MCQ ৫০ নম্বর

১. ক. $\frac{10}{\sqrt{14}}$

ব্যাখ্যা: অভিক্ষেপ $= \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|}$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = 3+4+3 = 10$

$|\vec{A}| = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$

অভিক্ষেপ $= \frac{10}{\sqrt{14}}$

২. খ. **10s**

ব্যাখ্যা: সর্বনিম্ন সময়ে নৌকাকে স্রোতের সাথে লম্বভাবে চালাতে হয়

$d = 100\,m,\ v = 10\,ms^{-1}$

$t_{min} = \frac{d}{v} = \frac{100}{10} = 10\,s$

৩. ক. **40 unit**

ব্যাখ্যা: সরণ ভেক্টর,

$\vec{s} = (5-1)\hat{i} + (4-2)\hat{j} + (1-3)\hat{k} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$

$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = 28+4+8 = 40$ unit

৪. খ. **10.14 sq. unit**

ব্যাখ্যা: $= \frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$

এখানে, $\vec{A}\times\vec{B} = 19\hat{i} - \hat{j} - 7\hat{k}$

তাই, $|\vec{A}\times\vec{B}| = \sqrt{19^2 + (-1)^2 + (-7)^2}$

$= \sqrt{361+1+49}$

$= \sqrt{411}$

≈ 20.27

অতএব, ক্ষেত্রফল, $\approx \frac{20.27}{2}$

≈ 10.14 বর্গ একক

৫. খ. **1**

ব্যাখ্যা: $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}$

রাশিটি হয় $\hat{k}\cdot\hat{k}$

একই একক ভেক্টরের ডট গুণফল 1

৬. ঘ. **100 s**

ব্যাখ্যা: আপেক্ষিক বেগ $v_{rel} = 10-9 = 1\,ms^{-1}$

আপেক্ষিক দূরত্ব $= 100\,m$

$t = \frac{100}{1} = 100\,s$

৭. ক. $-4\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{p} = 2(2\hat{i} + \hat{j})$

$= 4\hat{i} + 2\hat{j}$

তাই,

$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(2\times0 - 2\times2) - \hat{j}(1\times0 - 2\times4) + \hat{k}(1\times2 - 2\times4)$

$= \hat{i}(0-4) - \hat{j}(0-8) + \hat{k}(2-8)$

$= -4\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k}$

৮. ক. $4\sqrt{21}$

ব্যাখ্যা: সমতলীয় শর্তে $2x - y + z = 0$; লম্ব শর্তে $2x + 3y - z = 0$; $y + z = 24$

সমাধানে $x = -4, y = 8, z = 16$

$|\vec{c}| = \sqrt{16+64+256} = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$

৯. খ. $-40\hat{k}$ **unit**

ব্যাখ্যা: $\vec{r} = x\hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{p} = 2(10\hat{i}) = 20\hat{i}$

$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = (x\hat{i} + 2\hat{j})\times 20\hat{i} = -40\hat{k}$ unit

১০. খ. $24.30°$

ব্যাখ্যা: সাইন সূত্রে $\frac{u}{\sin(45°-\theta)} = \frac{2u}{\sin 135°}$

সরলীকরণে $\cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{2}$

সমাধানে $\theta \approx 24.30°$

১১. গ. **10** ms^{-1}

ব্যাখ্যা: অনুভূমিক উপাংশ শূন্য (১ম শর্ত) থেকে $v_x = 5\,ms^{-1}$

২য় শর্তে $\tan 30° = \frac{5}{v_y} \Rightarrow v_y = 5\sqrt{3}\,ms^{-1}$

$v_r = \sqrt{25 + 75} = 10\,ms^{-1}$

১২. ক. $\sqrt{A^2 + B^2 + AB}$

ব্যাখ্যা: $AB\sin\theta = \sqrt{3}AB\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$

$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos 60°} = \sqrt{A^2 + B^2 + AB}$

১৩. খ. 60°

ব্যাখ্যা: $P = Q$, $R = \sqrt{3}P$

$3P^2 = 2P^2 + 2P^2\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 0.5 \Rightarrow \alpha = 60°$

১৪. গ. 120°

ব্যাখ্যা: $P = Q = R$

$P^2 = 2P^2 + 2P^2\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -0.5 \Rightarrow \alpha = 120°$

১৫. ক. **16, 12**

ব্যাখ্যা: $P + Q = 28$, $P - Q = 4$

যোগ করে $P = 16$; বিয়োগ করে $Q = 12$

১৬. ক. $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$

ব্যাখ্যা:

$\frac{\partial\phi}{\partial x} = 4xyz + 2yz + 2z^3$

$(1, -1, 1)$-এ, $= -4 - 2 + 2 = -4$

আবার, $\frac{\partial\phi}{\partial y} = 2x^2z + 2xz$

$(1, -1, 1)$-এ, $= 2 + 2 = 4$

এবং, $\frac{\partial\phi}{\partial z} = 2x^2y + 2xy + 6xz^2$

$(1, -1, 1)$-এ, $= -2 - 2 + 6 = 2$

অতএব, $\nabla\phi = -4\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$।

১৭. গ. **10** ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $\vec{v}_1 = 5\hat{i}$, $\vec{v}_2 = -5\hat{i}$ (বিপরীত বিন্দুতে দিক উল্টে যায়)

$\Delta\vec{v} = -10\hat{i}$

$|\Delta\vec{v}| = 10\,ms^{-1}$

১৮. ক. 26.56°

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v_m}{v_r} = \frac{5}{10} = 0.5$

$\theta = \tan^{-1}(0.5) \approx 26.56°$

১৯. ক. 2

ব্যাখ্যা: ধরি $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-এর মধ্যবর্তী কোণ θ এবং $|\vec{A}| = A$, $|\vec{B}| = B$।

$AB\sin\theta = \sqrt{3}, AB\cos\theta$

$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \theta = 60°$।

আবার, $|\vec{A} + \vec{B}|^2 = 3|\vec{A} - \vec{B}|^2$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos 60° = 3(A^2 + B^2 - 2AB\cos 60°)$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + AB = 3A^2 + 3B^2 - 3AB$

$\Rightarrow 2A^2 + 2B^2 = 4AB$

$\Rightarrow A^2 + B^2 = 2AB$।

অতএব, $\frac{A}{B} + \frac{B}{A} = \frac{A^2 + B^2}{AB}$

$= \frac{2AB}{AB}$

$= 2$

২০. খ. ভেক্টর দুটির মানের সমান

ব্যাখ্যা: $R = \sqrt{P^2 + P^2 + 2P^2\cos 120°} = \sqrt{2P^2 - P^2} = P$

২১. খ. $b = -2\sqrt{10}, c = 2$

ব্যাখ্যা: প্রতিসরিত একক ভেক্টর $\hat{R} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{i} - \sqrt{\frac{5}{6}}\hat{j} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{k}$

$\nabla\phi = 2\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$ ($a = 1$ বসিয়ে)

সমান্তরাল অনুপাত থেকে $c = 2$

আবার $\frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}}{2} = \frac{-\sqrt{\frac{5}{6}}}{b} \Rightarrow b = -2\sqrt{10}$

২২. খ. $58.00°$

ব্যাখ্যা: $t = 3$-এ গাড়ির বেগ $v_c = 3 + 1(3) = 6\,ms^{-1}$

বৃষ্টি+বাতাস $= -2\hat{i} - 5\hat{k}$; গাড়ি $= 6\hat{i}$

$\vec{v}_{rel} = -8\hat{i} - 5\hat{k}$

$\tan\theta = \frac{8}{5} = 1.6 \Rightarrow \theta \approx 58.00°$

২৩. ঘ. $-2\hat{j}, 0°$

ব্যাখ্যা: $\phi\vec{A}$ নির্ণয় করে আংশিক অন্তরীকরণে ফলাফল $-2\hat{j}$ পাওয়া যায়

$-2\hat{j}$ ভেক্টরটি xy-তলের অন্তর্গত (y-অক্ষ বরাবর), তাই তলের সাথে কোণ $0°$

২৪. ঘ. $-1 - b$

ব্যাখ্যা: যেকোনো ভেক্টরের কার্লের ডাইভারজেন্স সর্বদা শূন্য: $\nabla \cdot \vec{V} = 0$

$1 + a + b = 0$

$a = -1 - b$

২৫. ক. $64.12°$

ব্যাখ্যা: সমাধানে $\vec{c} = -4\hat{i} + 8\hat{j} + 16\hat{k}$, $|\vec{c}| = 4\sqrt{21} \approx 18.33$

$\cos\theta_y = \frac{8}{18.33} \approx 0.436$

$\theta_y = \cos^{-1}(0.436) \approx 64.12°$

২৬. গ. **5.30 km**

ব্যাখ্যা: সোজা ওপারের কোণ, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right) \approx 138.59°$

1, h-এ প্রস্থ বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$d_{y1} = 4\sin\alpha$

$\approx 2.645, km$।

বাকি প্রস্থ, $d_{y2} = 5 - 2.645 = 2.355, km$

সময়, $t_2 = \frac{2.355}{4}$

$\approx 0.589, h$

অনুভূমিক দূরত্ব, $d_x = 3 \times 0.589$

$\approx 1.766, km$

অতএব, $S = \sqrt{1.766^2 + 5^2}$

$\approx 5.30, km$

২৭. ক. $5\hat{i} - 5\hat{k}$

ব্যাখ্যা: মধ্যমা $\vec{F} = \overrightarrow{AD} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} = 4\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$

$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(4+1) - \hat{j}(4-4) + \hat{k}(-1-4) = 5\hat{i} - 5\hat{k}$

২৮. খ. **-1.5,** জিরো

ব্যাখ্যা: $|\hat{a} + \hat{b} + \hat{c}|^2 = 0 = 3 + 2(\hat{a}\cdot\hat{b} + \hat{b}\cdot\hat{c} + \hat{c}\cdot\hat{a})$

মান $= -1.5$

সমবেগে (সমদ্রুতিতে সরলরেখায়) চলতে নিউটনের **১ম** সূত্রে নিট বল দরকার নেই, তাই চতুর্থ বল শূন্য

২৯. ক. $2.5\,ms^{-2}$

ব্যাখ্যা: $20 > 5 + 10$ হওয়ায় লব্ধি শূন্য হতে পারে না

$F_{min} = 20 - (10 + 5) = 5\,N$

$a_{min} = \frac{5}{2} = 2.5\,ms^{-2}$

৩০. খ. $170.54°$

ব্যাখ্যা: $P = 16, Q = 12$; লম্ব হওয়ায় $F = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\,\text{N}$; $a = \frac{20}{2} = 10\,\text{ms}^{-2}$

$v_{obj} = 0 + 10(3) = 30\,\text{ms}^{-1}$

$v_{rel} = -5\hat{j} - 30\hat{i}$; $\cos\theta = -\frac{30}{\sqrt{925}} \Rightarrow \theta \approx 170.54°$

৩১. গ. $25.38°$

ব্যাখ্যা: $(\hat{i} \times \hat{k}) \times (\hat{j} \times \hat{k})$

$= (-\hat{j}) \times \hat{i}$

$= \hat{k}$।

অভিক্ষেপ $\vec{r}$-এর সমান্তরাল।

xz-তলের সাথে কোণ,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{4+36}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{40}}\right)$$

$\approx 25.38°$

৩২. ক. **81.65%**

ব্যাখ্যা: $\hat{a} = \frac{2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{6}}$; $\vec{F} = 10\hat{a}$

$\vec{s} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$; $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \frac{100}{\sqrt{6}} \approx 40.82\,\text{J}$

$W_{max} = 10 \times 5 = 50\,\text{J}$

শতকরা $= \frac{40.82}{50} \times 100\% \approx 81.65\%$

৩৩. ঘ. $0°$

ব্যাখ্যা: গতিপথ সবসময় xy-তলে থাকায় সরণ ভেক্টরও xy-তলে অবস্থিত

এই তলের লম্ব একক ভেক্টর $\hat{k}$

$\hat{k}$ নিজেই xz-তলের অন্তর্গত, তাই xz-তলের সাথে কোণ $0°$

৩৪. ক. **10.77 m**

ব্যাখ্যা: লব্ধি ত্বরণ $\vec{a}_{net} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{a}_{net}t^2 = \frac{1}{2}(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})(4) = 6\hat{i} + 8\hat{j} + 4\hat{k}$

$|\vec{s}| = \sqrt{36 + 64 + 16} = \sqrt{116} \approx 10.77\,\text{m}$

৩৫. খ. $12\hat{i} + 6\hat{j}$

ব্যাখ্যা: প্রথম 2s: $\vec{s}_1 = \frac{1}{2}(2\hat{i})(4) = 4\hat{i}$; $\vec{v}_1 = 2(2\hat{i}) = 4\hat{i}$

পরবর্তী 2s: $\vec{s}_2 = (4\hat{i})(2) + \frac{1}{2}(3\hat{j})(4) = 8\hat{i} + 6\hat{j}$

মোট $\vec{r} = 4\hat{i} + 8\hat{i} + 6\hat{j} = 12\hat{i} + 6\hat{j}$

৩৬. ক. $45°$

ব্যাখ্যা: $\vec{v}(t) = 6t\hat{i} + 4\hat{j} + 3t^2\hat{k}$; $\vec{a}(t) = 6\hat{i} + 6t\hat{k}$

$t = 1$-এ $\vec{a} = 6\hat{i} + 6\hat{k}$

$\cos\theta_x = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_x = 45°$

৩৭. ক. **10.18 s**

ব্যাখ্যা: প্রস্থ বরাবর ত্বরণ $a_y = 2\sin 60° \approx 1.732\,\text{ms}^{-2}$

বাতাসের y-উপাংশ $v_{wy} = 2\sin 150° = 1\,\text{ms}^{-1}$

$100 = 1t + 0.866t^2 \Rightarrow 0.866t^2 + t - 100 = 0$

দ্বিঘাত সমাধানে $t \approx 10.18\,\text{s}$

৩৮. খ. **243.9 m**

ব্যাখ্যা: প্রস্থ বরাবর $100 = 0.5(2\sin 30°)t^2 \Rightarrow t = \sqrt{200} \approx 14.14\,\text{s}$

তীর বরাবর $a_x = 2\cos 30° = \sqrt{3}$, স্রোত $u = 5$

$x = 5(14.14) + 0.5(\sqrt{3})(200) \approx 70.71 + 173.2 = 243.9\,\text{m}$

৩৯. খ. **10** ms^{-1}

ব্যাখ্যা: বাতাসের y-উপাংশ $v_{wy} = 2\sin 30° = 1\,\text{ms}^{-1}$

লব্ধি y-বেগ $w_y = v + 1$

$9.09 = \frac{100}{v+1} \Rightarrow v + 1 \approx 11 \Rightarrow v = 10\,\text{ms}^{-1}$

৪০. খ. **17.18** ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $t = 5$-এ বোটের বেগ $v_x = 5 + 5\sqrt{3} \approx 13.66$, $v_y = 5$

বৃষ্টি (বাতাসসহ) $= -2\hat{i} - 5\hat{k}$; বোট $= 13.66\hat{i} + 5\hat{j}$

$v_{rel} = -15.66\hat{i} - 5\hat{j} - 5\hat{k}$

$|v_{rel}| = \sqrt{245.2 + 25 + 25} \approx 17.18\,\text{ms}^{-1}$

৪১. গ. $11.79°$

ব্যাখ্যা: $\vec{v} = 9t^2\hat{i} - 8t\hat{j} + 2\hat{k}$; $\vec{a} = 18t\hat{i} - 8\hat{j}$

$t = 2$-এ $\vec{v} = 36\hat{i} - 16\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{a} = 36\hat{i} - 8\hat{j}$

$\vec{v} \cdot \vec{a} = 1296 + 128 = 1424$; $|\vec{v}| \approx 39.446$, $|\vec{a}| \approx 36.878$

$\theta = \cos^{-1}(\frac{1424}{1454.6}) \approx 11.79°$

৪২. খ. $17\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\nabla\phi = -3x^2y\hat{i} - x^3\hat{j} + 2\hat{k}$
$\vec{A} \cdot \nabla\phi = -6x^4y + 3x^3yz + 2xz^2$
এর গ্রেডিয়েন্ট নিয়ে $(1, -1, 1)$ বসিয়ে: $(24 - 9 + 2)\hat{i} + (-6 + 3)\hat{j} + (-3 + 4)\hat{k} = 17\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$

৪৩. ক. $31.63°$

ব্যাখ্যা: পূর্ব দিককে $+\hat{i}$ এবং উল্লম্ব ঊর্ধ্বমুখী দিককে $+\hat{j}$ ধরা হলো।

বৃষ্টি ও বাতাসের সম্মিলিত বেগ, $\vec{v}_R = -5\hat{i} - 10\hat{j}$

গাড়িটি পশ্চিম দিকে ঊর্ধ্বমুখী $30°$ কোণে চলছে, তাই গাড়ির বেগ, $\vec{v}_c = -20\cos 30°\hat{i} + 20\sin 30°\hat{j}$

$= -10\sqrt{3}\hat{i} + 10\hat{j}$

অতএব, গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_R - \vec{v}_c$

$= (-5\hat{i} - 10\hat{j}) - (-10\sqrt{3}\hat{i} + 10\hat{j})$

$= (10\sqrt{3} - 5)\hat{i} - 20\hat{j}$।

উল্লম্বের সাথে কোণ θ হলে, $\tan\theta = \frac{\text{অনুভূমিক উপাংশ}}{\text{উল্লম্ব উপাংশের মান}}$

$= \frac{10\sqrt{3} - 5}{20}$

$\approx \frac{12.32}{20}$

≈ 0.616

সুতরাং, $\theta = \tan^{-1}(0.616)$

$\approx 31.63°$

৪৪. গ. $155.91°$

ব্যাখ্যা: প্রতিসরিত একক ভেক্টর $\hat{R} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{i} - \sqrt{\frac{5}{6}}\hat{j} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{k}$
$\cos\gamma = \hat{R} \cdot \hat{j} = -\sqrt{\frac{5}{6}} \approx -0.9129$
$\gamma = \cos^{-1}(-0.9129) \approx 155.91°$

৪৫. ঘ. তথ্য অপর্যাপ্ত

ব্যাখ্যা: শর্ত থেকে $\vec{P} \cdot \vec{R} = 9$ এবং $\vec{Q} \cdot \vec{R} = 16$
এই দুটি শর্ত $\vec{R}$-এর P , Q বরাবর উপাংশ নির্ধারণ করে, কিন্তু উভয়ের লম্ব দিকে অতিরিক্ত উপাংশ থাকতে পারে
তাই $|\vec{R}|$ একক মান নির্ণয় করা যায় না

৪৬. ঘ. তথ্য অপর্যাপ্ত

ব্যাখ্যা: $\vec{F} \approx 500\hat{i} + 866\hat{j}$
$\vec{r} = x\hat{i} + 2\hat{j}$ (y = 2 রেখায়)
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = (866x - 1000)\hat{k}$
নির্দিষ্ট x না জানায় টর্কের সাংখ্যিক মান নির্ণয় করা যায় না

৪৭. গ. $a = 4, b = -3, c = 5$; **div**= 2

ব্যাখ্যা: $\nabla \times \vec{A} = 0$ শর্তে $c = 5, a = 4, b = -3$
$\nabla \cdot \vec{A} = -4 + 3 + 3 = 2$

৪৮. খ. **260.96 cm**

ব্যাখ্যা: $\theta = 270° = \frac{3\pi}{2}$ rad
$x = r(\theta - \sin\theta) = 45(4.712 + 1) \approx 257.06$ cm
$y = r(1 - \cos\theta) = 45$ cm
$S = \sqrt{257.06^2 + 45^2} \approx 260.96$ cm

৪৯. ক. $c = -1, d = 1$

ব্যাখ্যা: $\vec{\alpha} \cdot \vec{\alpha} = 6, \vec{\beta} \cdot \vec{\beta} = 14, \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -5$
$\vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -11, \vec{\gamma} \cdot \vec{\beta} = 19$
$6c - 5d = -11$ এবং $5c - 14d = -19$ সমাধানে
$c = -1, d = 1$

৫০. খ. **50%**

ব্যাখ্যা: n = 3-এ $P = 2Q$; $\cos\theta = \frac{11}{2(-8)} = -\frac{11}{16}$
$R = \sqrt{(2Q)^2 + Q^2 + 2(2Q)(Q)(-\frac{11}{16})} =$
$\sqrt{\frac{9Q^2}{4}} = 1.5Q$
$R_{max} = P + Q = 3Q$
শতকরা $= (\frac{1.5Q}{3}Q) \times 100\% = 50\%$