩য় শীর্ষবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ, $\boxed{y + 6 = 0}$



৩৫. খ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
ব্যাখ্যা: উচ্চতা, $h = \frac{|2 + 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$

$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$

অতএব, $A = \frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \boxed{A = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ বর্গ একক}}$

৩৬. গ. বৃত্ত **(circle)**
ব্যাখ্যা: $PA^2 + PB^2 = 2k^2$

$\Rightarrow (x - a)^2 + y^2 + (x + a)^2 + y^2 = 2k^2$

$\Rightarrow 2x^2 + 2a^2 + 2y^2 = 2k^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = k^2 - a^2$

এটি মূলবিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তের সমীকরণ।

$\therefore \boxed{x^2 + y^2 = k^2 - a^2}$

৩৭. খ. -1
ব্যাখ্যা: $1 : 2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক,

$$x = \frac{1(4) + 2(2)}{1 + 2} = \frac{8}{3}$$

$$y = \frac{1(5) + 2(3)}{1 + 2} = \frac{11}{3}$$

বিন্দুটি $x - y = k$ রেখার উপর অবস্থিত।

$\therefore \frac{8}{3} - \frac{11}{3} = k$

$\Rightarrow k = -\frac{3}{3} \Rightarrow \boxed{k = -1}$

৩৮. ঘ. ৪র্থ **(4th)**
ব্যাখ্যা: সমীকরণ,

$$\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y = 2$$

এখানে, $\cos\alpha = \frac{3}{5} > 0$

এবং, $\sin\alpha = -\frac{4}{5} < 0$

যেহেতু $\cos\alpha$ ধনাত্মক এবং $\sin\alpha$ ঋণাত্মক, তাই α চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$\therefore \boxed{\alpha \text{ চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত}}$

৩৯. গ. $(0, 3)$
ব্যাখ্যা: যেকোনো বিন্দু (x, y) থেকে y-অক্ষের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু হয়, $(0, y)$

$\therefore (2, 3)$ থেকে y-অক্ষের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু, $\boxed{(0, 3)}$

৪০. খ. 45°

ব্যাখ্যা: $m_1 = 2$ এবং $m_2 = -3$

দুটি সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$$

$$= \left|\frac{2 - (-3)}{1 + (2)(-3)}\right|$$

$$= \left|\frac{5}{1-6}\right| = \left|\frac{5}{-5}\right| = 1$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(1) = \boxed{45^\circ}$$

৪১. ঘ. ক এবং গ

ব্যাখ্যা: $m_1 = 1, \quad \theta = 30^\circ$

দুটি সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণের সূত্র অনুযায়ী,

$$\tan 30^\circ = \left|\frac{m-1}{1+m}\right|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm\frac{m-1}{m+1}$$

$(+)$ চিহ্নের জন্য, $m + 1 = \sqrt{3}m - \sqrt{3}$

$$\Rightarrow m(\sqrt{3}-1) = \sqrt{3}+1$$

$$\Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \Rightarrow m = 2+\sqrt{3}$$

$(-)$ চিহ্নের জন্য, $-m - 1 = \sqrt{3}m - \sqrt{3}$

$$\Rightarrow m(\sqrt{3}+1) = \sqrt{3}-1$$

$$\Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow m = 2-\sqrt{3}$$

$$\therefore \boxed{m = 2+\sqrt{3} \text{ অথবা } m = 2-\sqrt{3}}$$

৪২. ক. $y = x$

ব্যাখ্যা: ১ম সমীকরণ থেকে ২য় সমীকরণ বিয়োগ করলে,

$$x\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + y\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{b-a}{ab}\right) - y\left(\frac{b-a}{ab}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b-a}{ab}(x-y) = 0$$

যেহেতু $a \neq b$, তাই, $x - y = 0 \Rightarrow y = x$

$$\therefore \boxed{y = x}$$

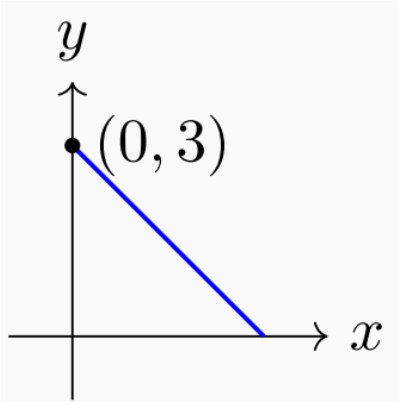
৪৩. খ. 2

ব্যাখ্যা: $\frac{2x}{6} + \frac{ky}{6} = 1$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{\frac{6}{k}} = 1$$

y-অক্ষের খণ্ডিতাংশ, $\frac{6}{k} = 3$

$$\Rightarrow 6 = 3k \Rightarrow \boxed{k = 2}$$



৪৪. গ. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

ব্যাখ্যা: $(a, 0)$ ও $(0, b)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

যেহেতু $(1, 1)$ বিন্দুটি এই রেখার উপর অবস্থিত, তাই,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

$$\therefore \boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1}$$

৪৫. খ. $(1, -2)$

ব্যাখ্যা: সমীকরণটিকে পূর্ণবর্গ আকারে সাজাই,

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

মূলবিন্দুকে $(1, -2)$ বিন্দুতে স্থানান্তর করলে,

$X = x - 1, \quad Y = y + 2$

অর্থাৎ, $x = X + 1, \quad y = Y - 2$

ফলে সমীকরণটি হবে, $X^2 + Y^2 = 5$

$\therefore \boxed{X^2 + Y^2 = 5}$

এখানে কোনো একঘাত পদ নেই।

৪৬. ক. $(1 - m^2)y = 2mx$

ব্যাখ্যা: $y = mx$ রেখাটি x-অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, যেখানে, $\tan\theta = m$

প্রতিবিম্ব রেখাটি x-অক্ষের সাথে 2θ কোণ উৎপন্ন করবে।

প্রতিবিম্ব রেখার ঢাল, $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

$= \dfrac{2m}{1 - m^2}$

অতএব, প্রতিবিম্ব রেখার সমীকরণ, $y = \dfrac{2m}{1 - m^2}x$

$\Rightarrow \boxed{(1 - m^2)y = 2mx}$

৪৭. ক. $4 : 3$ অন্তর্বিভক্ত **(internal,** $4 : 3$**)**

ব্যাখ্যা: y-অক্ষ দ্বারা বিভক্তির অনুপাত, $m_1 : m_2 = -\dfrac{x_1}{x_2}$

$= -\dfrac{-4}{3} = \dfrac{4}{3}$

যেহেতু অনুপাতটি ধনাত্মক, তাই y-অক্ষ রেখাংশটিকে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore \boxed{m_1 : m_2 = 4 : 3}$

৪৮. ক. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

ব্যাখ্যা: রেখার সমীকরণ, $2x - y - 1 = 0$

মূলবিন্দু $(0, 0)$ থেকে রেখাটির দূরত্ব,

$d = \dfrac{|2(0) - 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \boxed{d = \dfrac{1}{\sqrt{5}}}$

৪৯. খ. ± 2

ব্যাখ্যা: রেখাদ্বয় সমান্তরাল হওয়ার শর্ত,

$\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2}$

$\dfrac{k}{4} = \dfrac{-1}{-k}$

$\Rightarrow \dfrac{k}{4} = \dfrac{1}{k} \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow \boxed{k = \pm 2}$

৫০. গ. $x^2 + y^2 = 25$

ব্যাখ্যা: ধরি, ত্রিভুজের শীর্ষদ্বয় $A(a, 0)$ এবং $B(0, b)$।

অতিভুজের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{a^2 + b^2} = 10 \Rightarrow a^2 + b^2 = 100$

মধ্যবিন্দু, $(x, y) = \left(\dfrac{a}{2}, \dfrac{b}{2}\right)$

$\Rightarrow a = 2x, \quad b = 2y$

অতএব, $(2x)^2 + (2y)^2 = 100 \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 = 100$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 25$

$\therefore \boxed{x^2 + y^2 = 25}$

