MCQ ৫০ নম্বর

১. খ. $40\,\text{kmh}^{-1}$

ব্যাখ্যা: ধরি বাসের বেগ v।

পিছন থেকে আপেক্ষিক বেগ $(v-20)$ এবং সামনে থেকে $(v+20)$।

$vT = (v-20)\times 18$ এবং, $vT = (v+20)\times 6$

তাই, $(v-20)\times 18 = (v+20)\times 6$

$\Rightarrow 3v - 60 = v + 20$

$\Rightarrow 2v = 80$

$\Rightarrow v = 40, \text{kmh}^{-1}$।

২. খ. $\sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: শর্তগুলো থেকে তিনটি সমীকরণ,

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$4R^2 = P^2 + 4Q^2 + 4PQ\cos\alpha$

$4R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\alpha$

২য় ও ৩য় সমীকরণ থেকে,

$$\cos\alpha = -\frac{Q}{2P}$$

১ম সমীকরণে বসিয়ে, $R^2 = P^2$

১ম ও ৩য় সমীকরণ যোগ করে, $5R^2 = 2P^2 + 2Q^2$

সমাধানে, $P^2 : Q^2 : R^2 = 2 : 3 : 2$

অতএব, $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$।

৩. খ. $\frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{i} - \sqrt{\frac{5}{6}}\hat{j} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{k}$

ব্যাখ্যা: xz তলের অভিলম্ব $\hat{n} = \hat{j}$।

আপতন কোণ, $\cos i = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sin i = \sqrt{\frac{2}{3}}$।

স্নেলের সূত্রে, $\sin r = \frac{\sin i}{2} = \frac{1}{\sqrt{6}}$।

$\therefore \cos r = \sqrt{\frac{5}{6}}$।

তলের সমান্তরাল উপাংশ $(\hat{i}, \hat{k})$ সমান অনুপাতে থাকায় প্রতিসরিত ভেক্টর,

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{i} - \sqrt{\frac{5}{6}}\hat{j} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{k}।$$

৪. ক. $35.26°$

ব্যাখ্যা: ঘনকের কর্ণ, $\overrightarrow{OC} = a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$

তলের কর্ণ, $\overrightarrow{OA} = a\hat{i} + a\hat{j}$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC} = 2a^2$

$|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{2}a, \quad |\overrightarrow{OC}| = \sqrt{3}a$

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OC}|}$$

$$= \frac{2a^2}{\sqrt{2}a\cdot\sqrt{3}a}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$\therefore \theta \approx 35.26°$।

৫. খ. 3

ব্যাখ্যা: ঘন সামান্তরিকের আয়তন, $V = \left|\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})\right|$

$$V = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & m \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow V = |2(4m - 0) - 3(0) + 4(0)| = |8m|$

প্রশ্নমতে, $|8m| = 24$

$\Rightarrow m = 3$ (যেহেতু অপশনগুলো ধনাত্মক)

সঠিক উত্তর: খ

৬. খ. $7.96\,ms^{-2}$

ব্যাখ্যা: $\vec{v}_A = 5\hat{i}$, $\vec{v}_C = -5\hat{i}$

$\Delta\vec{v} = -10\hat{i}$

$\Rightarrow |\Delta v| = 10, ms^{-1}$

অর্ধবৃত্ত অতিক্রমের সময়,

$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{2\pi}{5}, s$

অতএব,

$a_{avg} = \frac{|\Delta v|}{t}$

$= \frac{10}{\frac{2\pi}{5}}$

$= \frac{25}{\pi}$

$\approx 7.96, ms^{-2}$।

৭. ক. 1 : 1

ব্যাখ্যা: $\vec{P} \cdot \vec{C} = 0$

$\Rightarrow \alpha(\vec{A} \cdot \vec{C}) + \beta(\vec{B} \cdot \vec{C}) = 0$

$\vec{A} \cdot \vec{C} = 2 - 3 - 8 = -9$; $\vec{B} \cdot \vec{C} = 2 + 3 + 4 = 9$

তাই, $-9\alpha + 9\beta = 0 \Rightarrow \alpha = \beta$

অতএব, $\alpha : \beta = 1 : 1$।

৮. খ. 14

ব্যাখ্যা: $P^2 + Q^2 + 2\vec{P} \cdot \vec{Q} = P^2 + 2Q^2$

$\Rightarrow Q^2 = 2(\vec{P} \cdot \vec{Q})$

$= 2(3) = 6$

আবার, $|\vec{P} \times \vec{Q}|^2 = P^2Q^2 - (\vec{P} \cdot \vec{Q})^2$

$\Rightarrow 75 = P^2Q^2 - 9$

$\Rightarrow P^2Q^2 = 84$

এখন, $Q^2 = 6$ বসিয়ে, $P^2 = \frac{84}{6} = 14$

৯. ক. 0°

ব্যাখ্যা: $P^2 + Q^2 + 2\vec{P} \cdot \vec{Q} = P^2 + 2Q^2$

$\Rightarrow Q^2 = 2(\vec{P} \cdot \vec{Q}) = 2(3) = 6$

আবার, $|\vec{P} \times \vec{Q}|^2 = P^2Q^2 - (\vec{P} \cdot \vec{Q})^2$

$\Rightarrow 75 = P^2Q^2 - 9$

$\Rightarrow P^2Q^2 = 84$

এখন, $Q^2 = 6$ বসিয়ে, $P^2 = \frac{84}{6} = 14$।

১০. খ. $5\sqrt{2}\,N$

ব্যাখ্যা: পরস্পর লম্ব অক্ষ বরাবর লব্ধি, $R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

$= \sqrt{9 + 16 + 25}$

$= \sqrt{50}$

$= 5\sqrt{2}, N$।

১১. খ. $7\hat{i} + 7\hat{j}$

ব্যাখ্যা: $\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

$\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_1$

$= (5\hat{i} + 4\hat{j}) + (2\hat{i} + 3\hat{j})$

$= 7\hat{i} + 7\hat{j}$

১২. গ. $20\,\mathrm{m\,min^{-1}}$

ব্যাখ্যা: স্রোতের বেগ, $u = \frac{120}{10} = 12, \mathrm{m\,min^{-1}}$।

$t_1 = \frac{d}{v} = 10 \Rightarrow d = 10v$।

আবার, $t_2 = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} = 12.5$

$\Rightarrow \frac{10v}{\sqrt{v^2 - 144}} = 12.5$

বর্গ করে সমাধান করলে, $v = 20, \mathrm{m\,min^{-1}}$।

১৩. ক. $-36\hat{j}$

ব্যাখ্যা: $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y} = xz\hat{i} - 3y^2\hat{k}$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} = -6y\hat{k}$

$(1, 1, 0)$-এ, $= -6\hat{k}$।

আবার, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial x} = 3x^2\hat{i} - y\hat{j} + 2xz\hat{k}$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = 6x\hat{i} + 2z\hat{k}$

$(1, 1, 0)$-এ, $= 6\hat{i}$।

অতএব, $(-6\hat{k}) \times (6\hat{i}) = -36(\hat{k} \times \hat{i}) = -36\hat{j}$

১৪. খ. 17.7

ব্যাখ্যা: সমতলীয় শর্তে নির্ণায়ক $= 0$।

$$\begin{vmatrix} 2 & amp;2 & amp;-1 \\ 6 & amp;-3 & amp;2 \\ 15 & amp;a & amp;-9 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 2(27 - 2a) - 2(-54 - 30) - (6a + 45) = 0$

$\Rightarrow 54 - 4a + 168 - 6a - 45 = 0$

$\Rightarrow 177 - 10a = 0$

$\Rightarrow a = \frac{177}{10} \Rightarrow a = 17.7$

১৫. ক. $a = 4, b = -3, c = 5$

ব্যাখ্যা: $\nabla \times \vec{A} = 0$ শর্তে সহগ তুলনা করে,

$c - 5 = 0 \Rightarrow c = 5$

$4 - a = 0 \Rightarrow a = 4$

$b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3$।

অতএব, $a = 4, \quad b = -3, \quad c = 5$

১৬. ক. $\frac{1}{\sqrt{122}}(-8\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k})$

ব্যাখ্যা: $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = -8\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}$

$|\vec{C}| = \sqrt{(-8)^2 + (-3)^2 + 7^2}$

$= \sqrt{64 + 9 + 49} = \sqrt{122}$

অতএব, একক ভেক্টর $= \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|}$

$= \frac{1}{\sqrt{122}}\left(-8\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}\right)$।

১৭. ক. $12.05\,\mathrm{N}, 81.74°$

ব্যাখ্যা: $R_x = 1\cos 0° + 2\cos 30° + 3\cos 60° + 4\cos 90° + 5\cos 120°$

$= \sqrt{3}$।

$R_y = 1\sin 0° + 2\sin 30° + 3\sin 60° + 4\sin 90° + 5\sin 120°$

$= 5 + 4\sqrt{3}$

অতএব, $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

$\approx 12.05, \mathrm{N}$

এবং, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$

$\approx 81.74°$

১৮. ক. $A = B$ বা $A = 2B$

ব্যাখ্যা: সাইন সূত্রে, $\frac{B}{\sin 30°} = \frac{\sqrt{3}B}{\sin\theta}$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \theta = 60°$ বা $120°$।

$\theta = 60°$ হলে, $A = 2B$।

$\theta = 120°$ হলে, $A = B$।

১৯. খ. $2\vec{\omega}$

ব্যাখ্যা: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$-এর উপাংশগুলো গণনা করে কার্ল নির্ণয় করলে

$\nabla \times \vec{v} = 2\vec{\omega}$

২০. ক. $20\hat{i} - 40\hat{j}$

ব্যাখ্যা: $(\vec{v}_Q - \vec{v}_P) + (\vec{v}_R - \vec{v}_Q) + (\vec{v}_S - \vec{v}_R)$

$= \vec{v}_S - \vec{v}_P$

$= 30\hat{i} + 40\hat{j} - 50\hat{i}$

$= -20\hat{i} + 40\hat{j}$।

অতএব, S-এর সাপেক্ষে P-এর বেগ,

$\vec{v}_{PS} = -(\vec{v}_S - \vec{v}_P)$

$= 20\hat{i} - 40\hat{j}$।

২১. ক. $120°, 11.55\,\mathrm{s}$

ব্যাখ্যা: সোজা ওপারে পৌঁছানোর কোণ, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$

$= \cos^{-1}(-0.5) = 120°$

অতএব, $t = \frac{d}{v\sin\alpha}$

$= \frac{100}{10\sin 120°}$

$\approx 11.55, \mathrm{s}$

২২. খ. $45°$

ব্যাখ্যা: $PQ\cos\theta = PQ\sin\theta \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45°$

২৩. গ. $114.125°$

ব্যাখ্যা: বিচ্যুতি, $x = \frac{(u + v\cos\alpha)d}{v\sin\alpha}$।

মান বসিয়ে, $0.4\sin\alpha = 2 + 4\cos\alpha$

সমাধান করে, $\alpha \approx 114.125°$

২৪. খ. $-0.217\hat{i} - 0.931\hat{j} + 0.294\hat{k}$

ব্যাখ্যা: প্রতিসরিত একক ভেক্টর,

$\hat{R} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{i} - \sqrt{\frac{5}{6}}\hat{j} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{k}$।

যেহেতু $v_2 = \frac{c}{2}$,

$\vec{v}_L = c(0.1443\hat{i} - 0.4564\hat{j} + 0.1443\hat{k})$।

আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_{rel} = \vec{v}L - \vec{v}obs$

$= c(-0.1057\hat{i} - 0.4564\hat{j} + 0.1443\hat{k})$

তাই, $|\vec{v}_{rel}| \approx 0.49c$

একক ভেক্টর, $\hat{v}_{rel} \approx -0.217\hat{i} - 0.931\hat{j} + 0.294\hat{k}$

২৫. ক. 243.9 m

ব্যাখ্যা: পার হতে সময়, $t \approx 14.14, s$

নদী বরাবর দূরত্ব, $x = v_x t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$= 5(14.14) + \frac{1}{2}(\sqrt{3})(14.14)^2$

$\approx 70.7 + 173.2$

$\approx 243.9, m$।

২৬. ক. $\cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: সাইন সূত্রে, $\frac{u}{\sin(45° - \theta)} = \frac{2u}{\sin 135°}$

$\Rightarrow 2\sin(45° - \theta) = \sin 135°$

$\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\theta - \sin\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{2}$

২৭. গ. 90°

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a} - \vec{b}|^2$

$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$

$\Rightarrow 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

এখন, $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = a^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - 4b^2 = a^2 - 4b^2$

যেহেতু $a = 2b$, তাই $a^2 = 4b^2$

$\Rightarrow a^2 - 4b^2 = 4b^2 - 4b^2 = 0$

যেহেতু ভেক্টরদ্বয়ের ডট গুণফল শূন্য, তাই এরা পরস্পর লম্ব এবং মধ্যবর্তী কোণ 90°।

২৮. ক. 7.51 s

ব্যাখ্যা: সাইন সূত্রে, $\theta \approx 46.19°$

$\angle AOB = 180° - 60° - 46.19° = 73.81°$

আবার সাইন সূত্রে, $12t = \frac{100\sin 60°}{\sin 73.81°}$

≈ 90.18

$\Rightarrow t \approx 7.51, s$

২৯. খ. 126.87°

ব্যাখ্যা: বিচ্যুতি, $x = \frac{ud}{v}\csc\alpha + d\cot\alpha$

$\frac{dx}{d\alpha} = 0$ থেকে, $\cos\alpha = -\frac{v}{u}$।

অতএব, $\cos\alpha = -\frac{3}{5} = -0.6$

$\Rightarrow \alpha \approx 126.87°$

৩০. ক. $4\sqrt{21}$

ব্যাখ্যা: সমতলীয় শর্তে, $-4x + 2y - 2z = 0$

লম্ব শর্তে, $2x + 3y - z = 0$

আবার, $y + z = 24$

সমীকরণগুলো সমাধান করে, $x = -4, \quad y = 8, \quad z = 16$

অতএব, $|\vec{c}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$= \sqrt{16 + 64 + 256}$

$= \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$

খ. $2000, m, \ 500\sqrt{3}, m$

৩১.

ব্যাখ্যা: চতুর্থবার বাঁক নেওয়ার ঠিক পূর্বে মোট চারটি $500, m$ পথ অতিক্রম করা হয়েছে। তাই মোট দূরত্ব,

$s = 4 \times 500 = 2000, m$

চারটি সরণের দিক যথাক্রমে $0°, 60°, 120°, 180°$। সুতরাং মোট সরণের x-উপাংশ,

$R_x = 500(\cos 0° + \cos 60° + \cos 120° + \cos 180°)$

$= 500\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1\right) = 0$।

এবং y-উপাংশ,

$R_y = 500(\sin 0° + \sin 60° + \sin 120° + \sin 180°)$

$= 500\left(0 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 0\right)$

$= 500\sqrt{3}, m$।

অতএব সরণ, $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

$= 500\sqrt{3}, m \approx 866, m$

সুতরাং মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব $2000, m$ এবং সরণ $500\sqrt{3}, m \approx 866, m$

৩২. গ. 12

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$

এখানে, $\frac{\partial\phi}{\partial x} = 2xy + z^2 \Rightarrow \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = 2y$

$\frac{\partial\phi}{\partial y} = x^2 + 2yz \Rightarrow \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = 2z$

$\frac{\partial\phi}{\partial z} = y^2 + 2zx \Rightarrow \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 2x$

$\therefore \nabla^2\phi = 2y + 2z + 2x$

$(1, 2, 3)$ বিন্দুতে এর মান: $\nabla^2\phi = 2(2) + 2(3) + 2(1) = 4 + 6 + 2 = 12$

৩৩. খ. $50.21\,kmh^{-1}$

ব্যাখ্যা: আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}rel = \vec{v}air - \vec{v}_{boat}$

তাই, $|\vec{v}_{rel}| = \sqrt{51^2 + 71^2 + 2(51)(71)\cos 135°}$

$\approx 50.21, kmh^{-1}$।

৩৪. গ. 36 J

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত পথে, $x = t, y = 2t, z = -t$

সুতরাং বল, $\vec{F} = 2t\hat{i} + 6t\hat{j} - 4t\hat{k}$

এবং সরণ ভেক্টর $d\vec{r} = \left(\frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}\right)dt = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})dt$

$\vec{F} \cdot d\vec{r} = (2t)(1) + (6t)(2) + (-4t)(-1)dt = (2t + 12t + 4t)dt = 18t\,dt$

কৃতকাজ $W = \int_0^2 18t\,dt = [9t^2]_0^2 = 9(2^2) - 0 = 36$ J

৩৫. গ. $\sqrt{3}/2$

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AB} = B - A = -\hat{i} + \hat{j}$

$\overrightarrow{AC} = C - A = -\hat{i} + \hat{k}$

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & amp;\hat{j} & amp;\hat{k} \\ -1 & amp;1 & amp;0 \\ -1 & amp;0 & amp;1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1 - 0) - \hat{j}(-1 - 0) + \hat{k}(0 + 1) = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গ একক।

৩৬. খ. $2.83\,\text{ms}^{-2}$ (উত্তর-পশ্চিম)

ব্যাখ্যা: $\vec{v}_1 = 10\hat{i}, \quad \vec{v}_2 = 10\hat{j}$

$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 10\hat{j} - 10\hat{i}$

$|\Delta\vec{v}| = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \approx 14.14, \text{ms}^{-1}$

তাই, $a = \frac{|\Delta\vec{v}|}{t} = \frac{14.14}{5} \approx 2.83, \text{ms}^{-2}$

দিক $-\hat{i} + \hat{j}$, অর্থাৎ উত্তর-পশ্চিম।

৩৭. ক. 0° (খাড়াভাবে)

ব্যাখ্যা: বাতাসসহ বৃষ্টির প্রকৃত বেগ,

$\vec{v}_r = 10\hat{j} - 10\hat{k}$

আরোহীর সাপেক্ষে,

$\vec{v}_{rel} = (10\hat{j} - 10\hat{k}) - 10\hat{j}$

$= -10\hat{k}$

অতএব, অনুভূমিক উপাংশ শূন্য হওয়ায় বৃষ্টি খাড়া নিচে পড়তে দেখাবে, অর্থাৎ কোণ 0°

৩৮. খ. $2\sqrt{29}$

ব্যাখ্যা: রৈখিক ভরবেগ, $\vec{p} = m\vec{v} = 2(2\hat{i} + \hat{j}) = 4\hat{i} + 2\hat{j}$

কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} =$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(0 - 4) - \hat{j}(0 - 8) + \hat{k}(2 - 8) = -4\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k}$

$\therefore |\vec{L}| = \sqrt{(-4)^2 + 8^2 + (-6)^2} = \sqrt{16 + 64 + 36} = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}\,\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

৩৯. ক. 31.81°

ব্যাখ্যা: $\vec{n} = \vec{A} \times \vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 7\hat{k}$

তাই, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{|n_y|}{\sqrt{n_x^2 + n_z^2}}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{65}}\right) \approx 31.81°$

৪০. ক. 55.50°

ব্যাখ্যা: 5, s পরে বোটের বেগ,

$v = u + at = 0 + 2(5) = 10, \text{m/s}$।

স্রোতের দিকে বোটের বেগের x-উপাংশ,

$v_{bx} = v_{current} + v\cos 30°$

$= 5 + 10\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 5 + 5\sqrt{3}$

নদীর প্রস্থ বরাবর y-উপাংশ, $v_{by} = v\sin 30°$

$= 10\left(\frac{1}{2}\right) = 5$

বোটের বেগ, $\vec{v}_b = (5 + 5\sqrt{3})\hat{i} + 5\hat{j}$

বৃষ্টির প্রকৃত বেগ, $\vec{v}_r = -10\hat{k}$

বোটের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_r - \vec{v}_b$

$= -(5 + 5\sqrt{3})\hat{i} - 5\hat{j} - 10\hat{k}$

উল্লম্বের $(\hat{k})$ সাথে কোণ θ হলে,

$\tan\theta = \frac{\text{অনুভূমিক উপাংশ}}{\text{উল্লম্ব উপাংশ}}$

$= \frac{\sqrt{(5 + 5\sqrt{3})^2 + 5^2}}{10}$

$\approx \frac{\sqrt{13.66^2 + 25}}{10}$

$\approx \frac{14.546}{10} = 1.4546$

অতএব, $\theta = \tan^{-1}(1.4546) \approx 55.50°$

৪১. খ. 53.30°

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{A_y}{\sqrt{A_x^2 + A_z^2}}$

$= \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1.3416$

অতএব, $\theta = \tan^{-1}(1.3416) \approx 53.30°$

৪২. গ. 71.25°

ব্যাখ্যা: আপতন কোণ, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \approx 33.69°$

স্নেলের সূত্রে, $\sin 33.69° = \sqrt{3}\sin r$

$\Rightarrow \sin r \approx 0.320$

$\Rightarrow r \approx 18.66°$

অতএব, x-অক্ষের সাথে কোণ, $= 90° - 18.66°$

$\approx 71.34°$

৪৩. গ. $1\,ms^{-2}, 79.69°$

ব্যাখ্যা: C ও A-এর মিলনের সময়, $t = \frac{1000}{25} = 40, s$

প্রয়োজনীয় ন্যূনতম ত্বরণ, $a = 1, ms^{-2}$

$40, s$ পরে B-এর বেগ,

$v_B = 15 + 1 \times 40 = 55, ms^{-1}$।

বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_{rel} = -55\hat{i} - 10\hat{j}$

তাই, $\tan\theta = \frac{55}{10}$

$\Rightarrow \theta \approx 79.69°$

৪৪. খ. 432 unit

ব্যাখ্যা: $\vec{v} = 9t^2\hat{i} - 8t\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 18t\hat{i} - 8\hat{j}$

$t = 2$-এ, $\vec{a} = 36\hat{i} - 8\hat{j}$

আবার, $\vec{B} \times \vec{C} = 12\hat{i}$

অতএব, $V = \left|\vec{a} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})\right|$

$= |36 \times 12| = 432$

অতএব, আয়তন 432 ঘন একক

৪৫. ক. 3.29

ব্যাখ্যা: $\vec{c} = 1.5\hat{i} - 2.5\hat{j} + \hat{k}$

$|\vec{c}| = \sqrt{1.5^2 + (-2.5)^2 + 1^2} \approx 3.08$

$\vec{c}$ বরাবর অভিক্ষেপ, $P = \frac{\vec{r} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|}$

$= \frac{-5.5}{3.08} \approx -1.78$

লম্ব অভিক্ষেপ, $Q = \sqrt{|\vec{r}|^2 - P^2}$

$= \sqrt{14 - 3.18} \approx 3.29$

৪৬. গ. $18.66\,ms^{-1}, 100\,m$

ব্যাখ্যা: চোরের সরণ, $s_t = \frac{1}{2}(2)(10)^2 = 100, m$।

x-অক্ষ বরাবর সরণ,

$= 100\cos 30° = 86.6, m$।

পুলিশের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $D = 100 + 86.6 = 186.6, m$।

অতএব, $v_p = \frac{186.6}{10} = 18.66, ms^{-1}$।

৪৭. গ. 33.17 m

ব্যাখ্যা: বাতাসের বেগ y-অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

বাতাসের বেগের x-উপাংশ, $v_{wx} = 3\sqrt{3}\sin 30°$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$

বাতাসের বেগের y-উপাংশ, $v_{wy} = 3\sqrt{3}\cos 30°$

$= \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$

$t = 3, s$ সময়ে x-অক্ষ বরাবর মোট সরণ,

$x = v_{wx}t + \frac{1}{2}at^2$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}(3) + \frac{1}{2}(5)(3^2)$

$= \frac{45 + 9\sqrt{3}}{2}$

y-অক্ষ বরাবর সরণ, $y = v_{wy}t$

$= \frac{9}{2}(3) = \frac{27}{2}$

অতএব, লব্ধি সরণ, $s = \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{45 + 9\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{27}{2}\right)^2}$

$\approx \sqrt{(30.294)^2 + (13.5)^2} \approx \sqrt{1099.99}$

$\approx 33.17, m$

৪৮. গ. 0

ব্যাখ্যা: ভেক্টর অভেদ অনুসারে যেকোনো ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{V}$ -এর কার্লের ডাইভারজেন্স সর্বদা শূন্য

$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{V}) = 0$

৪৯. খ. 11.03 m

ব্যাখ্যা: $v_x = 0.25t^2 + 2$

$x = \int v_x, dt = \frac{0.25}{3}t^3 + 2t$

$t = 2$-এ, $x \approx 4.667, m$

আবার, $v_y = 2t + 3$

$y = \int v_y, dt = t^2 + 3t$

$t = 2$-এ, $y = 10, m$।

অতএব, লব্ধি সরণ, $s = \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{4.667^2 + 10^2} \approx 11.03, m$

৫০. ক. 0.4

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{v}{r} = \frac{5}{2} = 2.5, rads^{-1}$

তাই, $|\nabla \times \vec{v}| = 2\omega = 5, s^{-1}$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \frac{v^2}{r} = \frac{25}{2} = 12.5, ms^{-2}$

অতএব, অনুপাত $= \frac{5}{12.5} = 0.4$