MCQ ৫০ নম্বর

১. গ. $90°$

ব্যাখ্যা: $P + Q = 28$ এবং $P - Q = 4$
যোগ করে, $P = 16,\ Q = 12$।
কাঙ্ক্ষিত লব্ধি, $R = 5 \times 4 = 20$।
$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$
$\Rightarrow 400 = 256 + 144 + 384\cos\alpha$
$\Rightarrow 384\cos\alpha = 0$
অতএব, $\alpha = 90°$।

২. ঘ. $\hat{k}$

ব্যাখ্যা: এখানে, $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$ এবং $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$।
সুতরাং রাশিটি দাঁড়ায়, $(-\hat{j}) \times \hat{i}$
$= -(\hat{j} \times \hat{i})$
$= -(-\hat{k})$
$= \hat{k}$।

৩. খ. $\tan^{-1}(\frac{2}{3})$

ব্যাখ্যা: এখানে, $A_x = 2,\ A_y = 3$।
y-অক্ষের সাথে কোণ θ হলে,
$\tan\theta = \frac{A_x}{A_y} = \frac{2}{3}$
অতএব, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$।

৪. গ. $\frac{1}{\sqrt{6}}(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$।
সমান্তরাল একক ভেক্টর, $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$
অতএব, $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$।

৫. খ. $1.0\ ms^{-2}$

ব্যাখ্যা: C ও A-এর আপেক্ষিক বেগ, $v_{CA} = 15 + 10 = 25\ ms^{-1}$।
তাই C-এর A-কে অতিক্রম করতে সময়, $t = \frac{1000}{25} = 40\ s$।
B ও A-এর আপেক্ষিক আদি বেগ, $u_{BA} = 15 - 10 = 5\ ms^{-1}$।
এখন, $1000 = 5(40) + \frac{1}{2}a(40)^2$
$\Rightarrow 1000 = 200 + 800a$
$\Rightarrow a = 1\ ms^{-2}$।

৬. ক. 36.10

ব্যাখ্যা: $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = 9t^2\hat{i} - 8t\hat{j} + 2\hat{k};\ t = 2$-এ $\vec{v} = 36\hat{i} - 16\hat{j} + 2\hat{k}$।
$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 18t\hat{i} - 8\hat{j};\ t = 2$-এ $\vec{a} = 36\hat{i} - 8\hat{j}$।
$\vec{a} \cdot \vec{v} = 1296 + 128 = 1424;\ |\vec{v}| = \sqrt{1556} \approx 39.446$।
অভিক্ষেপ $= \frac{1424}{39.446} \approx 36.10$।

৭. খ. 9.5

ব্যাখ্যা: ধরি, $\vec{c} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$।
$\vec{a} \cdot \vec{c} = 4 \Rightarrow x - y = 4$ ... (1)
$\vec{a} \times \vec{c} = -z\hat{i} - z\hat{j} + (x + y)\hat{k} = -\vec{b} \Rightarrow z = 1,\ x + y = -1$ ... (2)
(1) ও (2) সমাধানে, $x = 1.5,\ y = -2.5$।
অতএব, $|\vec{c}|^2 = 1.5^2 + (-2.5)^2 + 1^2 = 9.5$।

৮. ক. $\cos\theta = \frac{n^2 + 2}{2(1 - n^2)}$

ব্যাখ্যা: $P + Q = n(P - Q) \Rightarrow P = \frac{n + 1}{n - 1}Q$।
$R = \frac{P + Q}{2}$ এবং $\cos\theta = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ}$।
বীজগাণিতিক সরলীকরণে, $\cos\theta = \frac{n^2 + 2}{2(1 - n^2)}$।

৯. গ. 100 s

ব্যাখ্যা: আপেক্ষিক বেগ, $v_{rel} = 10 - 9 = 1\ ms^{-1}$।
আপেক্ষিক দূরত্ব $= 100\ m$।
অতএব, $t = \frac{100}{1} = 100\ s$।

১০. খ. 1000 m

ব্যাখ্যা: প্রতিটি বাঁক $60°$ হওয়ায় পথটি একটি সুষম ষড়ভুজ তৈরি করে।
$\vec{S} = 500\angle 0° + 500\angle 60° + 500\angle 120°$
x-উপাংশ $= 500(1 + 0.5 - 0.5) = 500$; y-উপাংশ $= 500(0 + 0.866 + 0.866) = 866$।
অতএব, $|\vec{S}| = \sqrt{500^2 + 866^2} = 1000\ m$।

১১. ক. $4 : 1$

ব্যাখ্যা: $\frac{P+Q}{P-Q} = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow 3P + 3Q = 5P - 5Q$

$\Rightarrow 2P = 8Q$

অতএব, $\frac{P}{Q} = 4$, অর্থাৎ অনুপাত $4 : 1$।

১২. গ. $100\,\text{ms}^{-1}$

ব্যাখ্যা: ১ম পাথরের সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছাতে সময়,

$t = \frac{u}{g} = \frac{50}{10} = 5\,\text{s}$।

সেই মুহূর্তে $v_1 = 0$।

এই সময়ে ২য় পাথরের বেগ (নিচের দিকে), $v_2 = 50 + 10 \times 5 = 100\,\text{ms}^{-1}$।

আপেক্ষিক বেগ $= |v_1 - v_2| = |0 - 100| = 100\,\text{ms}^{-1}$।

১৩. গ. $90°$

ব্যাখ্যা: দিক কোসাইনের বর্গের সমষ্টি 1।

$\cos^2 30° + \cos^2 60° + \cos^2\gamma = 1$

$\Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2\gamma = 1$

$\Rightarrow \cos^2\gamma = 0 \Rightarrow \gamma = 90°$।

১৪. ক. $0°$ **(খাড়াভাবে)**

ব্যাখ্যা: বাতাস ও আরোহী একই বেগে একই দিকে চলায় আরোহীর সাপেক্ষে বাতাসের প্রভাব শূন্য।

ফলে বৃষ্টির প্রকৃত (খাড়া নিচের) বেগই আরোহী অনুভব করবেন।

অতএব, বৃষ্টি $0°$ কোণে অর্থাৎ খাড়াভাবে পড়বে।

১৫. খ. $126.87°$

ব্যাখ্যা: স্রোতের বেগ সাঁতারুর বেগের চেয়ে বেশি হওয়ায় বিচ্যুতি সর্বনিম্ন করার শর্ত, $\cos\alpha = -\frac{v}{u}$।

এখানে, $\cos\alpha = -\frac{3}{5} = -0.6$

অতএব, $\alpha = \cos^{-1}(-0.6) \approx 126.87°$।

১৬. ক. $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\frac{\partial\phi}{\partial x} = 4xyz + 2yz + 2z^3$; $(1,-1,1)$-এ $= -4 - 2 + 2 = -4$।

$\frac{\partial\phi}{\partial y} = 2x^2z + 2xz$; $(1,-1,1)$-এ $= 2 + 2 = 4$।

$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 2x^2y + 2xy + 6xz^2$; $(1,-1,1)$-এ $= -2 - 2 + 6 = 2$।

অতএব, $\nabla\phi = -4\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$।

১৭. খ. $3\,\text{kmh}^{-1}$

ব্যাখ্যা: ন্যূনতম দূরত্বে পার হওয়ার শর্ত, $\cos\alpha = -\frac{u}{v}$।

$\cos(138.59°) = -\frac{u}{4}$

$\Rightarrow -0.75 = -\frac{u}{4}$

অতএব, $u = 3\,\text{kmh}^{-1}$।

১৮. ক. $10\,\text{ms}^{-1}$

ব্যাখ্যা: ১ম ক্ষেত্রে লম্বভাবে পড়ায় $v_x = 5\,\text{ms}^{-1}$।

২য় ক্ষেত্রে $\tan 30° = \frac{5}{v_y} \Rightarrow v_y = 5\sqrt{3}\,\text{ms}^{-1}$।

অতএব, $v_r = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25 + 75} = 10\,\text{ms}^{-1}$।

১৯. ক. $79.02°$

ব্যাখ্যা: $\vec{A} \cdot \vec{B} = 12 - 6 - 2 = 4$।

$|\vec{A}| = 3$, $|\vec{B}| = 7$।

$\cos\theta = \frac{4}{21} \approx 0.1905$

অতএব, $\theta \approx 79.02°$।

২০. গ. $5.98\,\text{s}$

ব্যাখ্যা: নদী পার হওয়ার সময়, $t = \frac{d}{v\sin\alpha}$।

$t = \frac{36}{10 \times \sin 37°} = \frac{36}{6.018}$

অতএব, $t \approx 5.98\,\text{s}$।

২১. ক. 24 **cubic unit**

ব্যাখ্যা: আয়তন, $V = |\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})|$।

$\vec{B} \times \vec{C} = 12\hat{i}$।

অতএব, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 2 \times 12 = 24$ ঘন একক।

২২. খ. $20\,\text{m min}^{-1}$

ব্যাখ্যা: স্রোতের বেগ, $u = \frac{120}{10} = 12\,\text{m min}^{-1}$।

সর্বনিম্ন সময়ে, $d = 10v$।

সর্বনিম্ন পথে, $\frac{10v}{\sqrt{v^2 - 144}} = 12.5$।

বর্গ করে, $100v^2 = 156.25(v^2 - 144)$

$\Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20\,\text{m min}^{-1}$।

২৩. ক. -4

ব্যাখ্যা: $\frac{\partial v_x}{\partial x} = 4y^3z$; $(1,-1,1)$-এ $= -4$।

$\frac{\partial v_y}{\partial y} = -3x^2z$; $(1,-1,1)$-এ $= -3$।

$\frac{\partial v_z}{\partial z} = -3xy$; $(1,-1,1)$-এ $= 3$।

যোগফল $= -4 - 3 + 3 = -4$।

২৪. খ. $15\hat{i} + 20\hat{j}$

ব্যাখ্যা: $|\vec{Q}| = \sqrt{49 + 576} = 25$।

$\vec{P}$-এর অভিমুখে একক ভেক্টর $= \frac{3\hat{i} + 4\hat{j}}{5}$।

নির্ণেয় ভেক্টর $= 25 \times \frac{3\hat{i} + 4\hat{j}}{5} = 15\hat{i} + 20\hat{j}$।

২৫. খ. 54.74°

ব্যাখ্যা: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$; $\alpha = \beta = \gamma$।

$3\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$।

অতএব, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \approx 54.74°$।

২৬. গ. 60°

ব্যাখ্যা: $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$; এখানে $P = Q = 1,\ R = \sqrt{3}$।

$3 = 1 + 1 + 2\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 0.5$

অতএব, $\alpha = 60°$।

২৭. ক. $-4\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k}$

ব্যাখ্যা: কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$।

$\vec{p} = 2(2\hat{i} + \hat{j}) = 4\hat{i} + 2\hat{j}$।

$\vec{L} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -4\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k}$।

যেহেতু কৌণিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি, তাই কেবল উপাংশ আকারের উত্তরটিই $(-4\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k})$ সঠিক।

২৮. ক. 5

ব্যাখ্যা: $\nabla\phi = -3x^2y\hat{i} - x^3\hat{j} + 2\hat{k}$; $(1, -1, 1)$-এ $= 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$।

$\vec{A}$ এই বিন্দুতে $= 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$।

অতএব, $\vec{A} \cdot \nabla\phi = (2)(3) + (3)(-1) + (1)(2) = 6 - 3 + 2 = 5$।

২৯. খ. 1.588 h

ব্যাখ্যা: সোজা ওপারে যাওয়ার কোণ, $\cos\alpha = -\frac{3}{4} \Rightarrow \alpha \approx 138.59°$।

1 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব, $y_1 = 4\sin(138.59°) \approx 2.645$ km।

অবশিষ্ট দূরত্ব, $y_2 = 2.355$ km; সময়, $t_2 = \frac{2.355}{4} = 0.588$ h।

মোট সময় $= 1 + 0.588 = 1.588$ h।

গ. $(5xz^2 + 3x^3y)\hat{i} + (4xy^3 - 5yz^2)\hat{j} -$

৩০. $(9x^2yz + 12xy^2z)\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\hat{i}$ উপাংশ: $\partial_y(5xyz^2) - \partial_z(-3x^3yz) = 5xz^2 + 3x^3y$।

$\hat{j}$ উপাংশ: $\partial_z(4xy^3z) - \partial_x(5xyz^2) = 4xy^3 - 5yz^2$।

$\hat{k}$ উপাংশ: $\partial_x(-3x^3yz) - \partial_y(4xy^3z) = -(9x^2yz + 12xy^2z)$।

৩১. ক. 1 s

ব্যাখ্যা: $v_{C/B} = v_{C/A} + v_{A/B} = 25 - 5 = 20\ ms^{-1}$।

প্রয়োজনীয় দূরত্ব $= 20$ m।

অতএব, $t = \frac{20}{20} = 1$ s।

৩২. খ. 6

ব্যাখ্যা: সমান্তরাল হওয়ার শর্তে অনুরূপ উপাংশের অনুপাত সমান।

$\frac{3}{x} = \frac{-1}{-2} = \frac{2}{4} = 0.5$

অতএব, $x = 6$।

৩৩. ক. 40 **unit**

ব্যাখ্যা: লব্ধি বল, $\vec{F} = 7\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$।

সরণ ভেক্টর, $\vec{s} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$।

অতএব, $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = 28 + 4 + 8 = 40$ একক।

৩৪. খ. $3\sqrt{2}$ **sq. unit**

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AB} = -\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\overrightarrow{AC} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$।

$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = 6\hat{i} - 6\hat{k}$; $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = 6\sqrt{2}$।

অতএব, ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$ বর্গ একক।

৩৫. ক. $a = 4, b = -3, c = 5$

ব্যাখ্যা: $\nabla \times \vec{A} = 0$ শর্তে সহগ তুলনা করে:

$\hat{i}$: $c - 5 = 0 \Rightarrow c = 5$।

$\hat{j}$: $a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$।

$\hat{k}$: $b - (-3) = 0 \Rightarrow b = -3$।

৩৬. গ. $\sqrt{925}\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: রেইন+বাতাসের প্রকৃত বেগ $= -10\hat{i} - 5\hat{k}$।

গাড়ির সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ $= (-10\hat{i} - 5\hat{k}) - 20\hat{i} = -30\hat{i} - 5\hat{k}$।

অতএব, $|\vec{v}_{rc}| = \sqrt{(-30)^2 + (-5)^2} = \sqrt{900 + 25} = \sqrt{925}\ ms^{-1}$।

৩৭. খ. $7.51\,\text{s}$

ব্যাখ্যা: সাইন সূত্রে, $\sin\theta = \frac{10\sin 60°}{12} \approx 0.7217 \Rightarrow \theta \approx 46.19°$।

$\angle AOB = 180° - 60° - 46.19° = 73.81°$।

ফের সাইন সূত্রে, $12t = \frac{100 \times 0.866}{0.9603} \approx 90.18$

অতএব, $t \approx 7.51\,\text{s}$।

৩৮. খ. $-\frac{\vec{r}}{r^3}$

ব্যাখ্যা: $\phi = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$।

$\nabla\phi = \sum\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}(2x)$

অতএব, $\nabla\phi = -\frac{\vec{r}}{r^3}$।

৩৯. ক. $\nabla \times \vec{v} = 2\vec{\omega}$

ব্যাখ্যা: ভেক্টর অভেদ থেকে জানা যায়, $\nabla \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = 2\vec{\omega}$।

যেহেতু $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, তাই $\nabla \times \vec{v} = 2\vec{\omega}$।

৪০. খ. $5\sqrt{2}\,\text{ms}^{-1}$

ব্যাখ্যা: বাতাসসহ বৃষ্টির প্রকৃত বেগ $= -2\hat{i} - 5\hat{k}$।

গাড়ির সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ $= (-2\hat{i} - 5\hat{k}) - 3\hat{i} = -5\hat{i} - 5\hat{k}$।

অতএব, $|\vec{v}_{rel}| = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}\,\text{ms}^{-1}$।

৪১. ক. $\pm\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{122}}(-8\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k})$

ব্যাখ্যা: তলের লম্ব ভেক্টর, $\vec{n} = \vec{B} \times \vec{C} = -8\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}$; $|\vec{n}| = \sqrt{122}$।

$|\vec{A}| = \sqrt{14}$।

অতএব, নির্ণেয় ভেক্টর $= \pm|\vec{A}|\hat{n} = \pm\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{122}}(-8\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k})$।

৪২. ক. $4\sqrt{21}$

ব্যাখ্যা: সমতলীয় শর্তে, $2x - y + z = 0$ ... (1)।

$\vec{c} \perp \vec{a}$: $2x + 3y - z = 0$ ... (2)।

$\vec{c} \cdot \vec{b} = 24$: $y + z = 24$ ... (3)।

(1),(2) থেকে $y = -2x,\ z = 2y$; (3)-এ বসিয়ে $y = 8,\ z = 16,\ x = -4$।

অতএব, $|\vec{c}| = \sqrt{16 + 64 + 256} = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$।

৪৩. ক. $\sqrt{33}$

ব্যাখ্যা: মধ্যমা ভেক্টর, $\overrightarrow{AD} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} = 4\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$।

অতএব, $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{16 + 1 + 16} = \sqrt{33}$।

৪৪. ক. -1.5

ব্যাখ্যা: $(\hat{a} + \hat{b} + \hat{c})^2 = 1 + 1 + 1 + 2(\hat{a} \cdot \hat{b} + \hat{b} \cdot \hat{c} + \hat{c} \cdot \hat{a}) = 0$।

$3 + 2X = 0$

অতএব, $X = -\frac{3}{2} = -1.5$।

৪৫. খ. **20, 14**

ব্যাখ্যা: ধরি, ভেক্টর দুটির মান P ও Q।

বৃহত্তম লব্ধি, $P + Q = 34$।

ক্ষুদ্রতম লব্ধি, $P - Q = 6$।

দুটি সমীকরণ যোগ করে, $2P = 40 \Rightarrow P = 20$।

বিয়োগ করে, $2Q = 28 \Rightarrow Q = 14$।

অতএব, ভেক্টর দুটির মান 20 ও 14 একক।

৪৬. খ. 5 : 2

ব্যাখ্যা: $\frac{P + Q}{P - Q} = \frac{7}{3}$।

$\Rightarrow 3P + 3Q = 7P - 7Q$

$\Rightarrow 10Q = 4P$

অতএব, $\frac{P}{Q} = \frac{5}{2}$, অর্থাৎ অনুপাত 5 : 2।

৪৭. খ. 50 **unit**

ব্যাখ্যা: লব্ধি বল, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 7\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$।

সরণ ভেক্টর, $\vec{s} = (6 - 2)\hat{i} + (5 - 1)\hat{j} + (2 - 4)\hat{k} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$।

অতএব, $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = 28 + 12 + 10 = 50$ একক।

৪৮. খ. 3 **sq. unit**

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i}$, $\overrightarrow{OC} = 3\hat{j}$।

$\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC} = 6\hat{k}$; $|\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}| = 6$।

অতএব, ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(6) = 3$ বর্গ একক।

৪৯. খ. $63.61°$

ব্যাখ্যা: $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 - 2 + 4 = 4$।

$|\vec{A}| = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$, $|\vec{B}| = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$।

$\cos\theta = \frac{4}{9} \approx 0.444$

অতএব, $\theta \approx 63.61°$।

৫০. খ. 37.5 s

ব্যাখ্যা: আপেক্ষিক বেগ, $v_{rel} = 12 - 8 = 4\ ms^{-1}$।

আপেক্ষিক দূরত্ব = 150 m।

অতএব, $t = \frac{150}{4} = 37.5\ s$।